

UBND TỈNH CÀ MAU
TRƯỜNG CAO ĐẲNG Y TẾ



GIÁO TRÌNH
MÔN HỌC: XÁC SUẤT THỐNG KÊ
NGÀNH: DƯỢC
TRÌNH ĐỘ: CAO ĐẲNG CHÍNH QUY

*(Ban hành kèm theo Quyết định số: 19/QĐ-CDYT ngày 25 tháng 01 năm 2022
của Trường Cao đẳng Y tế Cà Mau)*

Cà Mau, năm 2022

(Lưu hành nội bộ)

TUYÊN BỐ BẢN QUYỀN

Tài liệu này thuộc loại sách giáo trình nên các nguồn thông tin có thể được phép dùng nguyên bản hoặc trích dùng cho các mục đích về đào tạo và tham khảo.

Mọi mục đích khác mang tính lệch lạc hoặc sử dụng với mục đích kinh doanh thiếu lành mạnh sẽ bị nghiêm cấm.

TaiLieu.vn

LỜI GIỚI THIỆU

Xác suất thống kê được ứng dụng rất nhiều trong các ngành tự nhiên và xã hội. Trong y, dược học, xác suất được ứng dụng vào trong chẩn đoán nhất là trong xác định ngưỡng chẩn đoán của các xét nghiệm thống kê số liệu trong nghiên cứu khoa học. Các bài giảng trong giáo trình sẽ cung cấp các khái niệm cơ bản về lý thuyết xác suất và thống kê toán học. Trong phần xác suất, các khái niệm về biến cố, xác suất của biến cố. Biến cố ngẫu nhiên, phân phối xác suất được đề cập và nêu lên các đặc trưng cơ bản của các bài toán xác suất. Trong phần thống kê toán học, sinh viên sẽ học các khái niệm liên quan đến tập mẫu thống kê, lý thuyết ước lượng, kiểm định giả thuyết. Sinh viên tiếp cận những kiến thức trên thông qua việc kết hợp bài giảng trên lớp, tự học và tìm hiểu thêm trong các tài liệu. Qua học phần này sẽ trang bị kiến thức xác suất, thống kê bước đầu giúp sinh viên làm quen với một vài ứng dụng toán học trong cuộc sống.

Nội dung của giáo trình bao gồm các chương sau:

Chương 1: Giải tích tổ hợp và xác suất

Chương 2: Đại lượng ngẫu nhiên các phân phối thường dùng

Chương 3: Ước lượng tham số đại lượng ngẫu nhiên

Chương 4: Kiểm định giả thuyết thống kê

Chương 5: Hồi quy tương quan

Đây là lần đầu tiên nhóm biên soạn giáo trình phù hợp cho trình độ cao đẳng chuyên ngành y dược mặc dù rất đã rất cố gắng nhưng sẽ không tránh khỏi thiếu sót. Rất mong sự đóng góp của quý đồng nghiệp và các em sinh viên để giáo trình của trường ngày càng hoàn thiện và chất lượng hơn.

Cà Mau, ngày tháng năm

Tham gia biên soạn

1. Chủ biên TS. Huỳnh Ngọc Linh

MỤC LỤC

1. Lời giới thiệu	2
2. Mục lục	3
3. Giáo trình môn học	4
4. Chương 1: Giải tích tổ hợp và xác suất	11
5. Chương 2: Đại lượng ngẫu nhiên các phân phối thường dùng	20
6. Chương 3: Ước lượng tham số đại lượng ngẫu nhiên	30
7. Chương 4: Kiểm định giả thuyết thống kê	40
8. Chương 5: Hồi quy tương quan	54

TaiLieu.vn

GIÁO TRÌNH MÔN HỌC

1. Tên môn học: Xác suất thống kê

2. Mã môn học: MH9

3. Vị trí, tính chất, ý nghĩa và vai trò của môn học:

3.1. Vị trí: Là môn học cơ sở của thống kê phân tích số liệu trong y học, được bố trí học trước môn Thực hành nghiên cứu khoa học.

3.2. Tính chất: Cung cấp cho sinh viên thuộc đối tượng cao đẳng các kiến thức cơ bản về các quy luật của giải tích toán học và hiện tượng ngẫu nhiên. Tổng quan về xác suất, khái niệm thống kê, những đặc trưng thống kê mô tả, mẫu và phân bố mẫu, ... giúp cho sinh viên biết cách vận dụng giải các bài toán ứng dụng và xử lý được các bài toán thống kê trong y học.

3.3. Ý nghĩa và vai trò của môn học: Xác suất thống kê đóng vai trò quan trọng trong đo lường biến động, kiểm soát quá trình thống kê, cho dữ liệu tóm tắt và đưa ra quyết định dựa trên dữ liệu.

4. Mục tiêu của môn học:

4.1. Về kiến thức:

- Sinh viên tham dự đầy đủ kế hoạch theo quy chế (đảm bảo về thời gian, bài tập, tiểu luận, bài kiểm tra...) sẽ có được những kiến thức cơ bản và quan trọng nhất về giải tích tổ hợp, xác suất, các đại lượng ngẫu nhiên.

- Trong phần thống kê toán học, sinh viên sẽ học các khái niệm liên quan đến tập mẫu thống kê, lý thuyết ước lượng.

- Hiểu các bài toán và lý thuyết tương quan, hồi quy để sử dụng trong phân tích các nghiên cứu y khoa.

4.2. Kỹ năng:

- Áp dụng các công thức giải tích tổ hợp, các công thức cộng, nhân, đầy đủ, tính được các xác suất tương ứng.

- Làm được các bài tập vận dụng công thức để kiểm định các tham số.

- Vận dụng công thức để tìm được phương trình hồi qui và mối tương quan giữa chúng.

4.3. Năng lực tự chủ và trách nhiệm:

- Có ý thức nghiêm túc, đúng đắn và khoa học về bản chất của các vấn đề toán học và vận dụng vào toán thống kê y học. Giải các bài toán của các phần tương ứng;

- Vận dụng môn học xác suất thống kê làm cơ sở toán học để sử dụng trong nghiên cứu, phân tích và xử lý thông tin, số liệu trong y, dược học.

5. Nội dung của môn học:

Số TT	Tên chương, mục	Thời gian (giờ)			
		Tổng số	Lý thuyết	Thực hành	Kiểm tra
1	Chương 1. Giải tích tổ hợp và xác suất	04	02	02	
2	Chương 2. Đại lượng ngẫu nhiên các phân phối thường dùng	08	05	02	01
3	Chương 3. Ước lượng tham số đại lượng ngẫu nhiên	08	06	02	
4	Chương 4. Kiểm định giả thuyết thống kê	05	02	02	01
5	Chương 5. Hồi quy tương quan	05	03	02	
	Cộng	28	18	10	2

6. Điều kiện thực hiện môn học:

6.1. Phòng học Lý thuyết/Thực hành: Đáp ứng phòng học chuẩn.

6.2. Trang thiết bị máy móc: Máy tính, máy chiếu.

6.3. Học liệu, dụng cụ, nguyên vật liệu: giáo trình Xác suất thống kê do bộ môn biên soạn, hình ảnh minh họa, tài liệu tham khảo...

6.4. Các điều kiện khác: Bảng, phấn, hồ sơ lên lớp...

7. Nội dung và phương pháp đánh giá:

7.1. Nội dung:

- *Kiến thức:* Kiểm tra những nội dung trong chương trình môn học. Cụ thể như sau:

+ Nội dung kiểm tra thường xuyên: Chương 1 hoặc chương 2.

+ Nội dung kiểm tra định kỳ: Chương 3 và chương 4.

+ Nội dung thi kết thúc môn: Ngân hàng câu hỏi trắc nghiệm môn học Xác suất thống kê do bộ môn biên soạn.

- *Kỹ năng:* Tham gia làm bài tập cá nhân ở lớp.

- *Năng lực tự chủ và trách nhiệm:* Làm bài tập nhóm/chương và bài tập lớn/học kỳ theo sự hướng dẫn của giảng viên.

7.2. Phương pháp:

Người học được đánh giá tích lũy môn học như sau:

7.2.1. Cách đánh giá:

- Áp dụng quy chế đào tạo Cao đẳng hệ chính quy ban hành kèm theo Thông tư số 09/2017/TT-LĐTBXH, ngày 13/3/2017 của Bộ trưởng Bộ Lao động – Thương binh và Xã hội.

- Hướng dẫn thực hiện quy chế đào tạo áp dụng tại Trường Cao đẳng Y tế Cà Mau như sau:

Điểm đánh giá	Trọng số
+ Điểm kiểm tra thường xuyên (Hệ số 1)	40%
+ Điểm kiểm tra định kỳ (Hệ số 2)	
+ Điểm thi kết thúc môn học	60%

7.2.2. Phương pháp đánh giá

Phương pháp đánh giá	Phương pháp tổ chức	Hình thức kiểm tra	Chuẩn đầu ra đánh giá	Số cột	Thời điểm kiểm tra
Thường xuyên	Viết/ Trắc nghiệm trên máy tính	Tự luận/ Trắc nghiệm	A1, A2, A3, B1, B2, B3, C1, C2	1	Sau 12 giờ.
Định kỳ	Viết/ Trắc nghiệm trên máy tính	Tự luận/ Trắc nghiệm	A4, B4, C3	1	Sau 25 giờ
Kết thúc môn học	Trắc nghiệm trên máy tính	Trắc nghiệm	A1, A2, A3, A4, A5, B1, B2, B3, B4, B5, C1, C2, C3,	1	Sau 30 giờ

7.2.3. Cách tính điểm

- Điểm đánh giá thành phần và điểm thi kết thúc môn học được chấm theo thang điểm 10 (từ 0 đến 10), làm tròn đến một chữ số thập phân.

- Điểm môn học là tổng điểm của tất cả điểm đánh giá thành phần của môn học nhân với trọng số tương ứng. Điểm môn học theo thang điểm 10 làm tròn đến một chữ số thập phân, sau đó được quy đổi sang điểm chữ và điểm số theo thang điểm 4 theo quy định của Bộ Lao động Thương binh và Xã hội về đào tạo theo tín chỉ.

8. Hướng dẫn thực hiện môn học:

8.1. Phạm vi, đối tượng áp dụng: Đối tượng Cao đẳng Dược chính quy.

8.2. Phương pháp giảng dạy, học tập môn học:

8.2.1. Đối với người dạy: Chuẩn bị giáo án, hướng dẫn sinh viên đọc tài liệu, sử dụng phương pháp thuyết trình, hỏi đáp, thảo luận nhóm, và sử dụng hình ảnh minh họa...

8.2.2. Đối với người học:

- Đọc tài liệu trước khi đến lớp, thảo luận và làm bài tập được giảng viên phân công.
- Tham dự đủ các bài kiểm tra thường xuyên, định kỳ.
- Tham dự thi kết thúc môn học.
- Chủ động tổ chức thực hiện giờ tự học.

9. Tài liệu tham khảo:

- Bộ giáo dục và Đào tạo, (2015), *Giải tích tổ hợp lớp 12*, Nhà xuất bản giáo dục, Hà Nội.
- Đinh Văn Gắng (2012), *Xác suất và Thống kê toán*, NXB Thống kê, Hà Nội.
- Đặng Hân, (1996), *Xác suất thống kê*, NXB Thống kê.
- Nguyễn Hữu Khánh, (2010), *Bài giảng Xác suất thống kê*, Nhà xuất bản Cửu Long, Đại Học Cần Thơ.
- Chu Văn Thọ, (2003), *Giáo trình xác suất thống kê*, Trường Đại học Y Dược Thành phố Hồ Chí Minh.
- Nguyễn Cao Văn, Trần Thái Ninh, (2002), *Lý thuyết Xác suất Thống kê toán*, NXB Giáo Dục, Hà Nội.

Tailieu.vn

TaiLieu.vn

TaiLieu.vn

Chương 1: GIẢI TÍCH TỔ HỢP VÀ XÁC SUẤT

* GIỚI THIỆU CHƯƠNG 1:

Chương 1 nêu khái quát các nội dung về: bổ túc về tổ hợp, xác suất.

* MỤC TIÊU CHƯƠNG 1:

- Về kiến thức

+ *Tính được các bài toán giải tích tổ hợp cơ bản*

+ *Hiểu được các định nghĩa về xác suất*

- Về kỹ năng

Giải được các bài tập về biểu diễn một biến cố phức hợp thành tổng và tích của các biến cố đơn giản hơn.

- Về năng lực tự chủ và trách nhiệm

Hình thành khả năng nhận thức và phân tích các tổ hợp toán hình thức khác nhau, hiểu bản chất xác suất của nhiều sự phụ thuộc trong thực tế; biết áp dụng tư duy xác suất để phân tích dữ liệu.

* PHƯƠNG PHÁP GIẢNG DẠY VÀ HỌC TẬP CHƯƠNG 1

- *Đối với người dạy:* sử dụng phương pháp giảng dạy tích cực (diễn giảng, vấn đáp, dạy học theo vấn đề).

- *Đối với người học:* chủ động đọc trước giáo trình (chương 1) trước buổi học.

* ĐIỀU KIỆN THỰC HIỆN CHƯƠNG 1

- *Phòng học chuyên môn hóa/nhà xưởng:* Không

- *Trang thiết bị máy móc:* Máy chiếu và các thiết bị dạy học khác

- *Học liệu, dụng cụ, nguyên vật liệu:* Chương trình môn học, giáo trình, tài liệu tham khảo, giáo án, phim ảnh, và các tài liệu liên quan.

- *Các điều kiện khác:* Không có

* KIỂM TRA VÀ ĐÁNH GIÁ CHƯƠNG 1

- Nội dung:

+ *Kiến thức:* Kiểm tra và đánh giá tất cả nội dung đã nêu trong mục tiêu kiến thức

+ *Kỹ năng:* Đánh giá tất cả nội dung đã nêu trong mục tiêu kỹ năng.

+ *Năng lực tự chủ và trách nhiệm:* Trong quá trình học tập, người học cần nghiên cứu bài trước khi đến lớp, chuẩn bị đầy đủ tài liệu học tập, tham gia đầy đủ thời lượng môn học, nghiêm túc trong quá trình học tập.

- Phương pháp:

- + *Điểm kiểm tra thường xuyên*: 1 điểm kiểm tra (hình thức: Trắc nghiệm).
- + *Kiểm tra định kỳ lý thuyết*: 1 điểm kiểm tra (hình thức: Trắc nghiệm).

TaiLieu.vn

* NỘI DUNG CHƯƠNG 1:

1. BỔ TÚC VỀ TỔ HỢP

1.1. Quy tắc nhân

Giả sử một công việc nào đó được chia thành k giai đoạn. Có n_1 cách thực hiện giai đoạn thứ nhất, n_2 cách thực hiện giai đoạn thứ 2, ..., n_k cách thực hiện giai đoạn thứ k . Khi đó ta có: $n = n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_k$ cách thực hiện công việc.

Ví dụ 1: Giả sử để đi từ A đến C ta bắt buộc phải đi qua điểm B. Có 3 đường khác nhau đi từ A đến B và có 2 đường khác nhau để đi từ B đến C. Vậy có $n = 2 \cdot 3$ cách khác nhau để đi từ A đến C.

1.2. Chỉnh hợp

Định nghĩa 1:

Chỉnh hợp chập k của n phần tử ($k \leq n$) là một nhóm (bộ) có thứ tự gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho.

Số chỉnh hợp chập k của n phần tử kí hiệu là A_n^k

Công thức tính:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \dots (n-k+1)$$

Ví dụ 2:

Một buổi họp gồm 12 người tham dự. Hỏi có mấy cách chọn một chủ tọa và một thư ký?

Ví dụ 3:

Với các chữ số 0,1,2,3,4,5 có thể lập được bao nhiêu số khác nhau gồm 4 chữ số.

1.3. Hoán vị

Định nghĩa 2:

Hoán vị của m phần tử là một nhóm có thứ tự gồm đủ mặt m phần tử đã cho.

Số hoán vị của m phần tử được ký hiệu là P_m .

Công thức tính:

$$P_m = m!$$

Ví dụ 4:

Một bàn dài có 4 học sinh. Hỏi có mấy cách xếp chỗ ngồi?

1.4 Tổ hợp

Định nghĩa 3:

Tổ hợp chập k của n phần tử ($k \leq n$) là một nhóm không phân biệt thứ tự, gồm k phần tử khác nhau chọn từ n phần tử đã cho.

Số tổ hợp chập k của n phần tử kí hiệu là C_n^k

Công thức tính:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!}$$

Chú ý:

Qui ước $0!=1$

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

$$C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$$

Ví dụ 5:

Một đề thi gồm 3 câu hỏi lấy trong 25 câu hỏi cho trước. Hỏi có thể lập nên bao nhiêu đề thi khác nhau?

2. XÁC SUẤT

2.1 Biến cố và quan hệ giữa các biến cố

2.1.1. Phép thử và biến cố

Việc thực hiện một nhóm các điều kiện cơ bản để quan sát một hiện tượng nào đó gọi là phép thử. Các kết quả có thể xảy ra của phép thử được gọi là biến cố (sự kiện).

Ví dụ 6:

Tung đồng tiền lên là một phép thử. Đồng tiền lật mặt nào đó (xấp, ngửa) là một biến cố.

Bắn một phát súng vào một cái bia là một phép thử. Việc viên đạn trúng (Trật) là một biến cố.

Ta có thể dùng biểu đồ Venn để miêu tả biến cố.

Không gian các biến cố sơ cấp: Tập hợp tất cả các biến cố sơ cấp trong một phép thử, một thí nghiệm gọi là Không gian các biến cố sơ cấp của phép thử, thí nghiệm đó và ký hiệu bởi Ω .

Biến cố chắc chắn: Những sự việc, những sự kiện, những hiện tượng luôn xảy ra khi thực hiện một phép thử, một thí nghiệm là một biến cố chắc chắn và ký hiệu bởi Ω .

Biến cố không thể có: Những sự việc, những sự kiện, những hiện tượng không bao giờ xảy ra khi thực hiện một phép thử, một thí nghiệm là một biến cố không thể có và ký hiệu bởi $\emptyset$.

Ví dụ 7: Gieo 1 con xúc xắc sự kiện xuất hiện mặt có mấy chấm là biến cố ngẫu nhiên; sự kiện xuất hiện mặt có nhiều hơn 6 chấm là biến cố không thể có; sự kiện xuất hiện mặt có số chấm từ 1 đến 6 là biến cố chắc chắn; tập hợp các sự kiện xuất hiện các

mặt 1 chấm, 2 Chấm, 3 chấm, 4 chấm, 5 chấm, 6 chấm là không gian các biến cố sơ cấp $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

2.1.2. Mỗi quan hệ giữa các biến cố

Kéo theo: Biến cố A được gọi là kéo theo biến cố B và được ký hiệu là $A \Rightarrow B$, nếu có sự xảy ra của biến cố A thì có sự xảy ra của biến cố B.

Xung khắc: Hai biến cố A, B gọi là xung khắc với nhau và được ký hiệu là $A \cap B = \emptyset$, nếu và chỉ nếu A và B không thể cùng xảy ra.

Đối lập: Hai biến cố A, B gọi là đối lập với nhau và được ký hiệu là $B = \bar{A} = \Omega \setminus A$, nếu và chỉ nếu nhất thiết phải có A xảy ra hoặc B xảy ra, nhưng chúng không cùng xảy ra.

2.1.3. Các phép toán về biến cố

Phép cộng (hợp): Tổng của hai biến cố A và B là biến cố C và ký hiệu là: $A+B$ (hoặc $A \cup B = C$), xảy ra nếu và chỉ nếu có ít nhất 1 trong 2 biến cố A, B xảy ra.

Phép nhân (giao): Tích của hai biến cố A và B là biến cố C và ký hiệu là: $A \times B$ (hoặc $A \cap B = C$), xảy ra nếu và chỉ nếu cả 2 biến cố A, B cùng xảy ra.

Phép trừ (hiệu): Hiệu của biến cố A và B (theo thứ tự đó) là biến cố C và ký hiệu là: $A-B = C$ (hoặc $A \setminus B$), xảy ra nếu và chỉ nếu biến cố A xảy ra và biến cố B không xảy ra.

2.1.4 Hệ đầy đủ các biến cố

Một dãy n biến cố: $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ trong cùng một phép thử, lập thành một hệ đầy đủ các biến cố nếu thỏa hai điều kiện: $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n = \Omega$ và $A_i \cap A_j = \emptyset$ / $i, j = 1, 2, \dots, n$;

Ví dụ 8: Gieo một hạt giống, gọi A là biến cố hạt giống nảy mầm thì $\{A, \bar{A}\}$ là hệ đầy đủ các biến cố.

2.2 Xác suất

2.2.1. Định nghĩa :

Giả sử phép thử có n biến cố đồng khả năng có thể xảy ra, trong đó m biến cố đồng khả năng thuận lợi cho biến cố A (A là tổng của m biến cố sơ cấp này). Khi đó xác suất của biến cố A, ký hiệu $P(A)$ được định nghĩa bằng công thức sau:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{Số trường hợp thuận lợi cho A}}{\text{Số trường hợp có thể xảy ra}}$$

Ví dụ 9 :

Trong hộp có 6 bi trắng, 4 bi đen. Tìm xác suất để lấy từ hộp ra được 1 viên bi đen 2 viên bi trắng.

Ví dụ 10 :

Một người gọi điện thoại nhưng lại quên 2 số cuối của số điện thoại cần gọi mà chỉ nhớ 2 số đó khác nhau. Tìm xác suất để người đó quay ngẫu nhiên một lần trùng số cần gọi.

2.2.2. Các tính chất của xác suất

$0 \leq P(A) \leq 1$ với mọi biến cố A;

$P(\Omega) = 1$;

$$P(\emptyset) = 0;$$

Nếu $A \subset B$ thì $P(A) \leq P(B)$;

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1;$$

$$P(A) = P(AB) + P(A\bar{B})$$

2.3 Một số công thức tính xác suất

2.3.1. Công thức cộng xác suất

Giả sử A và B là hai biến cố xung khắc ($AB = \emptyset$). Ta có

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Các biến cố $A_1, A_2, \dots, A_n$ được gọi là nhóm các biến cố đầy đủ xung khắc từng đôi nếu chúng xung khắc từng đôi và tổng của chúng là biến cố chắc chắn. Ta có: $A_1 + A_2 + \dots + A_n = \Omega$, $A_i A_j = \emptyset$.

Hai biến cố A và B được gọi là hai biến cố độc lập nếu sự tồn tại hay không tồn tại của biến cố này không ảnh hưởng đến sự tồn tại hay không tồn tại của biến cố kia.

Các biến cố $A_1, A_2, \dots, A_n$ được gọi độc lập hoàn toàn nếu mỗi biến cố độc lập với tích của một tổ hợp bất kỳ trong các biến cố còn lại.

Hệ quả 1

Nếu $A_1, A_2, \dots, A_n$ là biến cố xung khắc từng đôi thì: $P(A_1, A_2, \dots, A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$

Nếu $A_1, A_2, \dots, A_n$ là nhóm các biến cố đầy đủ xung khắc từng đôi thì

$$\sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

Hệ quả 2

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = \sum_{i=1}^n P(A_i) - \sum_{i < j} P(A_i A_j) + \sum_{i < j < k} P(A_i A_j A_k) - \dots + (-1)^{n-1} P(A_1 A_2 \dots A_n)$$

Nếu $A_1, A_2, \dots, A_n$ là các biến cố độc lập toàn phần thì

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1 - P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) \dots P(\bar{A}_n)$$

Ví dụ 11 :

Một lô hàng gồm 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên không hoàn toàn lại từ lô hàng ra 6 sản phẩm. Tìm xác suất để có không quá 1 phế phẩm trong 6 sản phẩm được lấy ra.

Ví dụ 12 :

Một lớp có 100 sinh viên, trong đó có 40 sinh viên giỏi ngoại ngữ, 30 sinh viên giỏi tin học, 20 sinh viên giỏi cả tin học lẫn ngoại ngữ. Sinh viên nào giỏi ít nhất một trong hai môn sẽ được thêm điểm trong kết quả học tập của học kỳ. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên trong lớp. Tìm xác suất để sinh viên đó được tăng điểm.

2.3.2. Xác suất có điều kiện và công thức nhân xác suất

2.3.2.1. Xác suất có điều kiện

Định nghĩa:

Xác suất của biến cố A với điều kiện biến cố B xảy ra được gọi là xác suất có điều kiện của biến cố A. Kí hiệu $P(A/B)$

Công thức

$$P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

Ví dụ 13 :

Trong hộp có 5 viên bi trắng, 3 viên bi đen. Lấy lần lượt ra 02 viên bi (không hoàn lại). Tìm xác suất để lần thứ hai lấy được viên bi trắng biết lần thứ nhất đã lấy được viên bi trắng.

2.3.2.2. Công thức nhân xác suất

Từ công thức xác suất có điều kiện ta có

$$P(AB) = P(A).P(B/A) = P(B).P(A/B)$$

Nếu A, B là hai biến cố độc lập thì $P(AB) = P(A).P(B)$

$$P(ABC) = P(A).P(B/A).P(C/AB)$$

$$P(A_1.A_2....A_n) = P(A_1).P(A_2/A_1)...P(A_n/A_1.A_2....A_{n-1})$$

2.3.2.3. Công thức xác suất đầy đủ và công thức Bayes

Công thức xác suất đầy đủ

Giả sử $A_1, A_2, ..., A_n$ là nhóm các biến cố đầy đủ xung khắc từng đôi và B là biến cố bất kỳ có thể xảy ra trong phép thử. Khi đó ta có

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(A_i).P(B/A_i)$$

Ví dụ 14:

Xét một lô sản phẩm trong đó số sản phẩm do nhà máy I sản xuất chiếm 20%, nhà máy II sản xuất chiếm 30%, nhà máy III sản xuất chiếm 50%. Xác suất phế phẩm của nhà máy I là 0,001; nhà máy II là 0,005; nhà máy III là 0,006. Tìm xác suất để lấy ngẫu nhiên được đúng 1 phế phẩm

Công thức Bayes

Giả sử $A_1, A_2, ..., A_n$ là nhóm các biến cố đầy đủ xung khắc từng đôi và B là biến cố bất kỳ có thể xảy ra trong phép thử. Khi đó ta có

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i).P(B/A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i).P(B/A_i)} \quad i=1,2,...,n$$

Ví dụ 15:

Giả sử có 4 hộp như nhau đựng cùng một chi tiết máy, trong đó có một hộp đựng 3 chi tiết xấu, 5 chi tiết tốt do máy I sản xuất; còn ba hộp còn lại mỗi hộp đựng 4 chi tiết xấu, 6 chi tiết tốt do máy II sản xuất; Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi từ hộp đó lấy ra một chi tiết máy.

- a. Tìm xác suất để chi tiết máy lấy ra là tốt.
- b. Với chi tiết tốt ở câu a. Tìm xác suất để nó lấy ra từ hộp của máy I.

*** TÓM TẮT CHƯƠNG 1**

Chương 1 gồm các nội dung chính như sau:

- Bổ túc về tổ hợp.
- Xác suất.

*** CÂU HỎI**

- Câu hỏi về giải tích tổ hợp

Câu 1: Với các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên thỏa:

- a) gồm 6 chữ số khác nhau.
- b) gồm 6 chữ số khác nhau và chia hết cho 2.

Câu 2: Có 25 đội bóng đá tham gia tranh cúp. Cứ 2 đội phải đấu với nhau 2 trận (đi và về). Hỏi có bao nhiêu trận đấu?

Câu 3:

- a/ Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số?
- b/ Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số?
- c/ Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều là số chẵn?
- d/ Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, trong đó các chữ số cách đều chữ số đứng giữa thì giống nhau?
- e/ Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số và chia hết cho 5?

Câu 4: Một đội văn nghệ chuẩn bị được 2 vở kịch, 3 điệu múa và 6 bài hát. Tại hội diễn, mỗi đội chỉ được trình diễn 1 vở kịch, 1 điệu múa và 1 bài hát. Hỏi đội văn nghệ trên có bao nhiêu cách chọn chương trình biểu diễn, biết rằng chất lượng các vở kịch, điệu múa, các bài hát là như nhau?

Câu 5: Với 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số:

- a/ Gồm 2 chữ số?
- b/ Gồm 2 chữ số khác nhau?
- c/ Số lẻ gồm 2 chữ số?
- d/ Số chẵn gồm 2 chữ số khác nhau?
- e/ Gồm 5 chữ số viết không lặp lại?
- f/ Gồm 5 chữ số viết không lặp lại chia hết cho 5?

Câu 6: Trên một kệ sách có 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Lí, 3 quyển sách Văn. Các quyển sách đều khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các quyển sách trên:

- a) Một cách tùy ý?
- b) Theo từng môn?
- c) Theo từng môn và sách Toán nằm ở giữa?

Câu 7: Sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi nếu:

a/ Nam sinh ngồi kề nhau, nữ sinh ngồi kề nhau?

b/ Chỉ có nữ sinh ngồi kề nhau?

Câu 8: Từ các chữ số 0, 1, 2, ..., 9, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số:

a) Các chữ số khác nhau?

b) Hai chữ số kề nhau phải khác nhau?

Câu 9: Từ 20 người, chọn ra một đoàn đại biểu gồm 1 trưởng đoàn, 1 phó đoàn, 1 thư ký và 3 ủy viên. Hỏi có mấy cách chọn?

- Câu hỏi xác suất

Câu 1 Tỷ lệ người mắc bệnh tim trong một vùng dân cư là 9%, mắc bệnh huyết áp là 12%, mắc cả hai bệnh là 7%. Chọn ngẫu nhiên một người trong vùng. Tính xác suất để người đó

a) Bị bệnh tim hay bị bệnh huyết áp.

b) Không bị bệnh tim cũng không bị bệnh huyết áp.

Câu 2.

a) Một hộp đựng 3 phiếu trong đó có 1 phiếu trúng thưởng. Có 3 người lần lượt rút thăm. Nên rút trước hay rút sau?.

b) Một hộp đựng 10 phiếu trong đó có 2 phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt rút thăm. Tính xác suất nhận được phần thưởng của mỗi người.

Câu 3. Bạn quên mất số cuối cùng trong số điện thoại cần gọi (số điện thoại gồm 6 chữ số) và bạn chọn số cuối cùng này một cách ngẫu nhiên.

a. Tính xác suất để bạn gọi đúng số điện thoại này mà không phải thử quá 3 lần.

b. Nếu biết số cuối cùng là số lẻ thì xác suất này là bao nhiêu ?

Câu 4. Một người bắn bia với xác suất bắn trúng là $p = 0.7$

a) Bắn liên tiếp 3 phát. Tính xác suất có ít nhất 1 lần trúng bia.

b) Hỏi phải bắn ít nhất mấy lần để có xác suất ít nhất một lần trúng bia = 0.9 .

Câu 5. Một phân xưởng có 5 máy. Xác suất để trong một ca, mỗi máy bị hỏng là 0.1. Tìm xác suất để trong một ca, có đúng 2 máy bị hỏng.

Câu 6. Một thiết bị gồm 3 cụm chi tiết, mỗi cụm bị hỏng không ảnh hưởng gì đến các cụm khác và chỉ cần một cụm bị hỏng thì thiết bị ngừng hoạt động. Xác suất để cụm thứ nhất bị hỏng trong ngày là 0.1, cụm thứ hai là 0.05 và cụm thứ ba là 0.15. Tìm xác suất để thiết bị không ngừng hoạt động trong ngày.

Câu 7. Tỷ lệ phế phẩm của một lô hàng (lớn) là 1%. Từ lô hàng này, lấy ra n sản phẩm. Hỏi n ít nhất phải là bao nhiêu để xác suất nhận được ít nhất một phế phẩm lớn hơn 0.95.

Câu 8. Một dây chuyền lắp ráp nhận các chi tiết từ hai nhà máy khác nhau. Tỷ lệ chi tiết do nhà máy thứ nhất cung cấp là 60%, của nhà máy thứ hai là 40%. Tỷ lệ chính phẩm của nhà máy thứ nhất là 90%, của nhà máy thứ hai là 85%. Lấy ngẫu nhiên một chi tiết trên dây chuyền và thấy rằng nó tốt. Tìm xác suất để chi tiết đó do nhà máy thứ nhất sản xuất.