

CHƯƠNG III: CẮT- TINH MỐI NỐI ĐÌNH TÁN

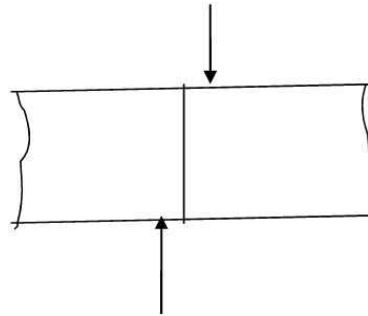
3.1. Hiện tượng cắt- Ứng suất và biến dạng về cắt-

Định luật Húc về cắt

3.1.1. Hiện tượng cắt, dập thanh

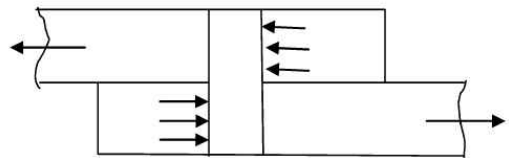
a. Khái niệm về cắt thanh

Một thanh được gọi là chịu cắt nếu chịu tác dụng của 2 lực song song P , có trị số bằng nhau nhưng ngược chiều nhau và nằm trong hai mặt phẳng gần nhau



b. Khái niệm về dập thanh

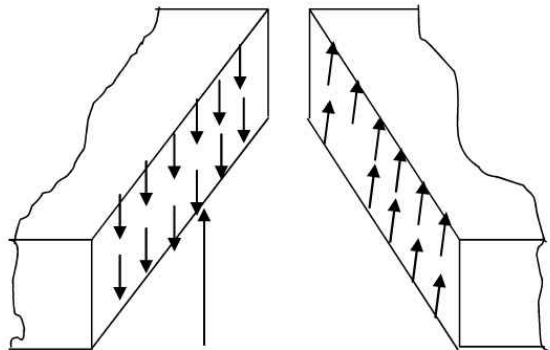
Dập là hiện tượng nén cục bộ xảy ra trên một diện tích truyền lực tương đối nhỏ của hai cấu kiện nén vào nhau



3.1.2. Ứng suất cắt, dập thanh và biến dạng cắt

a. Ứng suất cắt thanh

Dùng mặt phẳng tưởng tượng cắt thanh làm 2 phần. Xét cân bằng phần trái ta thấy trên tiết diện mặt cắt F_c xuất hiện các nội lực nằm trong mặt phẳng. Nội lực này chỉ gồm có ứng suất



tiếp

τ Có hợp lực bằng P

Giả thiết ứng suất τ

Phân bố đều trên mặt cắt ta có:

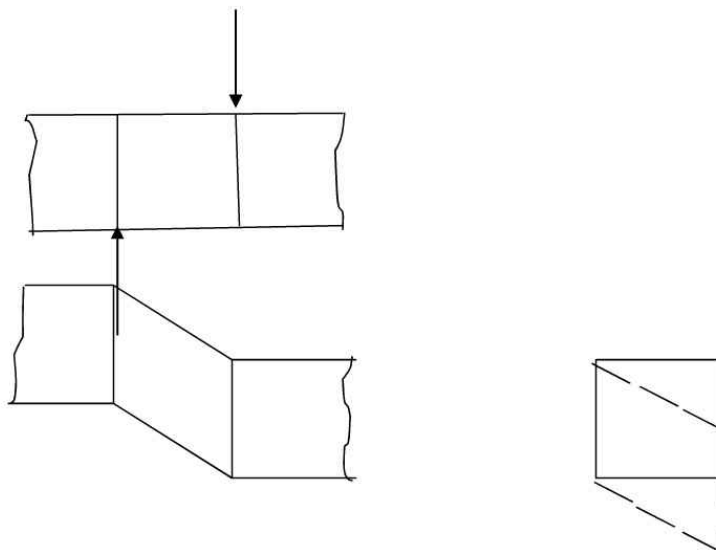
$$\tau \cdot F_c = P \rightarrow \tau = \frac{P}{F_c}$$

Trong đó: τ là ứng suất tiếp (ứng suất cắt)

F_c là diện tích tiết diện mặt cắt

P là lực cắt

b. Biến dạng cắt



Xét 2 mặt cắt a b và cd nằm gần nhau. Sau khi tác dụng lực cắt P ta thấy hình chữ nhật abcd biến dạng thành hình bình hành.

$CC' = cd = \Delta s$ là độ trượt tuyệt đối giữa 2 mặt cắt gần nhau

Xét theo điều kiện biến dạng bền ta có:

$$\frac{\Delta s}{bc} = \operatorname{tg} \gamma = \gamma$$

Trong đó: γ là độ trượt tương đối, đơn vị Radian

-Khi ứng suất cắt không vượt quá ứng suất cắt tỷ lệ ($\tau \leq \tau_{tl}$)

Ta có định luật Húc về cắt như sau: Ứng suất cắt tỷ lệ thuận với độ trượt tương đối

$$\tau = \gamma \cdot G$$

Trong đó : G là mô đun đàn hồi khi cắt của vật liệu (MN/m^2)

-Điều kiện bền cắt: Kết cấu chịu cắt được đảm bảo điều kiện bền khi thỏa mãn điều kiện:

$$\tau = \frac{P}{F_c} \leq [\tau_c]$$

Trong đó: $[\tau_c]$ là ứng suất cắt cho phép

c. Ứng suất dập

Giả thiết ứng suất dập phân bố đều trên mặt dập thì ứng suất dập được tính

$$\sigma_d = \frac{P}{F_d}$$

Trong đó F_d là diện tích tiết diện dập

-Điều kiện bền dập

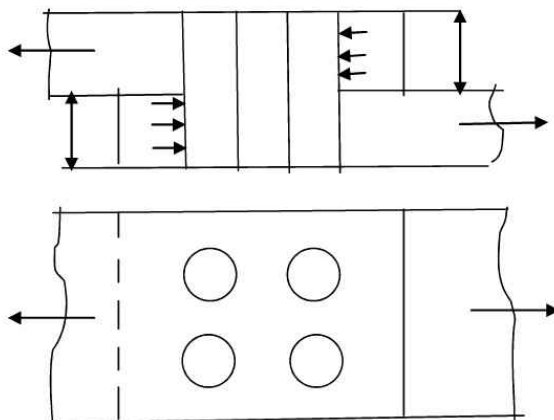
$$\sigma_d = \frac{P}{F_d} \leq [\sigma_d]$$

Trong đó $[\sigma_d]$

là ứng suất dập cho phép

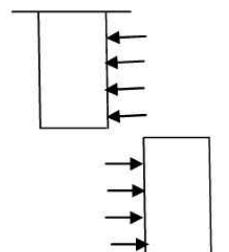
3.2. Tính mối nối đinh tán

3.2.1. Tính về cắt



Cho hai thanh nối với nhau bằng 4 đinh tán. Giả thiết lực P phân bố đều cho 4 đinh tán thì mỗi đinh tán chịu một lực là:

$$P_1 = \frac{P}{4}$$



Dưới tác dụng của lực P_1 thì mỗi đinh tán

đều chịu cắt và dập.

-Lực P_1 có tác dụng làm cho 2 phần của đinh tán trượt lên nhau theo mặt cắt m-n. Gọi d là đường kính của đinh tán thì ứng suất cắt trên mỗi đinh tán là:

$$\tau = \frac{P_1}{F_c}$$

Mà ta có $P_1 = \frac{P}{4}$ và $F_c = \frac{\pi d^2}{4}$

$$\rightarrow \tau = \frac{P_1}{F_c} = \frac{\frac{P}{4}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{P}{4 \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_c]$$

Trong trường hợp tổng quát có n đỉnh tán thì

$$\tau = \frac{P}{n \cdot \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_c] \quad (1)$$

Từ điều kiện bền cắt (1). Khi biết đường kính đỉnh tán d ta tìm được số đỉnh tán cần thiết là:

$$n \geq \frac{4}{[\tau_c] \cdot \pi d^2}$$

Hoặc khi biết số đỉnh tán n ta tìm được đường kính cần thiết của đỉnh tán là:

$$d \geq \sqrt{\frac{4P}{[\tau_c] \pi \cdot n}}$$

3.2.2. Tính về dập

Giả thiết ứng suất dập phân bố đều trên mặt cắt đi qua trục đỉnh tán. Gọi t là bề dày của mỗi tấm chính và d là đường kính của mỗi đỉnh tán. Ta có ứng suất dập phát sinh trên mỗi đỉnh tán là:

$$\sigma_d = \frac{P_1}{t.d} = \frac{P}{4.t.d}$$

Từ điều kiện bền dập $\sigma_d \leq [\sigma_d]$ ta có:

$$\sigma_d = \frac{P}{4.t.d} \leq [\sigma_d]$$

Nếu mỗi nôi có n đỉnh tán thì:

$$\sigma_d = \frac{P}{n.t.d} \leq [\sigma_d] \quad (2)$$

Từ điều kiện (2) ta có:

+ Số đỉnh tán cần thiết là : $n \geq \frac{P}{[\sigma_d].t.d}$

+ Hoặc đường kính đỉnh tán d cần thiết là: $d \geq \frac{P}{[\sigma_d].n.t}$

*Chú ý: Hiện tượng cắt và dập xảy ra đồng thời, nên khi tính toán để đảm bảo an toàn cả về cắt và dập ta phải chọn số đỉnh tán hoặc đường kính thỏa mãn đồng thời điều kiện bền cắt và điều kiện bền dập. Số đỉnh tán là số nguyên.

*Ví dụ:

Tính số đỉnh tán cần thiết cho mỗi nôi đỉnh tán như hình vẽ, sau đó kiểm tra độ bền kéo của tấm thép.

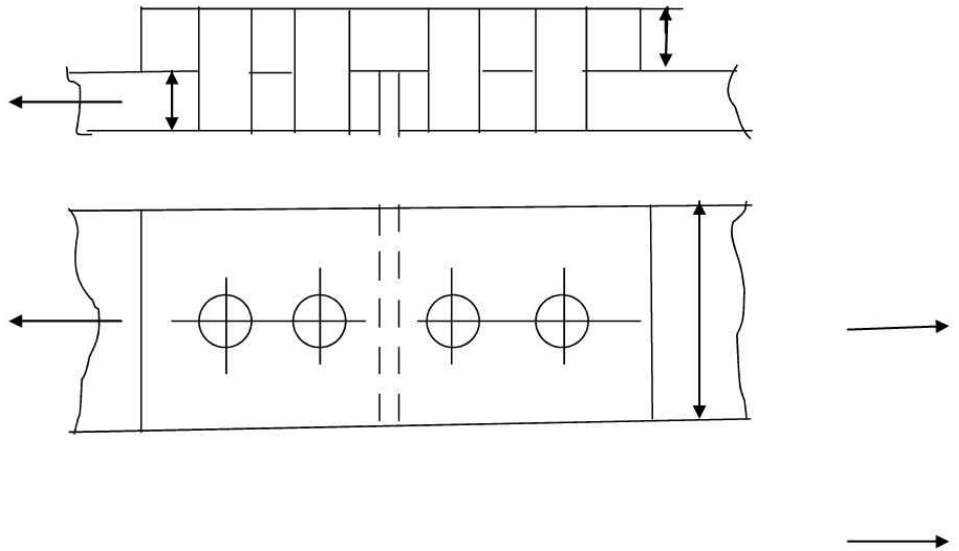
Biết; Đường kính đinh $d = 20\text{mm}$, lực kéo $P = 80 \text{ KN}$

Ứng suất cho phép về cắt và dập của đinh là:

$$[\tau_c] = 1400 \text{ daN/cm}^2$$

$$[\sigma]_{\text{cắt mặt}} = 2600 \text{ daN/cm}^2$$

$$[\sigma]_{\text{kéo}} = 1600 \text{ daN/cm}^2$$



-Tính số đinh tán cần thiết n (Số đinh có trên một mối nối)

$$n \geq \frac{4.P}{[\tau] \pi .d^2} = \frac{4.8000}{1400.3,14.4} \geq 1,82$$

Số đinh tán cần thiết là 2

-Theo điều kiện bền về ép mặt

$$n \geq \frac{.P}{[\sigma]_{em}.t.d} = \frac{.8000}{2600.1.2} \geq 1,54$$

Số đinh cần thiết là 2

Vậy ta chọn $n = 2$ và cả mỗi nối số đinh $n = 4$

-Kiểm tra tấm thép chịu kéo

Lỗ đục trên tấm thép để lắp đinh thường có đường kính lớn hơn đường kính đinh. ở đây ta lấy đường kính lỗ $d' = 21$ mm. Trên mặt cắt ngang của tấm thép chỉ có 1 lỗ đinh nên ta có:

$$\sigma = \frac{P}{t.(b - d')} = \frac{8000}{1(8 - 2,1)} = 1356 daN / cm^2$$

$$\text{Vậy: } \sigma = 1356 daN / cm^2 < [\sigma] = 1600 daN / cm^2$$

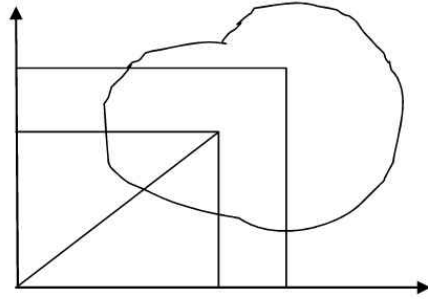
CHƯƠNG IV: CÁC ĐẶC TRƯNG HÌNH HỌC

4.1. Mô men tĩnh của hình phẳng đối với trục

4.1.1. Khái niệm

Cho một hình phẳng, ta lấy một vi phân diện tích dF chứa điểm $P(X,Y)$, khi đó diện tích của hình phẳng là:

$$F = \int_F dF$$



Mô men tĩnh của hình phẳng đối với trục X và Y là

$$S_X = \int_F Y \cdot dF \quad (4-1)$$

$$S_Y = \int_F X \cdot dF \quad (4-2)$$

Trong đó X,Y là khoảng cách từ phân tố diện tích dF đến các trục X,Y

Vậy mô men tĩnh của hình phẳng đối với một trục là những lượng đại số được xác định bằng tổng của tích giữa diện tích phân tố dF và khoảng cách từ phân tố đó đến trục. Đơn vị là: (Chiều dài)³. Giá trị có thể là (+) hoặc (-)

Giả sử hình phẳng có trọng tâm là C, có tọa độ C (X_c, Y_c)

Ta tính được mô men tĩnh là:

$$S_X = Y_c \cdot F \quad (4-3)$$

$$S_Y = X_c \cdot F \quad (4-4)$$

Trong đó X_C ; Y_C là tọa độ trọng tâm của hình phẳng, F là diện tích của hình phẳng.

*Nhận xét: Mô men tĩnh của hình phẳng đối với một trục đi qua trọng tâm của nó luôn bằng 0 và trục đi qua trọng tâm, gọi là trục trọng tâm của hình phẳng.

Từ (4-3) và (4-4) ta có tọa độ trọng tâm của hình phẳng là:

$$X_C = \frac{S_Y}{F} = \frac{\sum F_i \cdot X_{Ci}}{\sum F_i} \quad (4-5)$$

$$Y_C = \frac{S_X}{F} = \frac{\sum F_i \cdot Y_{Ci}}{\sum F_i} \quad (4-6)$$

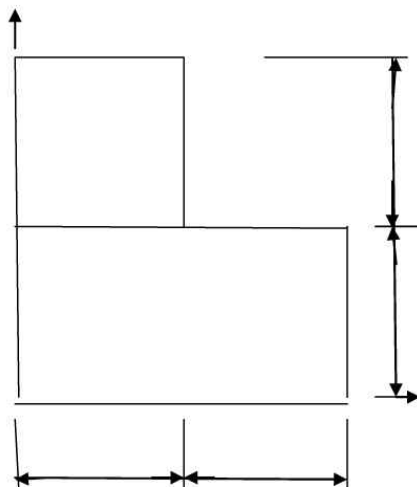
Trong đó F_i là diện tích hình phẳng thứ i

X_{Ci} ; Y_{Ci} là tọa độ trọng tâm của hình phẳng thứ i

4.1.2. Ví dụ:

Cho hình phẳng có hình dạng và kích thước như hình vẽ.

Xác định trọng tâm và mô men tĩnh của hình



Chia hình phẳng thành 2 phần I và II

+ Hình I: $X_1 = 6 \text{ cm}$

$$Y_1 = 18 \text{ cm}$$

$$F_1 = 12.12 = 144 \text{ cm}^2$$

+ Hình II: $X_2 = 12 \text{ cm}$

$$Y_2 = 6 \text{ cm}$$

$$F_2 = 24.12 = 288 \text{ cm}^2$$

Ta có $F = F_1 + F_2 = 144 + 288 = 432 \text{ cm}^2$

$$S_x = Y_1.F_1 + Y_2.F_2 = 18.144 + 6.288 = 4320 \text{ cm}^3$$

$$S_y = X_1.F_1 + X_2.F_2 = 6.144 + 12.288 = 4320 \text{ cm}^3$$

Tọa độ trọng tâm của hình phẳng

$$X_c = \frac{S_y}{F} = \frac{4320}{432} = 10 \text{ cm}$$

$$Y_c = \frac{S_x}{F} = \frac{4320}{432} = 10 \text{ cm}$$

4.2. Mô men quán tính của hình phẳng

4.2.1. Định nghĩa về mô men quán tính

+ Định nghĩa 1: Mô men quán tính của một hình phẳng đối với một trục là những lượng đại số được xác định bằng tích của tổng giữa diện tích phân tố dF và bình phương khoảng cách từ phân tố đến trục đó.

Ta có:

$$J_X = \int_F Y^2 .dF$$

$$J_Y = \int_F X^2 .dF$$

+ Định nghĩa 2: Mô men quán tính ly tâm của hình phẳng đối với một hệ trục là lượng đại số được xác định bằng tổng của tích giữa diện tích phân tố dF và khoảng cách từ phân tố đó đến một trục

$$J_{XY} = \int_F X.Y.dF$$

+ Định nghĩa 3: Mô men quán tính cực của hình phẳng đối với một điểm là lượng đại số được xác định bằng tổng của tích giữa diện tích của phân tố dF và bình phương khoảng cách từ phân tố đến điểm đó;

Từ hình a ta có

$$J_\rho = \int_F \rho^2 .dF$$

$$\rho^2 = X^2 \pm Y^2$$

$$\rightarrow J_\rho = J_X \pm J_Y$$

*Nhận xét: Mô men quán tính đối với một trục luôn dương, mô men quán tính ly tâm có thể dương hoặc âm hoặc bằng 0

+ Định nghĩa 4: Nếu mô men quán tính ly tâm của một hình phẳng đối với hệ trục XOY nào đó bằng 0 thì hệ trục này gọi là hệ trục quán tính chính. Hệ trục quán tính chính có gốc trùng với điểm 0 , trọng tâm của hình phẳng được gọi là hệ trục quán tính chính trung tâm

Giả sử XOY là hệ trục quán tính chính trung tâm của hình phẳng ta có:

$$S_X = S_Y = 0$$

$$J_{XY} = 0$$

Mô men quán tính của hình phẳng đối với trục quán tính chính trung tâm gọi là mô men quán tính chính trung tâm

CHƯƠNG V: XOẮN THUẦN TÚY THANH THẲNG

5.1. Khái niệm

Thanh chịu xoắn thuần túy là thanh mà trên mọi mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là mô men xoắn



-Quy ước dấu nội lực: Nhìn vào mặt cắt nếu M_z quay theo chiều kim đồng hồ thì M_z mang dấu (+) và ngược lại.

5.2. Nội lực và ứng suất trên mặt cắt ngang thanh

a. Tính và vẽ biểu đồ nội lực của thanh chịu xoắn thuần túy

-Giả sử thanh chịu tác dụng của mô men xoắn tập trung M_1 ; M_2 ... M_n và mô men xoắn phân bố m . Khi đó ta có công thức tổng quát để tính mô men xoắn tại một mặt cắt bất kỳ của thanh là:

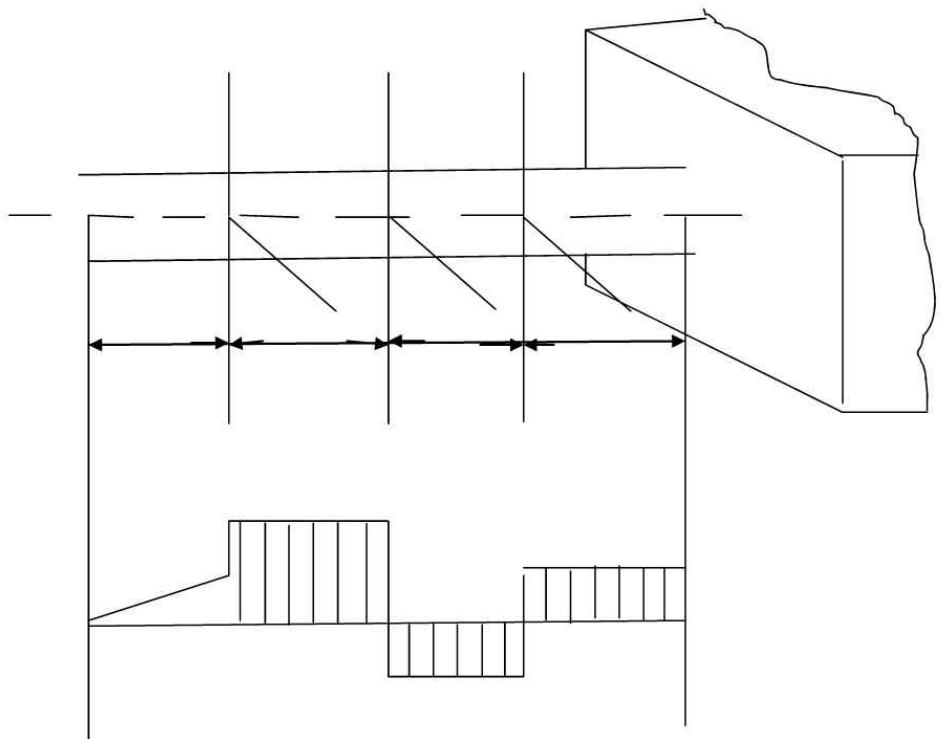
$$M_z = \sum M_i + \sum \int m_i \cdot dz$$

Mô men xoắn của thanh bằng tổng đại số các thành phần mô men tập trung và mô men phân bố trên trục

Trong đó: $\sum M_i$ là tổng mô men tập trung tác dụng lên đoạn thanh thứ i

$\sum \int m_i \cdot dz$ là tổng mô men phân bố trên đoạn thanh thứ i

*Ví dụ: Cho thanh ABCDE chịu xoắn thuần túy như hình vẽ. Biết $M_1 = 40\text{KNm}$, $M_2 = 80\text{KNm}$, $M_3 = 60\text{KNm}$, $m = 5\text{KNm/m}$. Vẽ biểu đồ nội lực của thanh.



+ Xét đoạn thanh AB

Dùng mặt cắt 1-1 và xét cân bằng phần bên trái ta có:

$$N_{ZAB} = m.z \quad (z \leq 2; z \geq 0)$$

Khi $z = 0$ thì $N_{ZAB} = 0$

Khi $z = 2$ thì $N_{ZAB} = 5.2 = 10 \text{ KNm}$

+ Xét Đoạn thanh BC:

Dùng mặt cắt 2-2 và xét cân bằng phần bên trái ta có:

$$N_{ZBC} = N_{ZAB} + M_1 = 10 + 40 = 50 \text{ KNm}$$

+ Xét đoạn thanh CD

Dùng mặt cắt 3-3 và xét cân bằng phần bên trái ta có:

$$N_{ZCD} = N_{ZAB} + N_{ZBC} + M_1 - M_2 = 50 - 80 = -30 \text{ KNm}$$

+ Xét đoạn thanh DE

Dùng mặt cắt 4-4 và xét cân bằng phần bên trái ta có

$$N_{ZDE} = N_{ZAB} + M_1 - M_2 + M_3 = -30 + 60 = 30 \text{ KNm}$$

+ Vẽ biểu đồ nội lực

b. Ứng suất trên mặt cắt ngang thanh

*Thí nghiệm

Xét một đoạn thanh tròn, trước khi cho thanh chịu lực ta vạch ở mặt ngoài của thanh những đường thẳng song song và những đường đường vuông góc với trục thanh.

Sau khi cho thanh chịu lực xoắn với mô men m ta thấy chiều dài thanh và khoảng cách giữa các đường trên hầu như không thay đổi còn các góc vuông thì thay đổi, các đường tròn vẫn phẳng, bán kính không thay đổi, mặt phẳng của các vòng tròn có chuyển động quay quanh trục thanh, góc quay của các vòng tròn là khác nhau

Từ thí nghiệm trên, nếu coi biến dạng bên trong và bên ngoài của thanh như nhau thì ta có một giả thiết về thanh chịu xoắn như sau:

+ Giả thiết về mặt cắt ngang thanh: Mặt cắt ngang của thanh trước và sau biến dạng luôn phẳng

và vuông góc với trục thanh, đồng thời khoảng cách giữa chúng không đổi.

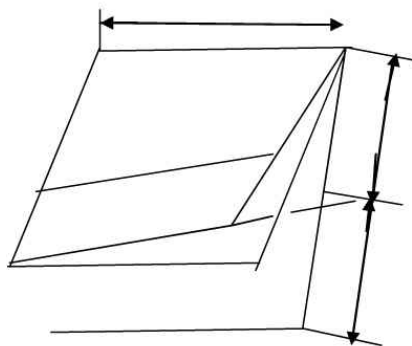
+ Giả thiết về các bán kính của mặt cắt ngang: Trong quá trình biến dạng các bán kính của mặt cắt ngang của thanh trước và sau biến dạng vẫn thẳng và có độ dài không đổi.

Vậy hiện thanh vẫn làm việc trong giới hạn đàn hồi.

*Ứng suất tại điểm A trên mặt phẳng cắt ngang bất kỳ của thanh cách trọng tâm của mặt cắt một khoảng ρ , tách phân tố thanh có chứa điểm A ra khỏi thanh bằng các mặt cắt:

+ Mặt cắt 1-1 và 2-2 cách nhau một khoảng dZ

+ Hai mặt trụ đồng trục Z có bán kính là ρ và $\rho + d\rho$



+ Hai mặt phẳng có giao tuyến là trục Z hợp với nhau một góc là $d\alpha$. Theo giả thiết thứ nhất ta có $AE = HE = BF = CG$. Nghĩa là taam mặt cắt ngang thanh chỉ có ứng suất tiếp được chia làm 2 phần:

τ_ρ theo phương vuông góc với bán kính

τ_r theo phương của bán kính

Xét biến dạng của phân tố, ta có:

$$OA = OA' = \rho$$

$$OD = OD' = \rho + d\rho$$

Gọi $d\phi = (\angle OA, \angle OA')$ là góc xoắn tương đối giữa các mặt cắt 1-1 và 2-2

Gọi $\gamma_\rho = (\angle EA, \angle EA')$ là góc trượt do τ_ρ gây ra và do biến dạng nhỏ ta có:

$$\tan \gamma_\rho \approx \gamma_\rho = \frac{AA'}{AE} = \frac{\rho \cdot d\phi}{d_z}$$

Theo định luật Húc ta có

$$\tau_\rho = G \cdot \gamma_\rho = G \cdot \frac{\rho \cdot d\phi}{d_z} \quad (1)$$

Mặt khác ta có:

$$M_Z = \int_F \tau_\rho \cdot \rho \cdot dF = \int_F G \cdot \rho^2 \cdot \frac{d\phi}{dZ} \cdot dF$$

$$= G \cdot \frac{d\phi}{dZ} \cdot \int_F \rho^2 \cdot dF = G \cdot \frac{d\phi}{dZ} \cdot J_\rho$$

Với $J_\rho = \int_F \rho^2 \cdot dF$ là mô men quán tính độ cực của mặt cắt thanh

θ là góc xoắn tỷ đối của thanh, ta có:

$$\theta = \frac{d\phi}{dZ} = \frac{M_Z}{G \cdot J_\rho} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được

$$\tau_\rho = G \cdot \frac{d\phi}{dZ} \cdot \rho = \frac{M_Z}{J_\rho} \cdot \rho \quad (3)$$

Từ (3) ta thấy quy luật phân bố ứng suất là một hàm bậc nhất đối với ρ

$$\text{Với } \rho = \frac{D}{2} = R \rightarrow \tau_\rho \text{ max}$$

Ta có:

$$\tau_{\rho \max} = \frac{M_z}{J_\rho} \cdot \frac{D}{2} = \frac{M_z}{W_\rho}$$

$$W_\rho = \frac{J_\rho}{D/2} = \frac{J_\rho}{R}$$

gọi là mô men chống xoắn của mặt cắt ngang thanh

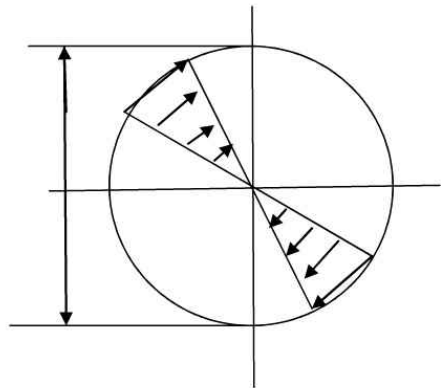
Đối với mặt cắt ngang tròn:

$$W = \frac{J_\rho}{D/2} = \frac{\pi D^2}{32 D/2} = \frac{\pi D^3}{16}$$

Đối với mặt cắt ngang thanh là hình vành khăn:

$$W = \frac{J_\rho}{D/2} = \frac{\pi D^4 (1 - \eta^4)}{32 D/2} = \frac{\pi D^3 (1 - \eta^4)}{16}$$

Biểu đồ ứng suất của mặt cắt ngang tròn và hình vành khăn



5.3. Kiểm tra thanh tròn chịu xoắn

$$\tau_{\max} = \frac{|M_z|}{W} \leq [\tau]$$

Với $[\tau] = \frac{\tau_0}{n}$ là ứng suất tiếp cho phép

τ_0 Là ứng suất nguy hiểm đối với vật liệu được xác định bằng thực nghiệm

$N > 1$ Là hệ số an toàn

*Điều kiện cứng

$$\theta_{\max} = \frac{[M_z]}{G.J_\rho} \max \leq [\theta]$$

Với $[\theta]$ là góc xoắn tỷ đối cho phép

Đơn vị là o/m hoặc rad/m

Trong thực tế để thanh chịu xoắn làm việc an toàn phải đảm bảo đồng thời 2 điều kiện là điều kiện bền và điều kiện cứng