

BỘ VĂN HOÁ, THỂ THAO VÀ DU LỊCH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC TDTT ĐÀ NẴNG



Ths. GIAO THỊ KIM ĐÔNG - TS. TRẦN MẠNH HÙNG

SÁCH THAM KHẢO
TOÁN KINH TẾ
TRONG THỂ DỤC THỂ THAO

(Lưu hành nội bộ)

Đà Nẵng, 7/ 2021

LỜI NÓI ĐẦU

Toán kinh tế (dành cho ngành Quản lý TĐTT) là môn học trong chương trình đào tạo ngành khoa học quản lý nói chung và quản lý Thể dục Thể thao. Mô hình toán học đóng vai trò quan trọng giúp nhà quản lý có tư duy phân tích về lượng, đánh giá vấn đề một cách chặt chẽ, giúp người học có những định hướng, đưa ra những quyết định tối ưu trong lĩnh vực nghiên cứu về xây dựng kế hoạch sản xuất, dự báo.

Do đặc thù sinh viên không nghiên cứu sâu về toán học, việc giải các bài toán kinh tế sẽ gặp nhiều khó khăn nên chúng tôi lồng ghép kiến thức tin học trong việc giải quyết bài toán.

Vì vậy, để góp phần tạo điều kiện cho các sinh viên đang học các ngành thuộc hệ đại học và cho những ai quan tâm đến các phương pháp xử lý bài toán kinh tế trong Thể dục thể thao, các loại thang đo đánh giá mô hình dịch vụ cho công việc của mình. Chúng tôi đã cố gắng tham khảo nhiều tài liệu, những bài giảng đã được đúc kết trong nhiều năm để viết cuốn giáo trình này.

Với tham vọng nhằm đáp ứng khả năng tự học và tự vận dụng, rèn luyện kỹ năng tính toán, kỹ năng vận dụng Toán kinh tế của sinh viên vào những số liệu thống kê trong Thể thao. Bên cạnh thời lượng giảng dạy môn học này còn khiêm tốn nên chúng tôi chọn cách viết trong giáo trình tham khảo trên tinh thần giản yếu lý thuyết Toán học, tiếp cận trực tiếp các tình huống thực tiễn liên quan đến ngành học.

Nội dung cuốn ***“Toán kinh tế trong Thể dục Thể thao”*** gồm 5 chương:

Chương 1. Xây dựng mô hình bài toán trong TĐTT

Chương 2. Phương pháp tìm phương án tối ưu cho những bài toán trong TĐTT

Chương 3. Hướng dẫn giải bài toán Lp trên Solver

Chương 4. Ứng dụng mô hình phân tích nhân tố

Chương 5. Giới thiệu phần mềm Eviews 10.0/ SPSS 22.0

Do khả năng có hạn nên không tránh khỏi những thiếu sót, rất mong quý độc giả đóng góp ý kiến.

Mọi ý kiến góp ý của quý độc giả xin gửi về địa chỉ Email:

donggk1978@gmail.com

Đà Nẵng, ngày 2 tháng 7 năm 2021

Ths. Giao Thị Kim Đông - TS. Trần Mạnh Hưng

BẢNG THUẬT NGỮ TỪ VIẾT TẮT

TDTT	Thể dục thể thao
UBTDTT	Ủy ban Thể dục thể thao
NL	Nguyên liệu
DCTT	Dụng cụ thể thao
DNN	Doanh nghiệp nhỏ
DNV	Doanh nghiệp vừa

Chương 1. XÂY DỰNG MÔ HÌNH BÀI TOÁN TRONG THỂ DỤC THỂ THAO

Chương này sẽ trang bị cách tiếp cận bài toán lập kế hoạch sản xuất với nguồn nguyên liệu bị hạn chế. Xây dựng mô hình kế hoạch sản xuất tối ưu về lợi nhuận. Giúp người học có kỹ năng phân tích và thiết lập mô hình cho một số tình huống trong thực tiễn.

1.1. BÀI TOÁN LẬP KẾ HOẠCH SẢN XUẤT DỤNG CỤ THỂ THAO ĐỂ CUNG CẤP THỊ TRƯỜNG

Trong một chu kì sản xuất dụng cụ thể dục thể thao của công ty A, người ta sử dụng m loại nguyên liệu $NL_1; NL_2; \dots; NL_m$ để sản xuất ra n loại sản phẩm dụng cụ thể thao $DCTT_1; DCTT_2; \dots; DCTT_n$. Biết rằng khối lượng nguyên liệu (đơn vị nguyên liệu) đang có, định mức sử dụng các loại nguyên liệu để sản xuất ra một sản phẩm mỗi loại và tiền lời (triệu đồng) của mỗi sản phẩm trong bảng sau:

Nguyên liệu	Khối lượng nguyên liệu hiện có	Định mức sử dụng nguyên liệu cho 1 sản phẩm					
		$DCTT_1$	$DCTT_2$	...	$DCTT_j$		$DCTT_n$
NL_1	b_1	a_{11}	a_{12}		a_{1j}		a_{1n}
NL_2	b_2	a_{21}	a_{22}		a_{2j}		a_{2n}
...							
NL_i	b_i	a_{i1}	a_{i2}		a_{ij}		a_{in}
...							
NL_m	b_m	a_{m1}	a_{m2}		a_{mj}		a_{mn}
Tiền lời 1 sản phẩm		c_1	c_2		c_j		c_n

Hãy tìm kế hoạch sản xuất tối ưu, nghĩa là sản xuất mỗi loại sản phẩm với số lượng bao nhiêu để lợi nhuận thu được là cao nhất, biết rằng các sản phẩm do xí nghiệp làm ra đều được bán hết.

Tìm $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ thoả:

$$(1) \quad x_j \geq 0 \quad \forall j = \overline{1, n}$$

$$(2) \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad \forall i = \overline{1, m}$$

$$(3) \quad f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \max$$

1.1.3. Đánh giá và nhận xét

Trong mô hình LP điều kiện (1) là điều kiện ràng buộc dấu của các biến, đối với biến là đại diện cho số lượng sản phẩm nên điều kiện phải là không âm.

Điều kiện (2) thường mô tả cho các điều kiện ràng buộc xuất phát từ các hạn chế về nguồn tài nguyên, nguồn vốn, nguồn nguyên liệu sẵn có phục vụ sản xuất trong một chu kỳ sản xuất nào đó.

Điều kiện (3) là hàm mục tiêu, hàm này có thể đạt giá trị cực đại hoặc cực tiểu tùy theo từng loại bài toán. Chẳng hạn, tình huống liên quan đến lợi nhuận/doanh thu thì hàm này đạt giá trị cực đại; đối với tình huống liên quan đến chi phí vận chuyển, chi phí sản xuất thì hàm này tiến về giá trị cực tiểu.

Để tìm ra kế hoạch sản xuất/chiến lược kinh doanh, đòi hỏi chúng ta đi tìm lời giải cho bài toán LP trên, để đưa ra phương án/hay chiến lược tốt nhất trên cơ sở khoa học.

Mục tiêu ta đi tìm bộ $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện (1), (2) và (3), lúc đó ta gọi $x^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ là **Phương án tối ưu**. Phương pháp tìm phương án tối ưu cho bài toán dạng LP, được trình bày trong Chương 2.

Ví dụ 1.1. Công ty sản xuất dụng cụ thể thao có kế hoạch sản xuất 2 loại bóng đúc $BD_1; BD_2$ từ 3 loại nguyên liệu chính: cao su, tấm keo làm ruột và chất phụ gia. Cho biết khối lượng từng nguyên liệu (đơn vị gam) công ty đang có, định mức sử dụng các loại nguyên liệu để sản xuất ra mỗi loại bóng và tiền lời (ngàn đồng) của mỗi quả bóng được cho trong bảng sau:

Thành phần nguyên liệu chính	Khối lượng nguyên liệu hiện có	Định mức sử dụng nguyên liệu cho một quả bóng	
		BĐ ₁	BĐ ₂
Cao su	280	80	40
Keo làm ruột	120	20	20
Chất phụ gia	810	270	90
Lợi nhuận mỗi bóng được sản xuất ra		120	72

Hãy tìm kế hoạch sản xuất tối ưu, nghĩa là xác định kế hoạch sản xuất mỗi loại bóng với số lượng bao nhiêu để lợi nhuận thu đạt tối đa, không bị động về nguồn nguyên liệu hiện có, biết rằng các sản phẩm do xí nghiệp làm ra đều được bán hết.

Gọi x_1, x_2 lần lượt là số quả bóng BĐ₁ và BĐ₂ công ty cần sản xuất

Điều kiện: $x_1, x_2 \geq 0$

Tổng khối lượng cao su cần là: $80x_1 + 40x_2$ không vượt quá 280g

Tổng khối lượng keo làm ruột cần là: $20x_1 + 20x_2$ không vượt quá 120g

Tổng khối lượng chất phụ gia cần là: $270x_1 + 90x_2$ không vượt quá 810g

Tổng lợi nhuận: $120x_1 + 72x_2$ (ngàn đồng) tổng này càng lớn càng tốt.

Xây dựng mô hình

Mô hình toán học của bài toán lập kế hoạch sản xuất là:

$$(1) \quad x_1, x_2 \geq 0$$

$$(2) \quad \begin{cases} 80x_1 + 40x_2 \leq 280 \\ 20x_1 + 20x_2 \leq 120 \\ 270x_1 + 90x_2 \leq 810 \end{cases}$$

$$(3) \quad f(x) = 120x_1 + 72x_2 \rightarrow \max$$

Để tìm kế hoạch sản xuất tối ưu, ta cần đi tìm lời giải cho bài toán trên.

Đánh giá nhận xét

Mô hình toán học trong Ví dụ 1.1, ta nhận thấy đây là lại bài toán dạng chuẩn của mô hình LP với các điều kiện ràng buộc tuyến tính 2 biến số dạng

bất đẳng thức. Bộ (x_1, x_2) thỏa mãn đồng thời điều kiện (1) và (2) ta gọi là phương án của bài toán. Tập hợp tất cả các phương án gọi là **miền phương án** (hay **miền chấp nhận được**), thông thường là miền đa giác lồi có đỉnh.

Vì vậy, biểu diễn miền phương án trong trường hợp này, ta sử dụng phương pháp hình học. Biểu diễn tất cả các nửa mặt phẳng được cho trong (1) và (2) trên hệ trục tọa độ Ox_1x_2 .

1.2. BÀI TOÁN LẬP KẾ HOẠCH PHÂN PHỐI MẶT HÀNG THỂ THAO TRONG CỘNG ĐỒNG

Bài toán đầu tiên được hình thành trong công tác vận chuyển hàng hoá. Vì vậy, có tên gọi là bài toán vận tải. Những mô hình vận tải, sau khi được công bố, đã được rất nhiều ngành kinh tế khác nhau ứng dụng. Thậm chí cả những ngành xa với kinh tế như: quân sự, y tế, thể dục thể thao ... cũng đã ứng dụng thành công mô hình vận tải. Do vậy mà mô hình vận tải được phát triển mạnh mẽ, mở rộng rất nhiều để phù hợp hơn với đặc thù từng ngành, từng vấn đề cụ thể.

1.2.1. Dạng bài toán

Giả sử trên một địa bàn nào đó có m địa điểm $A_1, A_2, \dots, A_m$ chuyên cung cấp dụng cụ thể dục thể thao với số lượng lần lượt: $a_1, a_2, \dots, a_m$; có n địa điểm tổ chức hội thao cần các dụng cụ: $B_1, B_2, \dots, B_n$ với nhu cầu dụng cụ tương ứng là: $b_1, b_2, \dots, b_n$. Để đơn giản ta gọi A_i là trạm phát thứ i ($i = 1, \dots, m$); B_j là trạm thu thứ j ($j = 1, \dots, n$).

Kí hiệu c_{ij} là chi phí chuyên chở một đơn vị dụng cụ từ trạm phát (A_i) đến trạm thu (B_j)

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} \end{bmatrix} = (c_{ij})_{m \times n}$$

Hãy tìm một kế hoạch vận chuyển hàng trên địa bàn này sao cho :

– Thỏa mãn nhu cầu thu phát: các trạm phát hết lượng hàng (được giao để phát đi), các trạm thu đầy đủ lượng hàng được yêu cầu chuyển đến.

– Tổng chi phí vận chuyển nhỏ nhất.

1.2.2. Phương pháp thiết lập mô hình

Gọi x_{ij} ($i = \overline{1, m}$; $j = \overline{1, n}$) là lượng hàng vận chuyển từ A_i đến B_j .

Điều kiện: $x_{ij} \geq 0$, $\forall i = \overline{1, m}$; $\forall j = \overline{1, n}$

Nếu $x_{ij} > 0$ khi A_i phát hàng cho B_j ; nếu $x_{ij} = 0$ khi A_i không phát hàng cho B_j .

Để tìm kế hoạch vận chuyển tối ưu, ta tìm lời giải cho bài toán sau:

$$\text{Tìm } x = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} = (x_{ij})_{m \times n} \text{ thỏa mãn:}$$

$$(1) \quad x_{ij} \geq 0, \quad \forall i = \overline{1, m}; \quad \forall j = \overline{1, n}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad (\text{tổng lượng hàng phát đi từ trạm } A_i), \quad i = \overline{1, m} \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad (\text{tổng lượng hàng chuyển đến trạm } B_j), \quad j = \overline{1, n} \end{cases} \quad (1.1)$$

$$(3) \quad f(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (\text{tổng chi phí vận chuyển})$$

Thêm điều kiện $\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ nghĩa là tổng cung bằng tổng cầu.

1.2.3. Tiếp cận các bài toán cung vượt cầu

Có thể xảy ra 3 trường hợp trong mối quan hệ giữa tổng khả năng cung cấp hàng của các trạm phát A_i ($i = \overline{1, m}$) và tổng nhu cầu hàng của các trạm thu B_j ($j = \overline{1, n}$)

$$\text{Trường hợp 1:} \quad \sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (\text{Tổng cầu bằng tổng cung})$$

$$\text{Trường hợp 2:} \quad \sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j \quad (\text{Tổng cầu vượt tổng cung})$$

$$\text{Trường hợp 3:} \quad \sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j \quad (\text{Tổng cung vượt tổng cầu})$$

Bài toán vận tải thoả mãn trường hợp 2 và 3 được gọi là bài toán vận tải không cân bằng thu phát (dạng mở). Đây là lớp bài toán phổ biến trong thực tế. Bởi vì, không phải lúc nào cân cân cung và cầu bằng nhau mà thay vào đó là việc không cân bằng xảy ra phổ biến hơn.

Ví dụ 1.2. Một công ty tổ chức sự kiện cho đại hội thể thao được tổ chức đồng thời tại 3 địa điểm B1, B2, B3. Nhu cầu về các trang thiết bị cần thiết phục vụ cho đại hội được phân phối từ 3 nhà phân phối A1, A2, A3. Khối lượng trang thiết bị tại các nhà phân phối, nhu cầu thiết bị tại các địa điểm tổ chức (tần thiết bị) và khoảng cách (km) từ các nhà phân phối đến các địa điểm tổ chức được cho trong bảng sau:

2	6	10	Nhà phân phối A1: 100
10	8	4	Nhà phân phối A2: 95
16	10	8	Nhà phân phối A3: 105
Địa điểm B1: 90	Địa điểm B2: 110	Địa điểm B3: 100	

Hãy lập kế hoạch vận chuyển tối ưu.

Phân tích bài toán

Đây là loại bài toán có **tổng cung bằng tổng cầu**

$$100+95+105 = 90+110+100$$

Việc phân phối linh kiện từ các nhà phân phối đến các địa điểm tổ chức sao cho: phải phân phối hết thiết bị; các địa điểm nhận đủ thiết bị theo yêu cầu và đảm bảo tổng chi phí vận chuyển nhỏ nhất.

Để giải quyết tình huống trên, ta cần xây dựng mô hình toán học sau:

Xây dựng mô hình

Gọi x_{ij} số thiết bị phân phối từ nhà phân phối A_i đến địa điểm tổ chức B_j ($i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3}$).

Vì x_{ij} là số thiết bị phân phối nên x_{ij} nhận giá trị không âm, trong trường hợp $x_{ij} = 0$ thì nhà phân phối A_i không phân phối thiết bị đến địa điểm tổ chức B_j

Ta có điều kiện (1) $x_{ij} \geq 0 \quad (i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3})$.

Nhà phân phối $A_1 : x_{11} + x_{12} + x_{13}$ thiết bị, điều kiện: $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 100$

Nhà phân phối $A_2 : x_{21} + x_{22} + x_{23}$ thiết bị, điều kiện: $x_{21} + x_{22} + x_{23} = 95$

Nhà phân phối $A_3 : x_{31} + x_{32} + x_{33}$ thiết bị, điều kiện: $x_{31} + x_{32} + x_{33} = 105$

Tính tổng thiết bị các địa điểm nhận:

Địa điểm B_1 nhận: $x_{11} + x_{21} + x_{31}$ thiết bị, điều kiện: $x_{11} + x_{21} + x_{31} = 90$

Địa điểm B_2 nhận: $x_{21} + x_{22} + x_{23}$ thiết bị, điều kiện: $x_{21} + x_{22} + x_{23} = 110$

Địa điểm B_3 nhận: $x_{31} + x_{32} + x_{33}$ thiết bị, điều kiện: $x_{31} + x_{32} + x_{33} = 100$

Để tiện trong vấn đề trình bày, tổng hợp với các điều kiện thu nhận thiết bị ta có hệ phương trình sau:

$$(2) \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 100 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 95 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 105 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 90 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 110 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 100 \end{cases}$$

Chi phí vận chuyển thiết bị:

$2x_{11} + 6x_{12} + 10x_{13} + 10x_{21} + 8x_{22} + 4x_{23} + 16x_{31} + 10x_{32} + 8x_{33}$ tổng này càng nhỏ càng tốt. Do đó ta có điều kiện

$$(3) f = 2x_{11} + 6x_{12} + 10x_{13} + 10x_{21} + 8x_{22} + 4x_{23} + 16x_{31} + 10x_{32} + 8x_{33} \rightarrow \min$$

Đánh giá và nhận xét :

- Đối với bài toán có số nhà phân phối là **m** và số địa điểm tổ chức là **n**, thì số biến cần thiết lập là **m.n** biến số.

- Đây là bài toán có tổng cung bằng 300 và bằng với tổng cầu 300, trong thực tế thì thường xảy ra trường hợp tổng cung vượt tổng cầu và ngược lại.

- Trong thực tế, có những trường hợp nhà phân phối này không thể đến được địa điểm tổ chức do yếu tố an ninh, cung đường vì gián đoạn, do phong tỏa,....

- Để trả lời cho tình huống trên đòi hỏi chúng ta đi tìm lời giải cho bài toán sau đây :

Tìm $x = (x_{ij})$, $(i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3})$ thỏa mãn

$$(1) \quad x_{ij} \geq 0 \quad (i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3}).$$

$$(2) \quad \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 100 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 95 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 105 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 90 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 110 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 100 \end{cases}$$

$$(3) \quad f = 2x_{11} + 6x_{12} + 10x_{13} + 10x_{21} + 8x_{22} + 4x_{23} + 16x_{31} + 10x_{32} + 8x_{33} \rightarrow \min.$$

Phương pháp giải sẽ được xét trong Chương 2.

BÀI TẬP VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

Xây dựng mô hình toán học cho những bài tập sau

Bài 1.1. Công ty sản xuất dụng cụ thể thao có kế hoạch sản xuất 2 loại bóng đúc loại $BD_1; BD_2$ từ 3 loại nguyên liệu chính: cao su, tấm keo làm ruột và chất phụ gia. Cho biết khối lượng từng nguyên liệu (đơn vị gam) công ty đang có, định mức sử dụng các loại nguyên liệu để sản xuất ra mỗi loại bóng và tiền lời (ngàn đồng) của mỗi quả bóng được cho trong bảng sau:

Thành phần nguyên liệu chính	Khối lượng nguyên liệu hiện có	Định mức sử dụng nguyên liệu cho 1 quả bóng	
		BD_1	BD_2
Cao su	560	160	80
Keo làm ruột	60	10	10
Chất phụ gia	270	90	30
Lợi nhuận mỗi bóng được sản xuất ra		240	144

Hãy tìm kế hoạch sản xuất tối ưu, nghĩa là xác định kế hoạch sản xuất mỗi loại bóng với số lượng bao nhiêu để lợi nhuận thu đạt tối đa, không bị động về nguồn nguyên liệu hiện có, biết rằng các sản phẩm do xí nghiệp làm ra đều được bán hết.

Hướng dẫn giải

Gọi x_1, x_2 lần lượt là số quả bóng BD₁ và BD₂ công ty cần sản xuất

Điều kiện: $x_1, x_2 \geq 0$

Tổng khối lượng cao su: $160x_1 + 80x_2$ không vượt quá 560g

Tổng khối lượng keo làm ruột: $10x_1 + 10x_2$ không vượt quá 60g

Tổng khối lượng chất phụ gia: $90x_1 + 30x_2$ không vượt quá 270g

Tổng lợi nhuận: $240x_1 + 144x_2$ (ngàn đồng) tổng này càng lớn càng tốt.

Mô hình toán học của bài toán lập kế hoạch sản xuất:

Tìm $x = (x_1, x_2)$ sao cho

$$(1) x_1, x_2 \geq 0$$

$$(2) \begin{cases} 160x_1 + 80x_2 \leq 560 \\ 10x_1 + 10x_2 \leq 60 \\ 90x_1 + 30x_2 \leq 270 \end{cases}$$

$$(3) f(x) = 240x_1 + 144x_2 \rightarrow \max$$

Bài 1.2. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao ABC, đưa ra chiến lược quảng cáo về một loại giày bóng bàn chuyên nghiệp đến với thị trường bằng cách quảng cáo trên 03 loại phương tiện thông tin: truyền hình, báo giấy và đài phát thanh với thời lượng trong vòng một tháng với số tiền tối đa 120 triệu đồng. Chi phí quảng cáo cho từng loại phương tiện, số lần quảng cáo và số người tiếp nhận trên từng loại phương tiện cho mỗi lần quảng cáo được cho trong bảng sau :

Phương tiện quảng cáo	<i>Chi phí cho mỗi lần quảng cáo (triệu đồng)</i>	<i>Số lần quảng cáo tối đa</i>	<i>Dự đoán số người tiếp nhận quảng cáo trong mỗi lần</i>
Truyền hình (1 phút)	1,2	90	10.000
Báo (1/2 trang)	0,9	28	15.000
Phát thanh (1 phút)	0,4	120	5.000

Vì lý do chiến lược tiếp thị, công ty yêu cầu ít nhất phải có 60 lần quảng cáo trên truyền hình trong vòng một tháng.

Hãy xác định kế hoạch quảng cáo tối ưu.

Hướng dẫn giải

Gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là số đơn vị các phương tiện quảng cáo truyền hình, báo và phát thanh phải tìm.

Số tiền chi phí cho quảng cáo trên truyền hình với thời lượng x_1 phút là $1,2x_1$ triệu đồng.

Số tiền chi phí cho quảng cáo trên báo với thời lượng x_2 (đơn vị $\frac{1}{2}$ trang) là $0,9x_2$ triệu đồng.

Số tiền chi phí cho quảng cáo trên phát thanh với thời lượng x_3 phút là $0,4x_3$ triệu đồng.

Tổng số tiền chi phí cho quảng cáo trên là $1,2x_1 + 0,9x_2 + 0,4x_3$ triệu đồng số tiền này không vượt quá 120 triệu.

Theo số liệu đã cho số lần quảng cáo tối đa và số lần tối thiểu cho quảng cáo trên truyền hình theo yêu cầu:

$$x_1 \leq 90, \quad x_2 \leq 28, \quad x_3 \leq 120, \quad x_1 \geq 60$$

Tổng số tiếp nhận quảng cáo: $10x_1 + 15x_2 + 5x_3$ nghìn người, số người này đạt càng nhiều càng tốt.

Từ sự phân tích trên ta có mô hình toán học của bài toán

$$(1) \quad x_j \geq 0, \forall j = \overline{1,3}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 1,2x_1 + 0,9x_2 + 0,4x_3 \leq 120 \\ x_1 \leq 90 \\ x_2 \leq 28 \\ x_3 \leq 120 \\ x_1 \geq 60 \end{cases}$$

$$(3) \quad f(x) = 10x_1 + 15x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

Bài 1.3. Để thu hút người xem đến với sự kiện thể dục thể thao toàn quốc, công ty tổ chức sự kiện TDTT tiến hành quảng cáo trên hệ thống phát thanh

và truyền hình. Chi phí cho 1 phút quảng cáo trên truyền hình là 800.000đ, trên hệ thống phát thanh 160.000đ. Đài phát thanh chỉ nhận phát các chương trình quảng cáo thời gian tối thiểu 5 phút. Do nhu cầu quảng cáo trên truyền hình là rất lớn nên đài truyền hình chỉ nhận phát các chương trình quảng cáo tối đa là 4 phút. Theo các phân tích xã hội học, cùng thời lượng 1 phút quảng cáo, trên truyền hình sẽ hiệu quả gấp 6 lần trên sóng phát thanh. Công ty dự định chi tối đa là 3.200.000 cho quảng cáo. Công ty nên đặt thời lượng quảng cáo trên sóng phát thanh và truyền hình như thế nào để đạt hiệu quả lớn nhất.

Hướng dẫn giải

Gọi x_1, x_2 lần lượt là thời lượng phát sóng trên đài phát thanh và truyền hình tương ứng.

Khi đó, $x_j \geq 0, j = \overline{1, 2}$.

$x_2 \leq 4$ (đài truyền hình chỉ nhận phát các chương trình quảng cáo tối đa là 4 phút)

$x_1 \geq 5$ (Đài phát thanh chỉ nhận phát các chương trình quảng cáo tối thiểu 5 phút)

Tổng chi phí cho quảng cáo không vượt quá số tiền chi tối đa nên

$$160.000x_1 + 800.000x_2 \leq 3.200.000$$

Hiệu quả $x_1 + 6x_2$ đạt lớn nhất.

Để tìm được quyết định tối ưu cho vấn đề trên ta cần giải bài toán LP sau.

Tìm $x = (x_1, x_2)$ thỏa mãn đồng thời 3 điều kiện sau:

$$(1) \quad x_j \geq 0, j = \overline{1, 2}$$

$$(2) \quad \begin{cases} x_2 \leq 4 \\ x_1 \geq 5 \\ 160.000x_1 + 800.000x_2 \leq 3.200.000 \end{cases}$$

$$(3) \quad f(x) = x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

Bài 1.4. Một xí nghiệp có thể sản xuất 3 loại sản phẩm thể thao ký hiệu là: A, B, C. Định mức hao phí nguyên liệu (kilogram), vốn (triệu đồng), lao

động (giờ công) và lợi nhuận (triệu đồng) thu được tính cho một đơn vị sản phẩm mỗi loại cho trong bảng sau:

Sản phẩm Thể thao	Nguyên liệu	Vốn	Lao động (giờ công)	Lợi nhuận
A	2	1	4	2
B	3	3	8	3
C	3	5	1	5
Mức huy động tối đa	150	120	100	

Xí nghiệp phải sản xuất bao nhiêu đơn vị sản phẩm mỗi loại sao cho trong phạm vi số nguyên liệu, vốn, giờ công huy động được, xí nghiệp đạt lợi nhuận cao nhất.

Lập mô hình bài toán trên.

Hướng dẫn giải

Gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là số sản phẩm A, B, C phải sản xuất.

Khi đó, $x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}$.

Tổng số nguyên liệu cần $2x_1 + 3x_2 + 3x_3$ kg, điều kiện: $2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 150$.

Tổng số vốn cần $1x_1 + 3x_2 + 5x_3$ triệu đồng, điều kiện: $1x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 120$.

Tổng số giờ công cần $4x_1 + 8x_2 + 1x_3$ giờ công, điều kiện:

$$4x_1 + 8x_2 + 1x_3 \leq 100.$$

Tổng lợi nhuận thu được $2x_1 + 3x_2 + 5x_3$, tổng này đạt tối đa.

Từ sự phân tích trên, ta có mô hình bài toán:

Tìm $x = (x_1, x_2, x_3)$ sao cho

$$(1) \quad x_j \geq 0, j = \overline{1, 3}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 150 \\ 1x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 120 \\ 4x_1 + 8x_2 + 1x_3 \leq 100 \end{cases}$$

$$(3) \quad f(x) = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

Xét nội dung **bài 1.4**, nếu trong điều khoản hợp đồng yêu cầu tối thiểu phải có sản xuất 10 đơn vị sản phẩm A, 20 sản phẩm B và tối đa 15 sản phẩm C.

Theo tính toán của xí nghiệp nguyên liệu được sử dụng hết. Khi đó, mô hình bài toán là

$$\begin{aligned}
 (1) \quad & x_j \geq 0, \forall j = \overline{1,3} \\
 (2) \quad & \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 150 \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 120 \\ 4x_1 + 8x_2 + x_3 \leq 100 \\ x_1 \geq 10 \\ x_2 \geq 20 \\ x_3 \leq 15 \end{cases} \\
 (3) \quad & f(x) = 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \max
 \end{aligned}$$

Bài 1.5. Để chuẩn bị cho đại hội thể dục thể thao toàn quốc lần thứ IX năm 2022, UBTDTT tổ chức tại 3 thành phố lớn: Hà Nội, Thành phố Hồ Chí Minh và Đà Nẵng. Để chuẩn bị chu đáo công tác tổ chức và tiết kiệm. Lãnh đạo UBTDTT yêu cầu, các nhà cung cấp thiết bị (dụng cụ thi đấu, phương tiện,...) uy tín là Công ty A, Công ty B, Công ty C với số thiết bị chuẩn bị cung cấp lần lượt là: 100; 200 và 300 thiết bị đến các thành phố tổ chức với số lượng thiết bị tại Hà Nội 280; Tp Hồ Chí Minh 210 và Đà Nẵng 110.

Biết rằng, chi phí vận chuyển mỗi thiết bị từ các Công ty A,B, C đến các thành phố Hà Nội, Tp Hồ Chí Minh và Đà Nẵng (triệu đồng/thiết bị) như sau:

Thành phố Công ty	Hà Nội	Hồ Chí Minh	Đà Nẵng
A	2	6	12
B	3	8	5
C	4	9	9

Hãy xây dựng mô hình để biểu diễn cho kế hoạch vận chuyển thiết bị sao cho các Công ty phân phối hết thiết bị, các thành phố tổ chức nhận đủ thiết bị và tổng chi phí vận chuyển thấp nhất.

Hướng dẫn giải

Gọi x_{11} là số thiết bị công ty A chuyển đến Hà Nội

x_{12} là số thiết bị công ty A chuyển đến Hồ Chí Minh

x_{13} là số thiết bị công ty A chuyển đến Đà Nẵng

Tổng thiết bị công ty A cung cấp là $x_{11} + x_{12} + x_{13}$, tổng này bằng 100

Tức là, $x_{11} + x_{12} + x_{13} = 100$

Gọi x_{21} là số thiết bị công ty B chuyển đến Hà Nội

x_{22} là số thiết bị công ty B chuyển đến Hồ Chí Minh

x_{23} là số thiết bị công ty B chuyển đến Đà Nẵng

Tổng thiết bị công ty B cung cấp là $x_{21} + x_{22} + x_{23}$, tổng này bằng 200

Tức là, $x_{21} + x_{22} + x_{23} = 200$

Gọi x_{31} là số thiết bị công ty C chuyển đến Hà Nội

x_{32} là số thiết bị công ty C chuyển đến Hồ Chí Minh

x_{33} là số thiết bị công ty C chuyển đến Đà Nẵng

Tổng thiết bị công ty C cung cấp là $x_{31} + x_{32} + x_{33}$, điều kiện:

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} = 300$$

Tổng số thiết bị Hà Nội nhận là $x_{11} + x_{21} + x_{31}$ thiết bị, điều kiện:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} = 280$$

Tổng số thiết bị Tp Hồ Chí Minh nhận là $x_{12} + x_{22} + x_{32}$ thiết bị, điều kiện:

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} = 210$$

Tổng số thiết bị Đà Nẵng nhận là $x_{13} + x_{23} + x_{33}$ thiết bị, điều kiện:

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} = 110$$

Tổng chi phí vận chuyển:

$2x_{11} + 6x_{12} + 12x_{13} + 3x_{21} + 8x_{22} + 5x_{23} + 4x_{31} + 9x_{32} + 9x_{33}$, tổng này phải nhỏ nhất.

Từ sự phân tích trên ta có mô hình:

Tìm $x = (x_{ij})_{3 \times 3}$ thỏa mãn

$$(1) \quad x_{ij} \geq 0, i, j = \overline{1, 3}.$$

$$(2) \begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} = 100 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} = 200 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} = 300 \\ x_{11} + x_{21} + x_{31} = 280 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 210 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 110 \end{cases}$$

$$(3) \quad f(x) = 2x_{11} + 6x_{12} + 12x_{13} + 3x_{21} + 8x_{22} + 5x_{23} + 4x_{31} + 9x_{32} + 9x_{33} \rightarrow \min$$

Bài toán trên gọi là bài toán cân bằng thu phát (tổng cung bằng tổng cầu)
bằng 600 thiết bị.