

BỘ GIAO THÔNG VẬN TẢI
TRƯỜNG CAO ĐẲNG GIAO THÔNG VẬN TẢI TRUNG ƯƠNG I

GIÁO TRÌNH
Môn học: Cơ lý thuyết
NGHỀ: XÂY DỰNG CẦU ĐƯỜNG
TRÌNH ĐỘ: TRUNG CẤP

Hà Nội – 2017

LỜI MỞ ĐẦU

Cơ lý thuyết là môn học bắt buộc trong chương trình dạy dài hạn, nhằm trang bị cho người học một số kiến thức, kỹ năng tính toán kết cấu công trình.

Hiện nay các cơ sở đào tạo đều đang sử dụng tài liệu giảng dạy theo nội dung tự biên soạn, chưa được có giáo trình giảng dạy chuẩn ban hành thống nhất, vì vậy các giáo viên và sinh viên đang thiếu tài liệu để giảng dạy và tham khảo.

Nhằm đáp ứng yêu cầu giảng dạy và học tập trong giai đoạn mới của nhà trường, tập thể giáo viên khoa Công trình đã biên soạn giáo trình môn học Cơ lý thuyết hệ Trung cấp, giáo trình này gồm những nội dung chính như sau:

Chương 1: Những khái niệm cơ bản và các tiên đề tĩnh học

Chương 2: Hệ lực phẳng đồng quy

Chương 3: Hệ lực phẳng song song

Chương 4: Mômen của lực đối với một điểm và Ngẫu lực.

Chương 5: Hệ lực phẳng bất kỳ

Chương 6: Ma Sát

Chương 7: Hệ lực không gian

Chương 8: Trọng tâm

Trong quá trình biên soạn chúng tôi đã tham khảo các nguồn tài liệu sẵn có trong nước và với kinh nghiệm giảng dạy thực tế. Mặc dù đã có nhiều nỗ lực, tuy nhiên không tránh khỏi thiếu sót.

Chúng tôi rất trân trọng và cảm ơn những ý kiến đóng góp của đồng nghiệp và các nhà chuyên môn để giáo trình Cơ lý thuyết đạt được sự hoàn thiện trong những lần biên soạn sau này.

MỤC LỤC

LỜI MỞ ĐẦU	1
MỤC LỤC	2
CHƯƠNG I: NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ CÁC TIÊN ĐỀ TỈNH HỌC	3
CHƯƠNG II: HỆ LỰC PHẪNG ĐỒNG QUY	12
CHƯƠNG III: HỆ LỰC PHẪNG SONG SONG	22
CHƯƠNG IV: MÔ MEM CỦA MỘT LỰC ĐỐI VỚI MỘT ĐIỂM – NGẪU LỰC	27
CHƯƠNG V: HỆ LỰC PHẪNG BẤT KỲ	34
CHƯƠNG VI : MA SẮT	46
CHƯƠNG 7: HỆ LỰC KHÔNG GIAN	51
CHƯƠNG 8: TRỌNG TÂM.....	58

CHƯƠNG I: NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ CÁC TIÊN ĐỀ TĨNH HỌC

1.1. Những khái niệm cơ bản

1.1.1. Vật rắn tuyệt đối

Nghiên cứu về vật thể trong cơ lý thuyết được biểu diễn dưới hai dạng mô hình: Chất điểm và hệ chất điểm

* Chất điểm là điểm hình học

* Hệ chất điểm (Cơ hệ) là tập hợp các chất điểm, trong đó vị trí và chuyển động của chất điểm bất kỳ phụ thuộc vào những chất điểm còn lại.

Khái niệm về chất điểm và hệ chất điểm đều có tính chất tương đối(Ví dụ: Một đoàn tàu, một ô tô chuyển động trên đường, trái đất trong thái dương hệ cũng co là chất điểm)

* Vật rắn tuyệt đối là một cơ hệ trong đó khoảng cách giữa 2 điểm bất kỳ thuộc hệ luôn không đổi.

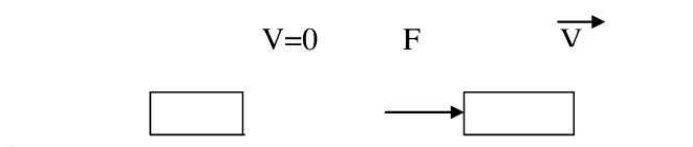
Hay nói khác đi vật rắn tuyệt đối là vật khi chịu tác dụng, có hình dáng và kích thước không đổi.

(Trong thực tế không có vật rắn tuyệt đối. Trong những điều kiện có tác động khác nhau, vật thể sẽ có những biến dạng bé, với sai số cho phép thì có thể bỏ qua biến dạng. Bài toán có kể đến biến dạng được khảo sát trong các môn sức bền vật liệu, cơ học kết cấu)

1.1.2. Lực

a- Định nghĩa:

+ Lực là số đo sự tác dụng tương hỗ giữa các vật thể mà kết quả làm cho vật thay đổi vận tốc hoặc làm cho vật biến dạng

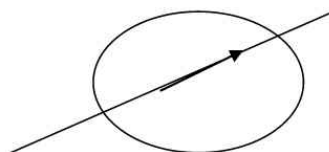


b- Các yếu tố về lực

- Lực được đặc trưng bởi: Điểm đặt , hướng(Phương, chiều) , cường độ lực

+ Điểm đặt của lực: Là điểm mà tại đó vật nhận được tác dụng từ vật khác.

+ Phương và chiều của lực: Là phương và chiều chuyển động của vật,



từ trạng thái đứng yên dưới tác dụng cơ học

+ Biểu diễn lực bằng vec tơ lực: Gốc vec tơ biểu diễn điểm đặt lực, hướng vec tơ biểu diễn hướng của lực, độ dài của vec tơ biểu diễn cường độ lực.

+ Ký hiệu lực bằng một chữ cái có dấu vec tơ bên trên: $\vec{F}$, $\vec{P}$

+ Cường độ của lực: Là số đo độ mạnh yếu của tương tác cơ học

+ Đơn vị của lực là Niuton (N)

$$\text{Bội số: } 1 \text{ KN} = 10^3 \text{ N}$$

$$1 \text{ MN} = 10^6 \text{ N}$$

c- Cách biểu diễn lực

Lực là đại lượng vec tơ được biểu diễn bằng vec tơ lực, ký hiệu: $\vec{F}$

- Có gốc trùng với điểm đặt của lực.

- Phương, chiều là phương chiều của lực, độ dài tỷ lệ với trị số của lực

+ Ví dụ: Lực $\vec{F}$ có trị số 150N . Hãy biểu diễn lực theo tỷ lệ 5N trên độ dài 1mm

Giải:

$$\text{Độ dài của vec tơ } \vec{F} \text{ là } \frac{150}{5} = 30\text{mm}$$

Từ điểm A ta kẻ phương Ab . Đặt lên đó một độ dài AB = 30mm
Vec tơ $\vec{AB}$ biểu diễn lực F cần tìm



1.1.3. Trạng thái cân bằng của vật

-Chuyển động là sự thay đổi vị trí của vật rắn theo thời gian so với một vật khác được chọn làm mốc nghiên cứu. Vật chọn làm mốc được gọi là hệ quy chiếu.

Để tính toán ta thường gắn vào hệ quy chiếu một hệ trục toạ độ.

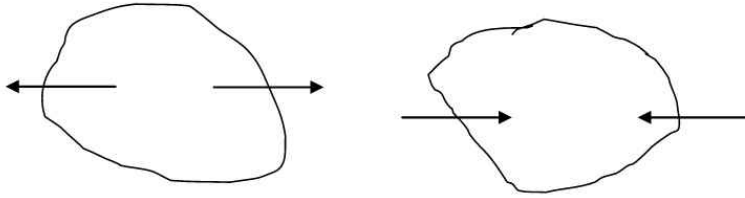
- Trạng thái cân bằng của vật rắn là trạng thái đứng yên của nó so với hệ quy chiếu được chọn

- Trạng thái cân bằng cũng mang tính chất tương đối (Nó cân bằng với hệ quy chiếu nhưng không cân bằng với hệ quy chiếu khác)

1.1.4. Một số định nghĩa khác

a- Hai lực trực đối:

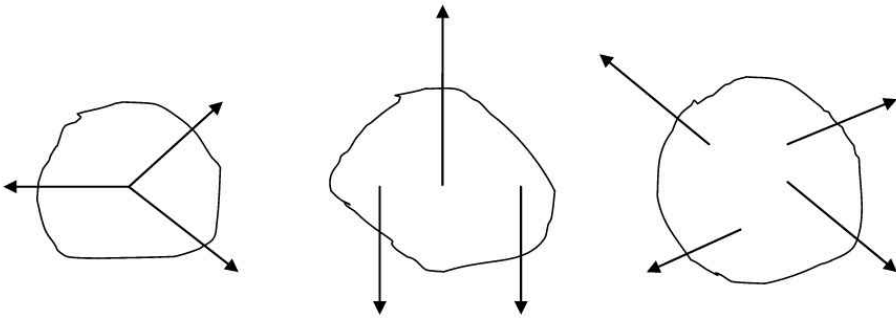
Là hai lực có cùng trị số, cùng đường tác dụng, nhưng ngược chiều nhau.



b- Hệ lực:

Tập hợp nhiều lực cùng tác dụng lên một vật gọi là hệ lực, Ký hiệu: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$

Ví dụ:



HLP đồng quy

HLP song song

HLP bất kỳ

c- Hệ lực tương đương:

Hai hệ lực được gọi là tương đương khi chúng có cùng tác dụng cơ học lên một vật.

$$\text{Ký hiệu: } (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{R}'_1, \vec{R}'_2, \dots, \vec{R}'_n)$$

Dấu $\sim$ đọc là tương đương

d- Hợp lực

Một lực duy nhất tương đương với tác dụng cả hệ:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim \vec{R} \text{ thì } \vec{R} \text{ là hợp lực của } (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$$

e- Hệ lực cân bằng

Là hệ lực mà dưới tác dụng của nó vật rắn nằm ở vị trí cân bằng

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$$

f- Ngẫu lực:

Là hệ lực song song ngược chiều, có trị số bằng nhau và không cùng đường tác dụng.

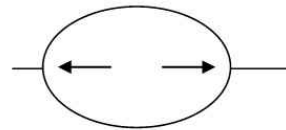


Khoảng cách d giữa hai đường tác dụng của ngẫu gọi là cánh tay đòn của ngẫu lực (Mặt phẳng chứa 2 lực gọi là mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực). Ngẫu lực có tác dụng làm quay vật thể.

1.2. Các tiên đề tĩnh học

1.2.1. Tiên đề 1: (Tiên đề về hai lực cân bằng)

Điều kiện cân và đủ để vật rắn cân bằng dưới tác dụng của hai lực là hai lực đó phải cùng cường độ, cùng phương và ngược chiều



1.2.2. Tiên đề 2: (Tiên đề về thêm, bớt hai lực cân bằng)

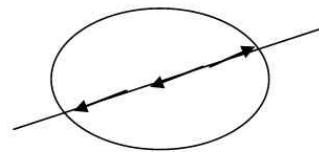
Tác dụng của hệ lực lên vật rắn không thay đổi nếu ta thêm vào hay bớt đi 2 lực cân bằng

Ví dụ:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n, \vec{P}_1, \vec{P}_2) \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n)$$

trong đó bớt đi 2 lực cân bằng

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim 0$$



$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n, \vec{R}_1, \vec{R}_2) \text{ trong đó thêm 2 lực cân bằng } (\vec{R}_1, \vec{R}_2) \sim 0$$

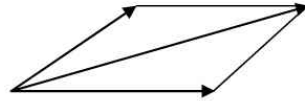
Hệ quả: Tác dụng của lực lên một vật rắn không thay đổi khi trượt lực trên đường tác dụng của nó

Chứng minh: Tại B ta thêm 2 lực $\vec{F}_2, \vec{F}_3$. Trong đó $\vec{F}_2 = -\vec{F}_3$ và $\vec{F}_2 = \vec{F}_1 \rightarrow \vec{F}_3 = -\vec{F}_1 \rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_3 = 0 \rightarrow$ còn $\vec{F}_2$. $\vec{F}_2$ chỉ khác $\vec{F}_1$ là điểm đặt tại điểm B, hay dời lực từ A đến B trên đường tác dụng của nó

1.2.3. Tiên đề 3: (Tiên đề hình bình hành lực)

Hai lực tác dụng lên vật rắn tại cùng một điểm tương đương với một lực đặt tại cùng điểm đó xác định bằng đường chéo của hình bình hành vẽ từ hai lực đã cho $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \sim \vec{R}$

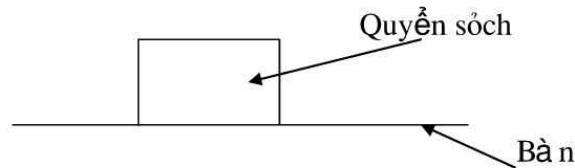
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



Từ đó cũng có thể xác định được 1 hợp lực từ nhiều lực tác dụng tại một điểm

1.2.4. Tiên đề 4: (Lực tác dụng và phản lực tác dụng)

Lực tác dụng và phản lực là hai lực trực đối. Tuy nhiên lực tác dụng và phản lực tác dụng không phải là hai lực cân bằng vì chúng đặt vào 2 vật khác nhau.

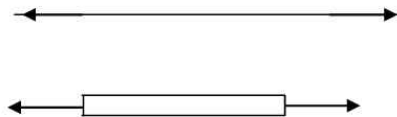


1.2.5. Tiên đề 5: (Hoá rắn)

Một vật biến dạng cân bằng thì khi hoá rắn nó vẫn cân bằng.

Ví dụ;

Dây mềm AB cân bằng bởi $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ Khi thay dây AB bằng vật rắn C thì vật C vẫn cân bằng



1.2.6. Tiên đề 6: (Giải phóng liên kết)

- Vật tự do là vật có thể di chuyển từ vị trí đang khảo sát đến vị trí khác

- Vật khảo sát là vật cần xem xét trạng thái cân bằng hay chuyển động.

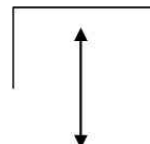
- Liên kết là điều kiện cản trở chuyển động của vật khảo sát

- Vật liên kết là vật tạo ra các cản trở chuyển động

Ví dụ : cuốn sách là vật khảo sát còn bàn là vật liên kết.

- Lực liên kết là lực xuất hiện tại các liên kết

+ Phản lực là lực của vật liên kết tác dụng lên vật khảo sát được đặt vào vật khảo sát (N).



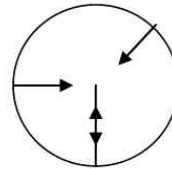
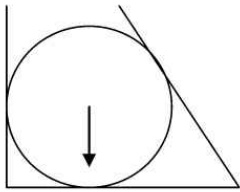
+ Áp lực là lực của vật khảo sát tác dụng lên vật liên kết ($\vec{N}'$)

Theo tiên đề 4 :

$$\vec{N} = -\vec{N}'$$

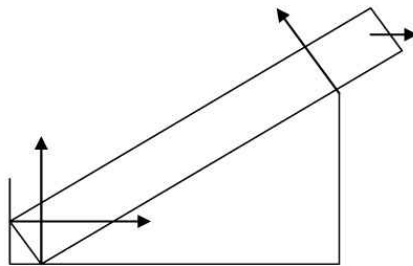
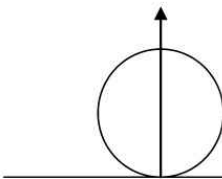
Phản lực cùng phương, ngược chiều với hướng chuyển động của vật khảo sát. Trị số của phản lực liên kết phụ thuộc vào lực tác dụng từ vật khảo sát.

Tiên đề 6 phát biểu như sau : Vật chịu liên kết cân bằng được coi là vật tự do nếu thay liên kết bằng phản lực liên kết



1.3. Các liên kết thường gặp

a- Liên kết tựa

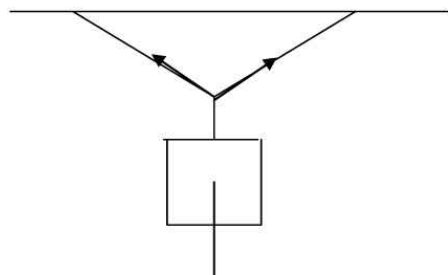
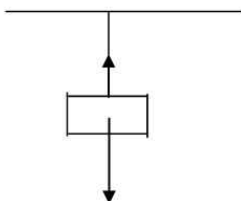


Liên kết tựa là liên kết mà vật này tựa lên vật khác với giả thiết mặt tựa nhẵn và rắn , phản lực hướng theo pháp tuyến chung của mặt tiếp xúc , ngược với chiều di chuyển bị cản trở

Liên kết tựa cản trở chuyển động của vật khảo sát , phản lực vuông góc mặt tiếp xúc có chiều đi về phía vật khảo sát. Ký hiệu: N

b- Liên kết dây mềm

Cản trở vật khảo sát theo phương của dây, giả thiết bỏ qua trọng lượng của dây, phản lực có hướng dọc theo dây và điểm đặt tại điểm buộc. Ký hiệu : T

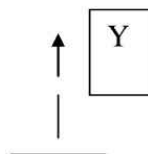


c- Gối đỡ bản lề trục

* Gối đỡ bản lề di động

Cản trở vật khảo sát theo phương thẳng đứng, phản lực có phương giống liên kết tựa, phản lực đặt ở tâm bản lề .

Ký hiệu: $\vec{Y}$



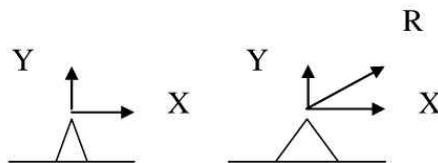
• Liên kết bản lề cố định

Cản trở vật khảo sát theo 2 phương: Nằm ngang và thẳng đứng

Phản lực có 2 thành phần :

$\vec{X}$ và $\vec{Y}$

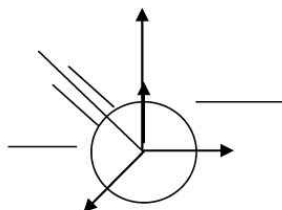
Phản lực toàn phần: $\vec{R}$



d. Liên kết bản lề cầu

Gồm quả cầu xoay được trong hốc cầu. Phản lực đi qua tâm cầu có phương chiều thay đổi.

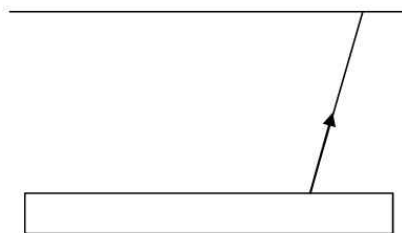
phản lực được phân tích làm 3 thành phần: X , Y , Z



e. Liên kết thanh

Cản trở vật khảo sát chuyển động theo phương của thanh (Bỏ qua trọng lượng của thanh).
Phản lực có phương dọc theo thanh, nằm trên đường thẳng nối trục hai bản lề

Ký hiệu: $\overrightarrow{S}$

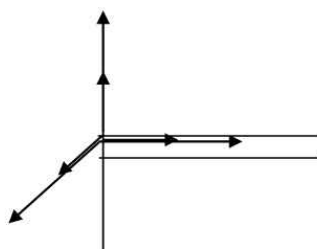


Trong kỹ thuật, các liên kết bản lề và liên kết tựa được thể hiện qua gối cố định (A) và gối di động (B) . Muốn vẽ phản lực tại gối cố định và gối di động phải căn cứ vào các liên kết tương ứng



g. Liên kết ngàm

là liên kết khi một vật được nối cứng vào một vật khác



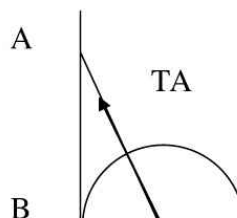
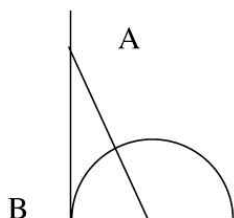
1.4. Xác định hệ lực tác dụng lên vật khảo sát

Hệ lực tác dụng lên vật khảo sát gồm: tải trọng (Lực tác dụng) và phản lực.

Tách vật khảo sát khỏi các liên kết thay vào đó các phản lực tương ứng, làm như vậy gọi là giải phóng liên kết.

Sau khi giải phóng liên kết vật khảo sát là vật tự do cân bằng dưới tác dụng của hệ lực gồm lực tác dụng và phản lực.

+ Ví dụ: Quả cầu đồng nhất có trọng lượng P treo vào mặt tường nhẵn, thẳng đứng nhờ dây OA . Xác định hệ lực tác dụng lên quả cầu



- Vật khảo sát: Quả cầu
 - Lực đã cho: Trọng lượng $\vec{P}$
 - Giải phóng liên kết:
 - + Thay liên kết dây bằng sức căng: $\vec{TA}$
 - + Thay liên kết tựa ở B bằng phản lực tựa: $\vec{NB}$
- Ta xem quả cầu cân bằng dưới tác dụng của hệ lực :
- $(\vec{P}, \vec{TA}, \vec{NB})$

CHƯƠNG II: HỆ LỰC PHẪNG ĐỒNG QUY

2.1. Khảo sát hệ lực phẳng đồng quy bằng phương pháp hình học

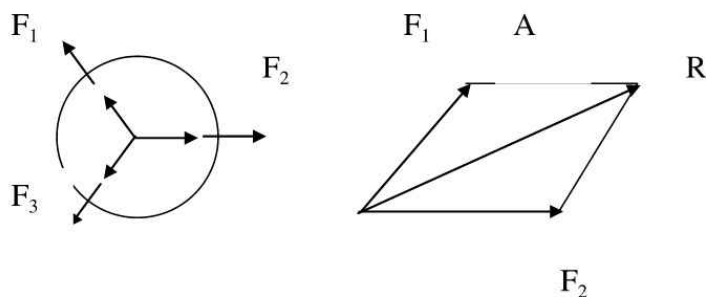
2.1.1. Định nghĩa:

Hệ lực phẳng đồng quy là hệ lực gồm các lực có đường tác dụng nằm trong một mặt phẳng và cắt nhau tại một điểm.

2.1.2. Xác định hợp lực của hai lực đồng quy

a. Quy tắc hình bình hành lực

Cho hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đồng quy tại 0



Theo tiên đề 3 ta có hợp lực $\vec{R}$ đặt tại 0 phương chiều trị số xác định như sau:

Trị số $\vec{R}$

xét tam giác 0AC Theo định lý hàm số Cosin ta có:

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos(180^\circ - \alpha)$$

$$\text{Vì } \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\text{Nên: } R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha} \quad (2-1)$$

- Phương chiều của $\vec{R}$

áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác 0AC

$$\frac{F_1}{\sin \alpha_1} = \frac{F_2}{\sin \alpha_2} = \frac{R}{\sin(180^\circ - \alpha)}$$

Vì:

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

Nên:

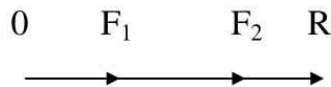
$$\frac{F_1}{\sin \alpha_1} = \frac{F_2}{\sin \alpha_2} = \frac{R}{\sin \alpha}$$

Suy ra:

$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha_1 &= \frac{F_1}{R} \sin \alpha \\ \sin \alpha_2 &= \frac{F_2}{R} \sin \alpha \end{aligned} \right| \quad (2-2)$$

α_1, α_2 xác định phương chiều của R
+ **Các trường hợp đặc biệt:**

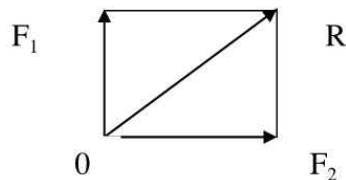
- Hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng phương, cùng chiều
 $\alpha = 0$; $\cos \alpha = 1$
 $R = F_1 + F_2$



- Khi $\alpha = 180^\circ$, $\cos \alpha = -1$, $R = F_1 - F_2$ (Với $F_1 > F_2$) thì R cùng phương chiều với F_1 (Với lực lớn hơn)



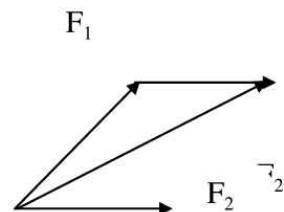
- Khi $\alpha = 90^\circ$, $\cos \alpha = 0$, $R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$



b. **Quy tắc tam giác lực**

Cho hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ đồng quy tại 0.

Từ mút $\vec{F}_1$ đặt nối tiếp $\vec{F}_2'$ song



song cùng chiều cùng trị số F_2 0

Hợp lực $\vec{R}$ có gốc tại 0 và có
mút trùng với $\vec{F}_2'$

$$\text{Rõ ràng } \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Hợp lực $\vec{R}$ đồng quy tam giác
lập bởi hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$. Trị số và
phương chiều của $\vec{R}$ được xác
định theo công thức (2 – 1) và
(2 – 2)

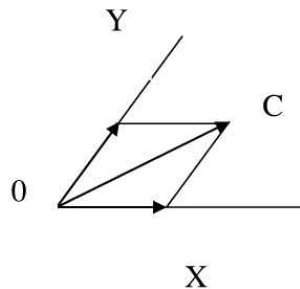
2.1.3. Phân tích một lực thành hai lực đồng quy

Biết lực $\vec{R}$ đặt tại 0 và 2 phương
 X và Y Cần phân tích $\vec{R}$ thành $\vec{F}_1$
và $\vec{F}_2$ đặt trên 2 phương đó

Ta làm như sau:

Từ mút C của lực $\vec{R}$ kẻ các
đường song song với 2 phương đã
cho, chúng cắt X ở B và cắt Y ở A

Ta có $OACB$ là hình bình hành
 $\vec{OA} = \vec{F}_1$; $\vec{OB} = \vec{F}_2$



2.1.4. Hợp hệ lực phẳng đồng quy bằng phương pháp hình học

Cho hệ lực phẳng ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$)
đồng quy tại 0 .

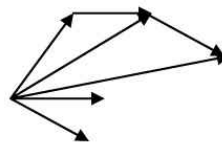
Tìm hợp lực của hệ lực trên.

Trước hết ta hợp $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ theo
tam giác lực ta được $\vec{R}_1$.

$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Tiếp tục hợp $\vec{R}_1$ với $\vec{F}_3$ ta

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{R}_1 + \vec{F}_3 = \vec{R}_1 + \vec{F}_3 \\ &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \end{aligned}$$



Tổng quát: Hợp lực của hệ lực ($\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$) là



$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = \Sigma \vec{F}$$

$\vec{R}$ có gốc ở 0 còn mút trùng với véc tơ đồng đẳng với lực cuối
Hợp lực $\vec{R}$ đóng kín đa giác lực lập bởi các lực đã cho

* Kết luận: Hệ lực phẳng đồng quy có hợp lực . Hợp lực đặt tại điểm đồng quy và được xác định bằng quy tắc hình bình hành

2.1.5. Điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng đồng quy

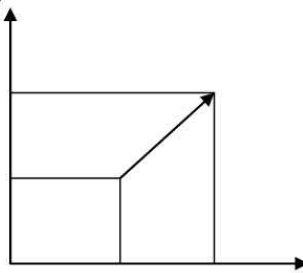
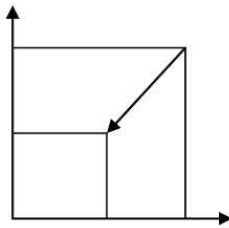
Để hệ lực phẳng đồng quy cân bằng thì hợp lực của nó có trị số bằng 0 . muốn vậy đa giác lực phải tự đóng kín (Nghĩa là trên đa giác lực mút của véc tơ cuối cùng phải trùng với gốc của véc tơ lực đầu tiên)

Bài tập 1 :

2.2. Khảo sát hệ lực phẳng đồng quy bằng phương pháp giải tích

2.2.1. Chiếu một lực lên hệ toạ độ vuông góc

cho lực $\vec{F}$ và hệ toạ độ vuông góc xoy



Tìm hình chiếu của các lực lên trục ox và oy

Lực $\vec{F}$ hợp với trục ox một góc α

Hình chiếu của $\vec{F}$ trên ox và oy

$$\begin{aligned} X &= \pm F \cos \alpha \\ Y &= \pm F \sin \alpha \end{aligned} \quad (2-3)$$

Dấu (+) chiều của lực cùng chiều với trục và ngược lại

• Trường hợp đặc biệt:

- Nếu lực $\vec{F} //$ trục x

Thì F_x hay $X = \pm F$

$Y = 0$ (vì $F \perp$ trục y)

- Nếu lực $\vec{F} //$ trục y

$X = 0$

$Y = \pm F$

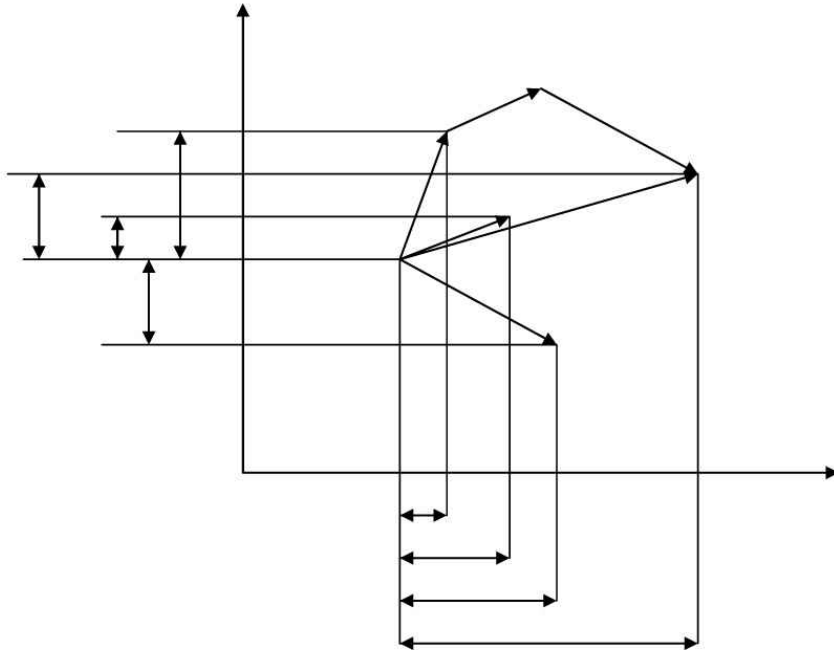
Chú ý : Khi biết X và Y của $\vec{F}$ trên trục o x và oy , ta hoàn toàn xác định được $\vec{F}$

+ Về trị số : $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$ (2 – 4)

+ Về phương chiều : $\operatorname{tg} \alpha = \frac{Y}{X}$ (2 – 5)

2.2.2. Xác định hợp lực của hệ lực phẳng đồng quy bằng phương pháp giải tích (Phương pháp chiếu lực) →

Cho hệ lực phẳng đồng quy (F_1, F_2, F_n) và hệ trục tọa độ vuông góc xoy



Chúng ta có :

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum \vec{F}$$

Hình chiếu của R vào 2 trục tọa độ là R_X và R_Y

$$R_X = X_1 + X_2 + \dots + X_n = \sum X$$

$$R_Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = \sum Y$$

Hợp lực $\vec{R}$ có :

- Trị số : $R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2} = \sqrt{(\sum X)^2 + (\sum Y)^2}$ (2 – 6)

- Phương chiều :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_y}{R_x} = \frac{\Sigma Y}{\Sigma X} \quad (2-7)$$

2.2.3. Điều kiện cân bằng của hệ lực phẳng đồng quy

* Phương pháp hình học

Kết luận: Điều kiện cần và đủ để một hệ lực phẳng đồng quy cân bằng là đa giác lực tự đóng kín

- Phương pháp giải tích (Phương pháp chiếu lực)

Muốn hệ lực phẳng đồng quy cân bằng thì hợp lực $\vec{R}$ phải bằng 0

$$\vec{R} = 0$$

$$\text{Hay } R = \sqrt{(\Sigma X)^2 + (\Sigma Y)^2} = 0$$

Vì $(\Sigma X)^2$ và $(\Sigma Y)^2$ là những số dương nên $R = 0$

$$\text{Khi } \begin{array}{l} \Sigma X = 0 \\ \Sigma Y = 0 \end{array} \quad (2-8)$$

Kết luận : Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng đồng quy cân bằng là tổng hình chiếu của các lực lên 2 trục tọa độ đều bằng 0

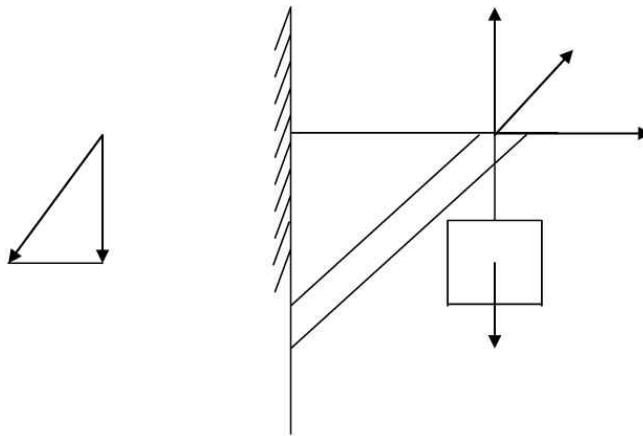
d- Phương pháp giải bài toán vật rắn cân bằng dưới tác dụng của hệ lực phẳng đồng quy

Theo trình tự sau :

- + Chọn vật cân bằng
- + Đặt lực
- + Giải bài toán:
 - Phương pháp hình học
 - Phương pháp giải tích (Phương pháp chiếu lực)
- + Nhận định kết quả

Ví dụ:

Một vật cân bằng nặng $P = 100\text{N}$ treo vào đầu O của thanh OA, thanh được giữ cân bằng trong mặt phẳng thẳng đứng nhờ bản lề A và dây nằm ngang tạo với OA một góc AOB. Xác định lực căng dây OB và lực nén thanh OA (Bỏ qua trọng lượng thanh)



Bài giải:

→ Khảo sát cân bằng ở nút 0 chịu 3 lực đồng quy, gồm : Trọng lượng $\vec{P}$, Lực căng $\vec{T}$ của dây) 0B và phản lực $\vec{S}$ của thanh OA

Nút cân bằng dưới tác dụng của 3 lực($\vec{P}$, $\vec{T}$, $\vec{S}$)

Giải bài toán theo 2 phương pháp

+ Phương pháp giải tích:

Chọn hệ trục tọa độ vuông góc xoy

Thiết lập phương trình cân bằng

$$\sum X = - T + S \cos 45^0 = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y = - P + S \sin 45^0 = 0 \quad (2)$$

Giải phương trình (2)

$$S = \frac{P}{\cos 45^0} = \frac{P}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = P\sqrt{2} = 100\sqrt{2}$$

$$S = 141,4 \text{ N}$$

Giải phương trình (1):

$$T = S \cos 45^0$$

$$T = 100\sqrt{2} \frac{\sqrt{2}}{2} = 100 \text{ N}$$

2.3. Định lý về 3 lực phẳng không song song cân bằng

2.3.1. Định lý

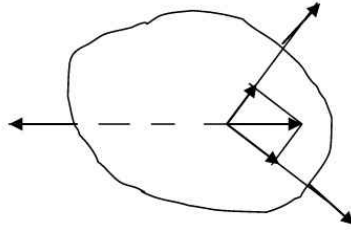
Nếu có 3 lực phẳng không song song cân bằng thì đường tác dụng của chúng sẽ đồng quy tại một điểm

→ Chứng minh: Giả sử có 3 lực

F_1, F_2, F_3 cùng nằm trong một mặt phẳng, không song song và cân bằng nhau.

Do 2 lực: $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ không song song nên đồng quy tại một điểm A, ta trượt các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ về A rồi tổng hợp 2 lực có được:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$



Khi đó hệ lực $(F_1, F_2, F_3) \sim (R, F_3)$

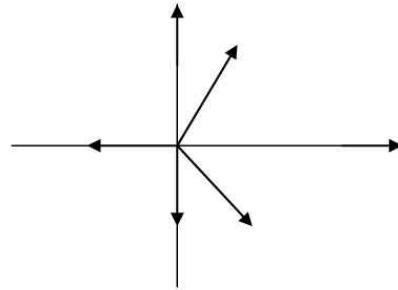
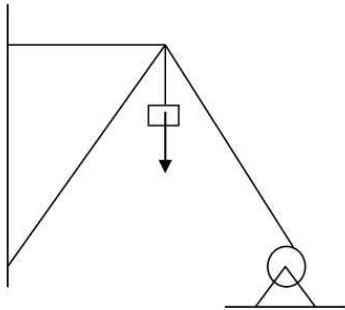
Do vậy (F_1, F_2, F_3) Cân bằng thì (R, F_3) cũng cân bằng

$$\rightarrow (R, F_3) = 0$$

Theo tiên đề 1 thì R và F_3 phải trực đối nghĩa là F_3 có đường tác dụng đi qua A

2.3.2. Áp dụng để xác định phương của phản lực liên kết

Bài tập 1: Một vật có trọng lượng $P = 2000\text{N}$ treo bằng cáp vắt qua ròng rọc A có bán kính không đáng kể và nối với trục kéo D. Xác định phản lực của các thanh AB, AC (Các góc cho trên hình vẽ)



+ Ròng rọc A cân bằng dưới tác dụng của lực P, các phản lực S_1, S_2 và T. Do bán kính ròng rọc không đáng kể nên ta có P, S_1, S_2, T đồng quy tại O

+ Bỏ qua ma sát ở ròng rọc nên $T = P$

Chọn hệ trục xOy có oy trùng phương của P

Chiếu các lực lên 2 trục ta có :

$$\sum X = S_2 \cos 60^\circ + T \cos 60^\circ - S_1 = 0$$

$$\sum Y = S_2 \sin 60^\circ - T \sin 60^\circ - P = 0$$