

Chương 3

DỊCH CHUYỂN GAMMA

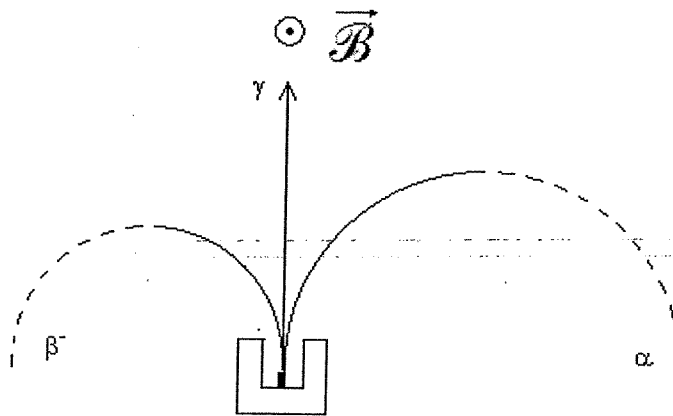
đây là hiện tượng
photon là bức xạ
điện từ

3.1. Đại cương

3.1.1. Lịch sử phát hiện – tính chất và nguồn gốc tia γ

- Năm 1903, các tia γ được tách ra khỏi tia α trong chùm tia phóng xạ nhờ tác dụng của một từ trường cường độ lớn.

- Tia γ là sóng điện từ có bước sóng rất ngắn khoảng từ $10^{-4} \text{ \AA} \rightarrow 1 \text{ \AA}$ tương ứng với năng lượng từ $0,5 \text{ MeV} \rightarrow 100 \text{ MeV}$. Tia γ không bị lệch trong điện trường và từ trường, có khả năng đâm xuyên rất lớn, gây nguy hiểm cho con người.



Hình 3.1.a. Mô hình quỹ đạo các tia bức xạ α , β và γ trong từ trường.

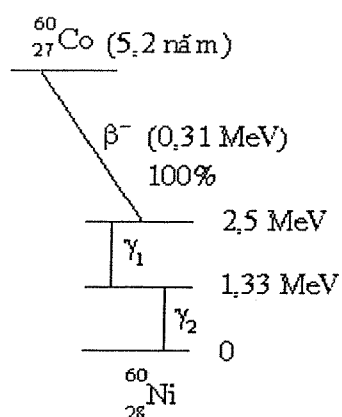
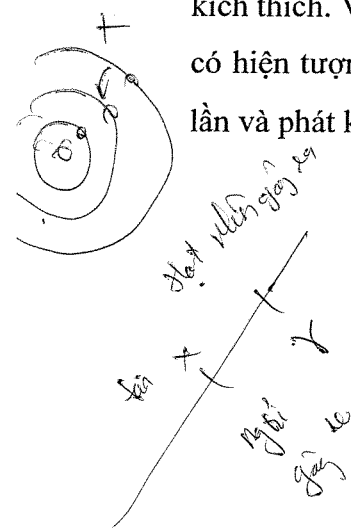
- Sự bức xạ hay hấp thụ γ có nguồn gốc từ hạt nhân. Dịch chuyển γ của hạt nhân là hiện tượng hạt nhân chuyển từ trạng thái kích thích cao về trạng thái kích thích thấp hơn hoặc về trạng thái cơ bản kèm theo việc phát ra bức xạ γ (lượng tử γ) hay làm bật điện tử từ các lớp vỏ điện tử trong cùng một nguyên tử.

- Dịch chuyển γ chỉ xảy ra trong hạt nhân kích thích, sau khi dịch chuyển hạt nhân không thay đổi khối số A và số nguyên tử Z . Vì vậy, quá trình phát tia γ không làm thay đổi thành phần cấu tạo của hạt nhân mà chỉ làm thay đổi trạng thái năng lượng của nó.

- Có nhiều cách tạo nên các trạng thái kích thích của hạt nhân. Phương pháp đơn giản và thông dụng nhất là dựa vào sự phân rã tự nhiên của các hạt nhân phóng xạ.

Ngoài ra có thể bắn phá hạt nhân bởi các hạt tích điện, neutron hay photon để chuyển hạt nhân lên trạng thái kích thích.

Đa số các hạt nhân mới tạo thành sau các phân rã β^+ , β^- , α đều ở trạng thái bị kích thích. Vì vậy sau các quá trình phân rã này thường có phát tia γ kèm theo. Do đó khi có hiện tượng phóng xạ xảy ra ở một hạt nhân thì hạt nhân đó có thể bị biến đổi nhiều lần và phát kèm theo nhiều tia γ .



Hình 3.1.b. Sơ đồ phân rã γ của ^{60}Co .

3.1.2. Các phương pháp đo năng lượng γ

Người ta thực hiện nhiều phương pháp đo năng lượng tia γ :

1. Phổ kế chuẩn trực $\rightarrow$ nhiễu xạ

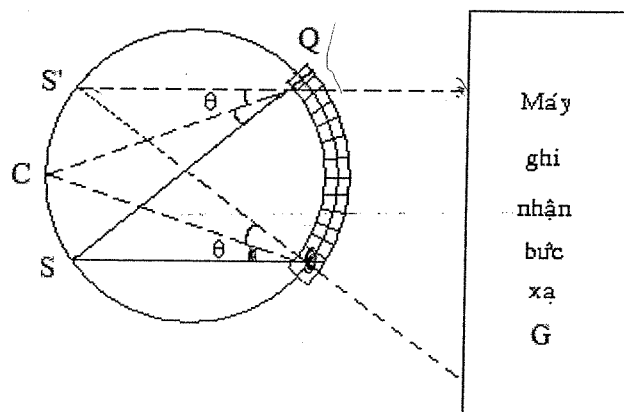
Phổ kế này chỉ có thể dùng để đo năng lượng tia γ không lớn hơn 1,3 MeV ($\lambda > 10^{-2} \text{ \AA}$). Nó dùng một bản tinh thể cong loại Cauchois Du Mond (1947) như hình vẽ (hình 3.2) và xác định độ dài sóng của tia γ nhiễu xạ trên tinh thể này.

Tinh thể khuếch tán Q là một bản cong, có bán kính bằng đường kính của vòng tròn qui tiêu (khoảng 2 m).

Máy dò G được đặt sau Q ghi số đếm A. Số đếm A là một hàm theo θ tức theo vị trí của nguồn phóng xạ S.

Nếu mặt cong Q có tâm tại C, nguồn phóng xạ có năng lượng E_γ đặt tại S. Số đếm cực đại khi thỏa điều kiện nhiễu xạ Bragg:

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$



$$\Delta L = d \sin \theta$$

$$= n \lambda$$

Như vậy
mối liên hệ giữa
độ lệch góc và bước sóng

Hình 3.2. Phổ kế nhiễu xạ đo tia gamma.

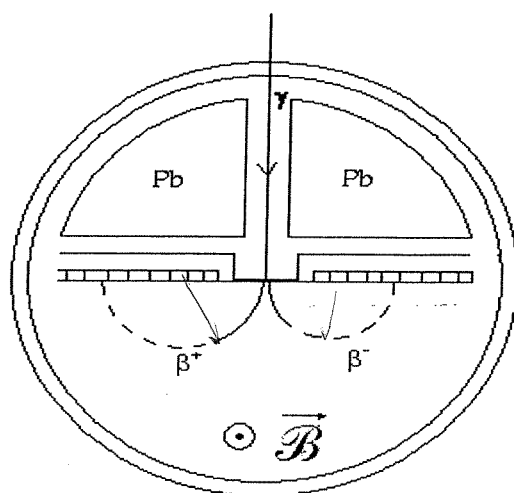
Chùm tia khuếch tán vào máy dò G có thể xem như phát xuất từ nguồn ảo S' sao cho $SC = S'C$. Biết được khoảng cách d của mạng tinh thể, ví dụ với NaCl, $d = 2,52 \times 10^{-8} \text{ cm}$, và độ lệch θ , ta có thể xác định được năng lượng E_γ . Như vậy, với nguồn phóng xạ Au^{198} , cường độ 1 Curie, năng lượng E_γ đo được là:

$$E_\gamma = 411,770 \pm 0,036 \text{ keV} \quad (\lambda = 3,011 \times 10^{-10} \text{ cm})$$

2. Trong trường hợp tia γ có độ dài sóng rất ngắn, người ta dùng phương pháp gián tiếp bằng cách truyền năng lượng E_γ cho electron trong nguyên tử môi trường của đầu dò rồi xác định năng lượng của electron này. Sự truyền năng lượng này có thể xảy ra theo các hiệu ứng sau:

- + Biến đổi nội tại
- + Hiệu ứng Compton, hiệu ứng quang điện
- + Hiệu ứng tạo cặp (β^+, β^-).

Trong trường hợp sau, năng lượng của cặp (β^+, β^-) có thể được đo bằng từ phổ kế như hình vẽ (hình 3.3). Đối với $E_\gamma \gg 1 \text{ MeV}$, tổng số bán kính của (β^+, β^-) gần như không đổi.



Hình 3.3. Từ phổ kế đo năng lượng của tia gamma thông qua cặp (β^+, β^-) .

$$E_\gamma = m_+c^2 + m_-c^2 \quad (3.1)$$

Mà

$$\frac{m_\pm \cdot v_\pm^2}{R_\pm} = e \cdot \mathcal{B} \cdot v_\pm \Rightarrow m_\pm \cdot v_\pm = e \cdot \mathcal{B} \cdot R_\pm \quad (3.2)$$

$$E = c \left(\frac{m_+ \cdot v_+}{v_+ / c} + \frac{m_- \cdot v_-}{v_- / c} \right) \quad \checkmark = \frac{e \mathcal{B} R}{m_e} \quad (3.3)$$

$$= c \left(\frac{e \cdot \mathcal{B} \cdot R_+}{v_+ / c} + \frac{e \cdot \mathcal{B} \cdot R_-}{v_- / c} \right)$$

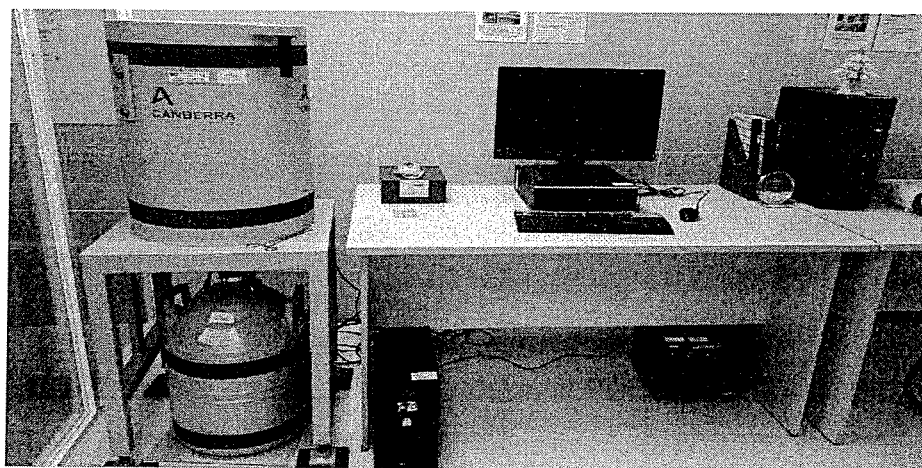
Ở đây: $m_\mp$ là khối lượng tương đối, $R_\mp$ là bán kính cong, $v_\mp$ vận tốc của electron và positron tương ứng; $\mathcal{B}$ là từ trường.

3. Ngày nay hệ phổ kế gamma đầu dò bán dẫn siêu tinh khiết HPGe được sử dụng rộng rãi trong các phòng thí nghiệm nghiên cứu về mật độ mức kích thích hạt nhân thông qua việc đo năng lượng tia gamma phát ra từ nguồn, cũng như ứng dụng trong phân tích định tính và định lượng các nguyên tố và đồng vị phóng xạ vì lượng dựa trên phân tích phổ năng lượng gamma của các hạt nhân không bền và phát photon gamma.

Một ví dụ về hệ phổ kế gamma phòng thấp bao gồm đầu dò HPGe đặt trong buồng chì giảm nhiễu và được kết nối với các thiết bị điện tử đi kèm được trình bày trong hình 3.4. Đầu dò sẽ thu nhận các bức xạ gamma phát ra từ mẫu vật rồi chuyển chúng thành các tín hiệu điện để có thể xử lý bằng các thiết bị điện tử. Các tín hiệu từ đầu dò được khuếch đại qua bộ tiền khuếch đại và bộ khuếch đại tuyến tính. Sau khi tín

hiệu được khuếch đại, chúng được đưa qua bộ biến đổi tương tự sang số (ADC), khối phân tích đa kênh (MCA) và cuối cùng được thể hiện trên màn hình máy tính ở dạng phổ năng lượng gamma.

Nguyên tắc hoạt động của các đầu dò tinh thể HPGe là khi có một bức xạ ion hóa đi vào đầu dò, nó sẽ tạo nên các electron tự do thông qua ba hiệu ứng chủ yếu với tinh thể bán dẫn. Các electron tự do di chuyển với động năng lớn sẽ làm kích thích các electron chuyển lên vùng dẫn, đồng thời để lại lỗ trống mang điện tích dương trong vùng hóa trị. Các cặp lỗ trống – electron được tạo ra trong vùng nghèo dọc theo quỹ đạo của bức xạ tới. Chúng được kéo về hai điện cực bởi điện trường do hiệu điện thế ngược được áp vào đầu dò, các electron sẽ di chuyển đến bản cực dương còn các lỗ trống sẽ di chuyển đến bản cực âm kết quả của quá trình này sẽ cho ta một xung dòng điện ở ngõ ra. Khi đó ở mạch điện ngoài đầu dò sẽ xuất hiện một tín hiệu điện áp. Xung điện áp này được ghi nhận và xử lý ở các mạch điện tử phía sau của hệ đo.



Hình 3.4. Hệ phổ kế gamma đầu dò bán dẫn siêu tinh khiết HPGe GC3520.

3.1.3. Năng lượng phóng xạ γ

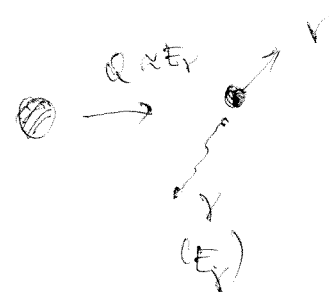
Trong phóng xạ γ , năng lượng phóng xạ Q được xem xấp xỉ bằng năng lượng photon E_γ

$$Q \approx E_\gamma$$

vì năng lượng giật lùi E_r của nhân còn lại được xem như không đáng kể. Thật vậy, theo định luật bảo toàn động lượng ta có:

$$\vec{0} = \vec{P}_r + \vec{P}_\gamma$$

67



với $\vec{P}_r$ là động lượng của hạt nhân giạt lùi, $\vec{P}_\gamma$ là động lượng của tia γ .

Chiều lên phương chuyển động của hai hạt sản phẩm ta có:

$$P_r = P_\gamma = \frac{h\nu}{c} = \frac{E_\gamma}{c}$$

mà
$$E_r = \frac{P_r^2}{2m_r}$$

suy ra
$$E_r = \frac{m_r v_r^2}{2} = \frac{P_r^2}{2m_r} = \frac{1}{2m_r} \frac{E_\gamma^2}{c^2} \quad (3.4)$$

Lập tỷ số:
$$\frac{T_r}{E_\gamma} = \frac{1}{\frac{2m_r}{m_0}} \times \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} = \frac{1}{2} \times \frac{m_0}{m_r} \times \frac{E_\gamma}{m_0 c^2} \ll 1 \quad (3.5)$$

Ở đây m_0 là khối lượng electron, m_r là khối lượng hạt nhân giạt lùi.

P_r là động lượng hạt nhân giạt lùi.

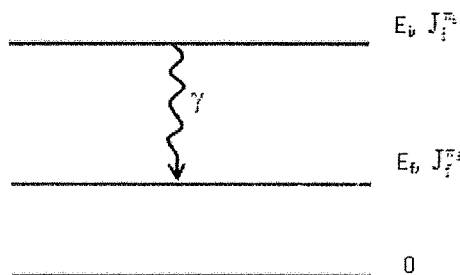
E_γ , T_r là năng lượng tia gamma và động năng của hạt nhân giạt lùi.

Vậy có thể bỏ qua năng lượng của hạt nhân giạt lùi trong trường hợp gần đúng.

3.2. Lý thuyết phóng xạ gamma

Nghiên cứu quá trình dịch chuyển phát tia γ giữ vai trò quan trọng trong vật lý hạt nhân vì nó cho biết:

- Năng lượng kích thích của hạt nhân.
- Các số lượng tử J , tính chẵn lẻ π thông qua định luật bảo toàn momen góc và chẵn lẻ.
- Sự vững chắc của các mẫu hạt nhân từ sự so sánh thời gian sống trung bình, đo được của các mức kích thích so với thời gian tính từ lý thuyết mẫu hạt nhân.



Hình 3.5. Sơ đồ chuyển dời phát γ năng lượng $\hbar\omega = E_i - E_f$

(bỏ qua năng lượng giạt lùi của hạt nhân bìa).

$$\text{Mức độ: } \lambda_{fi} \approx \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2$$

$$\left(\text{XS biến đổi} \right) \quad \text{XS đầu đầu} \rightarrow \text{XS cuối cuối}$$

Khảo sát sự phân rã γ không tách rời việc khảo sát hiện tượng luôn được kèm là hiện tượng biến đổi nội tại, cũng có bản chất điện từ và cạnh tranh với phân rã γ .

Để mô tả đầy đủ về phóng thích hay hấp thu photon của hạt nhân nguyên tử đòi hỏi đến lý thuyết lượng tử của sự phát bức xạ. Lý thuyết bức xạ lượng tử vay mượn một số biểu diễn cổ điển bằng cách xem nguồn bức xạ như là một dao động momen điện hoặc từ với sự phân bố điện tích và dòng thay đổi theo thời gian.

Chúng ta sẽ dựa trên quy tắc của Fermi để tính xác suất chuyển biến trong đơn vị thời gian λ_{fi} từ trạng thái đầu i đến trạng thái cuối f .

$$\lambda_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho_f(\xi_f = \xi_i) \quad (3.6)$$

Ở đây, V_{fi} là ma trận dịch chuyển, ρ_f là mật độ trạng thái cuối.

Do bảo toàn năng lượng nên $\xi_f = \xi_i$, với ξ_i, ξ_f là năng lượng toàn phần của hệ ở trạng thái đầu i và trạng thái cuối f .

3.2.1. Phần tử ma trận dịch chuyển

Vấn đề khó khăn là tìm ra toán tử tương tác, trạng thái đầu, cuối mà chúng có liên quan đến cấu trúc hạt nhân. Ta nhận thấy:

- Trạng thái đầu i bao gồm chỉ trạng thái kích thích.
- Trạng thái cuối f bao gồm trạng thái kích thích hoặc trạng thái cơ bản.

Dùng biểu thức cổ điển của thế năng tương tác giữa trường bức xạ điện từ và các hạt như sau:

Gọi q_j là điện tích của hạt thứ j , $\vec{r}_j$ là vị trí của hạt thứ j , $\vec{v}_j$ là vận tốc của hạt thứ j , và $\vec{A}(\vec{r}_j, t)$ là thế vector của trường bức xạ tại vị trí của hạt thứ j . Khi đó theo cổ điển, thế năng tương tác có dạng:

$$V = - \sum_{j=1}^A q_j \vec{A}(\vec{r}_j, t) \cdot \vec{v}_j \quad (3.7)$$

Thế vector $\vec{A}(\vec{r}_j, t)$ thỏa:

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \vec{A} = 0 \quad (3.8)$$

Với

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} \equiv \text{div} \vec{A} = 0 \quad (3.9)$$

(Hiệu chuẩn Coulomb - trường trong miền không có dòng và điện tích).

Do đó ta có:

$$V = - q_i A_i \cdot V = q_i$$

$$V_{fi} = - \sum_{j=1}^A q_j \int \dots \int d^3r_1 \dots d^3r_j \dots d^3r_A \bar{A}^*(\vec{r}_j) \Phi_f^*(1, \dots, j, \dots, A) \left(\frac{\vec{p}_j}{m} \right) \Phi_i(1, \dots, j, \dots, A) \quad (3.10)$$

$\bar{A}^*(\vec{r}_j)$ là phần không gian của nghiệm phức trong (3.9). Đó là hàm sóng của photon γ được phóng thích ra; Φ_i, Φ_f là hàm sóng đầu và cuối; $\frac{\vec{p}_j}{m}, \vec{p}_j \equiv -i\hbar \vec{\nabla}_j$ lần lượt là toán tử vận tốc và toán tử xung lượng.

Nếu đặc trưng trạng thái photon bằng năng lượng $\hbar\omega$ và động lượng $\hbar\vec{k}$ của nó, ta

có:

$$p = \hbar k = \frac{h}{\lambda} \quad \omega = 2\pi\nu, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad v = \frac{c}{\lambda}, \quad k = |\vec{k}|, \quad p = \frac{\hbar}{\lambda} = \hbar k \quad v = \frac{\omega}{k} \quad (3.11)$$

Suy ra $\omega = ck$. Hàm sóng của photon - nghiệm của phương trình (3.9) - khi đó là sóng phẳng đơn sắc:

đơn sắc

$$\bar{A}(\vec{r}, t) = \bar{A}(\vec{r}) e^{-i\omega t} \quad (3.12)$$

Mà phần không gian trong (3.12) là:

$$\vec{A} = - \sum_i q_i \vec{A} \vec{e}_i \rightarrow \boxed{\bar{A}(\vec{r}) = A_0 \vec{e} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}} \quad \begin{matrix} \nearrow \sqrt{\pi/2\epsilon_0\omega V} \\ A_0: \text{chuẩn hóa} \\ \vec{e}: \text{hướng phân cực} \end{matrix} \quad (3.13)$$

Với A_0 là hằng số chuẩn hóa; $\vec{e}$ là véc tơ đơn vị xác định hướng phân cực của photon γ .

Điều kiện (3.9) cho thấy tính sóng ngang của bức xạ γ . Thật vậy:

$$\epsilon_x k_x + \epsilon_y k_y + \epsilon_z k_z = 0 \text{ hay } \vec{\epsilon} \cdot \vec{k} = 0$$

Vậy vectơ phân cực $\vec{e}$ vuông góc phương truyền của γ . Do đó trong mặt sóng phẳng chỉ có 2 phương độc lập tuyến tính mà ta chọn vuông góc nhau $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ (hình 3.6).

$$\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 0, \quad \vec{e}_1^2 = \vec{e}_2^2 = 1 \quad (3.14)$$

Hằng số A_0 được chuẩn hóa trong không gian là thể tích của nhân.

Thật vậy từ $\bar{A}(\vec{r}, t)$ suy ra $\vec{E} = -\frac{\partial \bar{A}}{\partial t}$ và $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \bar{A}$

Năng lượng của điện từ trường:

$$\hbar\omega = \int_V \frac{1}{2} \left(\epsilon_0 \vec{E}^2 + \frac{1}{\mu_0} \vec{B}^2 \right) dV \text{ và } \bar{A}(\vec{r}, t) = A_0(\omega) \vec{e} \left\{ e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} + c.c. \right\}$$

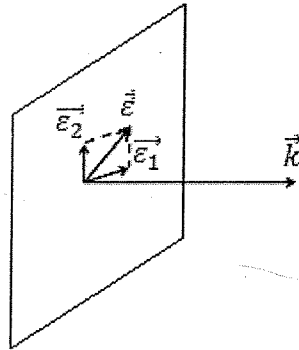
Nếu ta chuẩn hóa hàm sóng photon sao cho năng lượng điện từ chứa trong thể tích chuẩn V đúng bằng năng lượng $\hbar\omega$ thì ta tìm được:

$$\lambda = \frac{2\pi V_P}{\omega} \rightarrow V_P = -q \frac{\vec{A} \cdot \vec{v}}{A} = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0 \omega V}} \vec{e} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$$

$$A_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2\epsilon_0 \omega V}} \quad (3.15)$$

V là thể tích chuẩn hóa (bằng thể tích của nhân).

Các hàm sóng hạt nhân được dùng từ các mẫu hạt nhân (mẫu tầng suy rộng).



Hình 3.6. Biểu diễn tính chất sóng ngang của sóng điện từ.

3.2.2. Mật độ các trạng thái cuối (ρ_{fi})

Trạng thái đầu được tạo bởi hạt nhân hiện hữu ở một trong những trạng thái kích thích năng lượng E_i và không có photon. Năng lượng toàn phần không nhiễu loạn của hệ là:

$\xi_i = E_i$ trong trạng thái đầu.

Trong trạng thái cuối ta có hạt nhân ở trạng thái kích thích hoặc cơ bản, ở mức năng lượng E_f và một photon có năng lượng $\hbar\omega$, vector sóng $\vec{k}$. Năng lượng thành phần không nhiễu loạn của hệ là:

$\xi_f = E_f + \hbar\omega$ (bỏ qua năng lượng giật lùi).

Sự bảo toàn năng lượng cho $\xi_f = \xi_i$ (3.16)

Suy ra $\hbar\omega = E_i - E_f$ (3.17)

Đo năng lượng $\hbar\omega$ của photon ta sẽ biết được năng lượng kích thích của hạt nhân.

Số trạng thái cuối n_f là số trạng thái của photon.

Nếu giả sử photon có sự phân cực xác định, theo vector sóng ta có:

$$dn_f = \frac{d^3p}{h^3} V \text{ mà } p = \hbar k$$

Suy ra:

$$\text{Suy ra: } dn_f = \frac{d^3k}{(2\pi)^3} V = \frac{k^2 dk d\Omega}{(2\pi)^3} V \quad (3.18)$$

$$\omega \approx k$$

Vi $d\xi_f = \hbar d\omega$ và $\omega = ck$

$$d\omega = cdk$$

$$d\xi_f = \hbar cdk \quad (3.19)$$

Mật độ trạng thái cuối:

$$\rho_f = \frac{dn_f}{d\xi_f} = \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{1}{\hbar c} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 d\Omega \quad (3.20)$$

Để tính ρ_f chỉ cần dùng định luật bảo toàn năng lượng (3.16) và (3.17):

$$\omega = \frac{E_i - E_f}{\hbar} \quad (3.21)$$

3.2.3. Gần đúng đối với photon bước sóng dài

Do tính chất phân bố mật độ của hạt trong nhân, phần chính yếu đóng góp vào thành phần (3.10) là những giá trị của $r_j \leq R$ (R là bán kính hạt nhân nguyên tử) và nếu photon được phóng thích ra có bước sóng λ

$$\hbar c = 197 (\text{MeV} \cdot \text{fm}) \quad \lambda = \frac{\lambda}{2\pi} = \frac{1}{k} = \frac{\hbar c}{\hbar \omega} = \frac{197}{\hbar \omega (\text{MeV})} (\text{fm}) \quad (3.22)$$

đủ lớn sao cho

$$kR = \frac{R}{\lambda} \ll 1 \quad (3.23)$$

thì ta có thể viết

$$e^{-ik\vec{r}_j} = 1 - ik\vec{r}_j + \dots \quad (3.24)$$

Ví dụ đối với hạt nhân có khối số $A = 125$, photon được phóng thích cỡ $\hbar\omega = 100 \text{ keV}$; $R \approx 1,1 A^{1/3} \text{ fm}$. Suy ra: $kR = 2,7 \times 10^{-3}$.

Sự gần đúng càng tốt khi hạt nhân càng nhỏ và năng lượng photon càng nhỏ.

1. Sự gần đúng cấp 1

Lấy $\vec{A}(\vec{r}) = A_0 \vec{e} e^{i\vec{k}\vec{r}}$ $e^{-ik\vec{r}_j} \approx 1$ suy ra $\vec{A}(\vec{r}_j) = A_0 \vec{e}$

$$V_{fi}^{(1)} = -A_0 \vec{e} \cdot \int d^3r_1 \dots d^3r_j \dots d^3r_A \Phi_f^*(1, \dots, j, \dots, A) \sum_{j=1}^Z \frac{\vec{p}_j}{m} \Phi_i(1, \dots, j, \dots, A)$$

Viết tắt lại là

$$V_{fi}^{(1)} = -A_0 \vec{e} \cdot \left\langle \Phi_f \left| \sum_{j=1}^Z \frac{\vec{p}_j}{m} \right| \Phi_i \right\rangle \quad (3.25)$$

Ta có

$$\frac{\hat{p}_j}{m} = \frac{d\vec{r}_j}{dt} = \frac{-i}{\hbar} [\vec{r}_j, \hat{H}_{\text{nhân}}]$$

$$V_{fi}^{(1)} = -A_0 \vec{e} \cdot \left\langle \Phi_f \left| \sum_{j=1}^Z \frac{d\vec{r}_j}{dt} \right| \Phi_i \right\rangle \quad (3.26)$$

$$V_{\text{fi}}^{(1)} = \frac{i}{\hbar} A_0 \bar{\epsilon} e \left\langle \Phi_f \left| \sum_{j=1}^Z \left[\hat{r}_j^z, \hat{H}_{\text{nhan}} \right] \Phi_i \right\rangle \quad (3.27)$$

Trong đó $\hat{H}_{\text{nhân}}$ là Hamilton của hạt nhân, Φ_i và Φ_f là trạng thái riêng. Hay nói cách khác:

$$(-) \begin{cases} \hat{H}_{\text{nhn}} \Phi_i = E_i \Phi_i \\ \hat{H}_{\text{nhn}} \Phi_f = E_f \Phi_f \end{cases} \rightarrow (E_i - E_f) \sum_j \hat{f}_j \quad (3.29)$$

Vì $\hat{H}_{\text{nhân}}$ là hermitic, $\langle \phi | \hat{H} \phi \rangle = \langle \hat{H} \phi | \phi \rangle$ nên từ (3.28) suy ra:

$$\langle \Phi_f | \sum [\hat{\mathbf{r}}_j, \hat{H}_{\text{nbab}}] | \Phi_i \rangle = (E_i - E_f) \langle \Phi_f | \sum [\hat{\mathbf{r}}_j] | \Phi_i \rangle \quad (3.30)$$

Vì $\sum_{i=1}^{Z_i} e_i \vec{r}_i = \hat{D}$ là momen lưỡng cực điện của hạt nhân (xảy ra khi $\phi_i \neq \phi_f$). Do đó (3.30)

suy ra

A! the vect

$$V_{\text{fi}}^{(1)} = iA_0 \vec{\epsilon} \omega \langle \Phi_f | \hat{D} | \Phi_i \rangle \quad (3.31)$$

Để tính (3.31) ta phải biết ϕ_i và ϕ_f dựa vào các mẫu hạt nhân.

Vì đây không phải là giá trị trung bình của momen lưỡng cực điện của hạt nhân $\phi_i \neq \phi_f$ nên phần tử ma trận này $\hat{\mathcal{D}}_{fi}$ không nhất thiết phải triệt tiêu.

Vậy khi (3.31) khác zero, $\hat{\mathcal{D}}_f$ là yếu tố quan trọng thúc đẩy cho dịch chuyển của photon từ trạng thái đầu i sang trạng thái cuối f .

2. Gần đúng cấp 2

Khi $V_{\vec{k}}^{(1)} = 0$, ta phải xét đến số hạng gần đúng cấp 2, đó là $-\vec{k}\vec{r}_1 A_0 \vec{e}$.

Gần đúng cấp 2 của phần tử ma trận dịch chuyển có thể được viết từ (3.10) khi khai triển các thành phần. Với:

$$\vec{k} \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{Bmatrix}, \quad \vec{r}_j \begin{Bmatrix} r_{j\alpha} \\ k_{j\beta} \\ k_{j\gamma} \end{Bmatrix}, \quad \vec{\varepsilon} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix}, \quad \dots \quad \sum_j \vec{p}_j$$

$$V_{fi}^{(2)} = iA_0 \sum_{\alpha, \beta} k_\alpha \varepsilon_\beta \int \dots \int d^3r_1 \dots d^3r_j \dots d^3r_A \cdot \frac{e}{m} \phi_f^*(1, \dots, j, \dots, A) \sum_{i=1}^Z \hat{r}_{i\alpha} \hat{p}_{j\beta} \phi_i(1, \dots, j, \dots, A) \quad (3.32)$$

Toán tử ten-xơ hạng hai $\left(\sum_{j=1}^Z r_{j\alpha} p_{j\beta} \right)$ có thể phân tích thành ten-xơ phản xứng và đối xứng.

$$\hat{O}^{(a)} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^Z (r_{j\alpha} \cdot p_{j\beta} - r_{j\beta} \cdot p_{j\alpha}) \quad (3.33a)$$

$$\hat{O}^{(s)} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^Z (r_{j\alpha} \cdot p_{j\beta} + r_{j\beta} \cdot p_{j\alpha}) \quad (3.33b)$$

Xét sự tham gia của số hạng tương ứng với $\hat{O}^{(a)}$ ta thấy $r_{j\alpha} p_{j\beta} - r_{j\beta} p_{j\alpha}$ là thành phần của $(\vec{r}_j \times \vec{p}_j)$. Đây chính là momen góc quỹ đạo $\vec{\ell}_j$ của hạt thứ j. Do đó ta có thể viết:

$$\frac{e}{2m} \sum_{j=1}^Z (\hat{r}_{j\alpha} \cdot \hat{p}_{j\beta} - \hat{r}_{j\beta} \cdot \hat{p}_{j\alpha}) = \frac{e}{2m} \sum_{j=1}^Z (\hat{\ell}_j)_{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^Z (\hat{\mu}_{j \text{ orb}})_{\alpha\beta} \quad (3.34)$$

Với $\hat{\mu}_{\text{orb}}$ là momen lưỡng cực từ quỹ đạo của hạt nhân.

Nếu ta để ý $(\hat{\mu}_{j \text{ orb}})_{\beta\alpha} = -(\hat{\mu}_{j \text{ orb}})_{\alpha\beta}$

Và đặt: $\vec{u} = \frac{\vec{k}}{k}; \quad \left. \begin{array}{l} \alpha \equiv x \\ \beta \equiv y \end{array} \right\}$ thì $\vec{\ell}_j$ nằm trên phương $\vec{z}$

$$\text{Ta có: } \sum_{\alpha\beta} k_{\alpha} \varepsilon_{\beta} (\hat{\mu}_{j \text{ orb}})_{\alpha\beta} = k \cdot (\vec{u} \times \vec{\varepsilon}) \hat{\mu}_{j \text{ orb}} = \frac{\omega}{c} (\vec{u} \times \vec{\varepsilon}) \hat{\mu}_{j \text{ orb}} \quad (3.35)$$

Khi đó thành phần ảnh hưởng của lưỡng cực từ:

$$V_{\text{fi}}^{(2)(M)} = iA_0 \frac{\omega}{c} (\vec{u} \times \vec{\varepsilon}) \langle \Phi_f | \hat{\mu}_{\text{orb}} | \Phi_i \rangle \quad (3.36)$$

Trong đó: $\langle \Phi_f | \hat{\mu}_{\text{orb}} | \Phi_i \rangle$ là phần tử ma trận lưỡng cực từ quỹ đạo chi phối chuyển biến của hạt nhân giữa hai trạng thái đầu và cuối.

Các dịch chuyển tương ứng với phần tử ma trận này gọi là chuyển biến lưỡng cực từ. Và bức xạ γ được phóng thích ra là bức xạ lưỡng cực từ.

Một cách tổng quát, momen từ của hạt nhân là:

$$\hat{\mu} = \sum_{j=1}^A (\rho_{lj} \hat{\ell}_j + \rho_{sj} \hat{s}_j) \mu_N$$

Với μ_N là magneton hạt nhân.

Ta thấy $\rho_l = 1$ đối với proton, và $\rho_l = 0$ đối với neutron.

Phần tử ma trận tương ứng (3.36) là $\langle \Phi_f | \hat{\mu} | \Phi_i \rangle$ (3.37)

Cũng với cách tính tương tự, sự tham gia của số hạng đối xứng $\hat{O}^{(s)}$ cho ta:

$$V_{fi}^{(2)(E)} = \frac{1}{6} A_0 \frac{\omega^2}{c} \sum_{\alpha, \beta} u_{\alpha} \varepsilon_{\beta} \langle \Phi_f | \hat{Q}_{\alpha\beta} | \Phi_i \rangle \quad (3.38)$$

Với $\langle \Phi_f | \hat{Q}_{\alpha\beta} | \Phi_i \rangle$ là phần tử ma trận của toán tử momen tứ cực điện giữa trạng thái đầu và cuối. Nó là một ten-xơ đối xứng hạng hai.

$$\hat{Q}_{\alpha\beta} = \sum_{j=1}^Z q_j (3r_{ja} r_{j\beta} - \delta_{\alpha\beta} r_j^2)$$

Các chuyển biến liên kết với toán tử này gọi là chuyển biến tứ cực điện và bức xạ γ được phóng thích được gọi là bức xạ tứ cực điện.

Nếu các phần tử ma trận chuyển biến tương ứng với 2 gần đúng đầu tiên triệt tiêu, ta sẽ xét số hạng gần đúng bậc 3 kế tiếp...

3.2.4. Xác suất biến chuyển

1. Xác suất biến chuyển của lưỡng cực điện

(gần đúng bậc 1)

Từ (3.6), (3.15), (3.20) và (3.31) ta có:

$$\lambda_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{fi}|^2 \rho_f \quad (\xi_i = \xi_f) \quad (3.39)$$

$$A_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2\varepsilon_0 \omega v}} \quad (3.40)$$

$$\rho_f = \frac{v}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{\hbar c} \cdot \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 d\Omega \quad (3.41)$$

$$\vec{D} = \sum_{j=1}^Z e \vec{r}_j$$

$$V_{fi}^{(1)} = i A_0 \vec{\varepsilon} \omega \langle \Phi_f | \vec{D} | \Phi_i \rangle \frac{1}{e} \quad (3.42)$$

$$d_{fi} = \left\langle \Phi_f \left| \sum_{j=1}^Z \vec{r}_j \right| \Phi_i \right\rangle$$

Suy ra xác suất của biến chuyển lưỡng cực điện:

$$\lambda_{fi}^{(E_1)} = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar c} \right) \frac{\omega^3}{c^2} |\vec{\varepsilon} \vec{d}_{fi}|^2 \frac{d\Omega}{2\pi} \quad (3.43)$$

(3.39) + (3.42) + (3.20)

Với $\left(\frac{e^2}{4\pi\hbar c}\right)$ là hằng hằng số cấu trúc thanh.

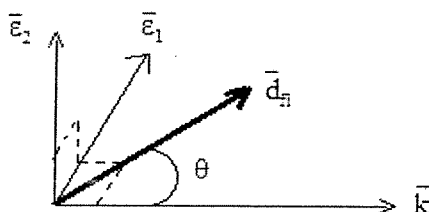
Biểu thức (3.39) cho biết xác suất biến chuyển từ trạng thái đầu i sang trạng thái cuối f của hạt nhân và một trạng thái của photon (được xác định bởi vector $\vec{k}$ và hướng phân cực $\vec{\epsilon}$).

Nếu ta không biết hướng phân cực thì phải lấy tổng xác suất (3.39) theo hai phương phân cực độc lập tuyến tính. Vì sự chọn $\vec{\epsilon}_1$ trong mặt phẳng sóng là tùy ý, ta có thể lấy $\vec{\epsilon}_1$ trong mặt phẳng qua tâm khối lượng của hạt nhân và được xác định qua hai phương $\vec{d}_f$ và $\vec{k}$.

Khi đó $\vec{\epsilon}_2 \cdot \vec{d}_f = 0$ và chỉ có sự phân cực theo phương $\vec{\epsilon}_1$ tham gia vào xác suất (3.39).

Nếu ta chọn $\vec{d}_f$ như là phương quy chiếu và gọi θ là góc hợp bởi $(\vec{d}_f, \vec{k})$ ta có:

$$\vec{\epsilon} \cdot \vec{d}_f = \vec{\epsilon}_1 \cdot \vec{d}_f = |\vec{d}_f| \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = d_f \sin \theta \quad (3.44)$$



Hình 3.7. Cách lấy véc tơ phân cực.

Nếu ta không phát hiện cả phương truyền của photon và nếu ta lấy tổng xác suất theo mọi phương truyền ta sẽ được xác suất toàn phần λ , xác suất chuyển từ trạng thái đầu qua trạng thái cuối của hạt nhân do bức xạ lưỡng cực điện.

$$\lambda^{(E_1)} = \sum_{\text{phân cực}} \int \lambda_f^{(E_1)} d\Omega, \quad d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$$

$$\lambda^{(E_1)} = \alpha \frac{\omega^3}{c^2} |d_f|^2 \int_0^\pi \sin^2\theta \sin\theta d\theta$$

$$\lambda^{(E_1)} = \frac{4}{3} \alpha \frac{\omega^3}{c^2} |d_f|^2 \quad (3.45.a)$$

hay

$$\lambda^{(E_1)} = \left(\frac{E_\gamma}{1\text{MeV}}\right)^3 \left(\frac{|d_f|^2}{1\text{fm}}\right)^2 \times 0,38 \times 10^{15} \text{ giây}^{-1}, \quad (3.45.b)$$

Với

$$d_{fi} = \left\langle \phi_f \left| \sum_{j=1}^Z \vec{r}_j \right| \phi_i \right\rangle \quad (3.46)$$

Cũng với cách tính tương tự, nhưng phức tạp hơn ta có được xác suất biến chuyển lưỡng cực từ và tứ cực điện.

2. Xác định hàm sóng trạng thái và tính toán xác suất biến chuyển đa cực điện

Về phương diện hạt nhân, các xác suất của biến chuyển lưỡng cực điện, lưỡng cực từ và tứ cực điện lần lượt được xác định bởi các phần tử ma trận hạt nhân.

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{fi} &= \left\langle \phi_f \left| \hat{\mathcal{D}} \right| \phi_i \right\rangle \\ \mu_{fi} &= \left\langle \phi_f \left| \vec{\mu} \right| \phi_i \right\rangle \\ Q_{\alpha\beta} &= \left\langle \phi_f \left| \hat{Q}_{\alpha\beta} \right| \phi_i \right\rangle \end{aligned} \quad (3.47)$$

Các phần tử ma trận có thể được tính từ các hàm sóng cho bởi các mẫu hạt nhân. Đặc biệt đối với mẫu hạt độc lập:

$$\phi(1, 2, \dots, A) = \phi_{n_1}(1) \cdot \phi_{n_2}(2) \dots \phi_{n_A}(A) \quad \text{với}$$

Với

$$\phi_{n\ell jm}(\vec{r}, s, t) = \sum_{m_\ell \sigma} \left\langle jm \left| \ell \frac{1}{2} m_\ell \sigma \right\rangle \Psi_{n\ell m_\ell}(\vec{r}) \chi_\sigma(s) \theta_\tau(t) \right.$$

a. Các biến chuyển lưỡng cực điện E_1 : để tính xác suất biến chuyển cần phải xác định độ lớn của phần tử ma trận biến chuyển d_{fi} rồi đưa vào công thức (3.46).

Tương tự ta có thể thực hiện phép tính momen tứ cực điện với nhân A lẻ trong khuôn khổ mẫu tầng. Khi đó trạng thái đầu và trạng thái cuối của nhân chỉ khác nhau do trạng thái của chỉ có một nucleon lẻ đôi chịu sự biến chuyển. Có nghĩa là phần tử ma trận hạt nhân quy về phần tử ma trận liên quan đến chỉ một nucleon với các hàm sóng có dạng:

$$\begin{aligned} \Psi_{n\ell m_\ell}(\vec{r}) &= Y_{\ell}^{m_\ell}(\theta, \varphi) R_n^{\ell}(r) \\ \phi_{n\ell jm}(\vec{r}, s, t) &= \sum_{m_\ell \sigma} \left\langle jm \left| \ell \frac{1}{2} m_\ell \sigma \right\rangle \Psi_{n\ell m_\ell}(\vec{r}) \chi_\sigma(s) \theta_\tau(t) \right. \end{aligned}$$

ở đây

$$Y_{\ell m}(\vec{r}) = Y_{\ell}^m(\theta, \varphi) \cdot R_{\ell}^m(r)$$

$$\vec{r}(x, y, z) \rightarrow \begin{cases} r_+ = -\frac{1}{\sqrt{2}}(x + iy) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta(\cos\varphi + i\sin\varphi) = -\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta e^{i\varphi} = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}Y_1^{-1} \quad (m = -1) \\ r_- = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - iy) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta(\cos\varphi - i\sin\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta e^{-i\varphi} = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}Y_1^{-1} \quad (m = 1) \\ r_0 = z = \cos\theta = \sqrt{\frac{4\pi}{3}}Y_1^0 \quad (m = 0) \end{cases}$$

Các thành phần của $\vec{r}$ tỉ lệ với hàm liên hợp cầu Y_{ℓ}^m , phần góc của phần tử ma trận d_{fi} cho ta giá trị của hệ số.

$$\langle \ell_1 m_1 | Y_{\ell_2}^{m_2} | \ell_3 m_3 \rangle = \int Y_{\ell_1}^{m_1*}(\theta, \varphi) Y_{\ell_2}^{m_2}(\theta, \varphi) Y_{\ell_3}^{m_3}(\theta, \varphi) d\Omega$$

$$\langle \ell_1 m_1 | Y_{\ell_2}^{m_2} | \ell_3 m_3 \rangle = \sqrt{\frac{(2\ell_2 + 1)(2\ell_3 + 1)}{(2\ell_1 + 1)}} \langle \ell_2 \ell_3 m_2 m_3 | \ell_1 m_1 \rangle \cdot \langle \ell_2 \ell_3 00 | \ell_1 0 \rangle$$

$$\langle \ell \ell | Y_2^0 | \ell \ell \rangle = -\sqrt{\frac{5}{4\pi}} \frac{\ell}{2\ell + 3}$$

Ta giả sử các hệ số này vào khoảng đơn vị, thì độ lớn của các phần tử ma trận cho bởi tích phân:

$$\langle R_{n_f}^{\ell_f}(r) | r | R_{n_i}^{\ell_i}(r) \rangle$$

Với giả thiết đơn giản hóa, trong đó các hàm sóng $R_{n_f}^{\ell_f}$ và $R_{n_i}^{\ell_i}$ không khác nhau lớn, một cách gần đúng được xem như là không đổi ở trong nhân và triệt tiêu ở ngoài nhân.

$$\langle R_{n_f}^{\ell_f}(r) | r | R_{n_i}^{\ell_i}(r) \rangle \approx \frac{3}{4} R \quad (3.48)$$

với $R = r_0 A^{1/3}$: bán kính hạt nhân.

Và như vậy

$$d_{fi} \approx R \quad (3.49)$$

Ta có $\frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}$, λ là bước sóng của photon γ . Suy ra

$$\lambda^{(E_1)} = \frac{4}{3} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^2 \frac{c}{\lambda} \propto (\hbar\omega)^3 \quad (3.50)$$

Handwritten note: $\lambda = \frac{hc}{\hbar\omega}$

Thí dụ: Hạt nhân có khối số A trung bình vào khoảng 100 thì bán kính hạt nhân là $R = 5$ fm, năng lượng biến chuyển phát gamma $\hbar\omega = 100$ keV. Dùng (3.22) để tính λ ta được $\lambda^{(E_1)} = 10^{13} \text{ s}^{-1}$ hay thời gian sống trung bình $\tau^{(E_1)} = 10^{-13} \text{ s}$.

Handwritten note: $E = 0.1 \text{ MeV}$

Ta cũng thấy rằng biến thiên của xác suất biến chuyển $\lambda^{(E_1)}$ theo năng lượng $\hbar\omega$ của photon γ tỉ lệ thuận với $(\hbar\omega)^3$.

$$\lambda^{(E_1)} \text{ tỉ lệ thuận } (\hbar\omega)^3.$$

Như vậy trong phạm vi mẫu tầng $\lambda^{(E_1)}$ tỉ lệ thuận với $A^{2/3}$.

(Mẫu tầng)

b. Các biến chuyển lưỡng cực từ:

So sánh (3.31) và (3.36) ta thấy với sai biệt một thừa số nhân, giả sử cỡ đơn vị, ta có thể lấy độ lớn của xác suất biến chuyển M_1 như sau:

$$\lambda^{(M_1)} = \alpha \left(\frac{\omega}{c} \right)^3 \frac{1}{e^2} |\vec{\mu}_n|^2 \propto (\hbar\omega)^3 \quad (3.51)$$

Trong phạm vi mẫu tầng ta chấp nhận độ lớn của μ_n là:

Moment $|\vec{\mu}_n| = \frac{e\hbar}{2m} (= \mu_N)$, m là khối lượng của nucleon.

Và do đó:

Neutron

$$\lambda^{(M_1)} = \alpha \left(\frac{\lambda_c}{\lambda} \right)^2 \cdot \frac{c}{\lambda} \quad (3.52)$$

Với bước sóng Compton

$$\lambda_c = \frac{197}{\hbar\omega(\text{MeV})} (\text{fm})$$

$$197 = \hbar c \quad (\text{MeV} \cdot \text{fm})$$

$$\lambda = \frac{\hbar c}{\hbar\omega} \left(\frac{v}{\omega} \right) = \frac{1}{k}$$

$$\lambda_c = \frac{\hbar}{mc} \approx 2,1 \cdot 10^{-1} \text{ fm} \quad \text{gọi là bước sóng Compton của photon } \gamma.$$

Nếu năng lượng biến chuyển $\hbar\omega = 100 \text{ keV}$ ta có:

$$\lambda^{(M_1)} \approx 10^{10} \text{ giây}^{-1} \text{ hay } \tau^{(M_1)} \approx 10^{-10} \text{ giây}.$$

Cũng giống như đối với phóng thích bức xạ lưỡng cực điện, ta có

$$\lambda^{(M_1)} \text{ tỷ lệ thuận } (\hbar\omega)^3.$$

Như vậy trong khuôn khổ của mẫu tầng xác suất biến chuyển M_1 không phụ thuộc vào khối số A .

c. Các biến chuyển tứ cực điện

(Mẫu tầng)

Để đánh giá sự tham gia quan trọng của tứ cực điện ta cần phải có ý niệm về độ lớn của phần tử ma trận $(Q_{\alpha\beta})_{fi}$.

$$(3.38)$$

Giả sử ta cũng dùng mẫu tầng và cũng giống trường hợp phần tử ma trận $|\vec{d}_{fi}|$ ta để những hằng số qua một bên, khi đó người ta tìm được

$$\frac{1}{e}(Q_{\alpha\beta})_{fi} = \frac{3}{5}R^2 = R^2$$

Do đó xác suất liên quan đến biến chuyển tứ cực điện là

$$\lambda_{MT}^{(E_2)} = \alpha \frac{\omega^5}{c^4} R^4 = \alpha \left(\frac{R}{\lambda} \right)^4 \frac{c}{\lambda} = \alpha \left(\frac{r_0}{\lambda} \right)^4 \frac{c}{\lambda} A^{4/3} \quad (3.53)$$

Với $R = 5 \text{ fm}$, $\hbar\omega = 100 \text{ keV}$ ta có:

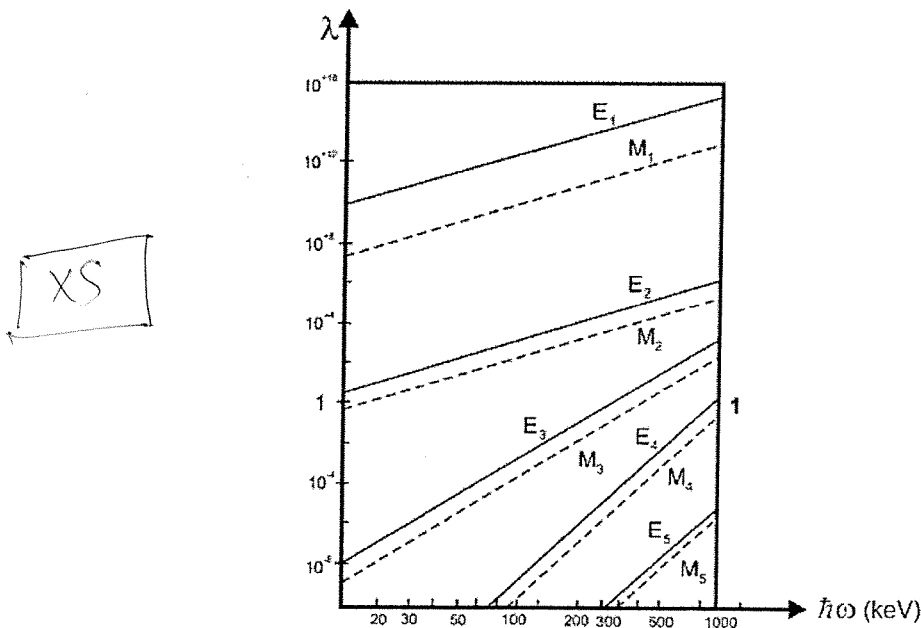
$$\lambda_{MT}^{(E_2)} \approx 10^8 \text{ giây}^{-1}$$

$$\tau_{MT}^{(E_2)} \approx 10^{-8} \text{ giây.}$$

Người ta cũng có thể tính xác suất biến chuyển tứ cực điện dựa trên khái niệm của mẫu quay. Tuy nhiên kết quả này khác với (3.53) bởi một thừa số F tỷ lệ với $Z^2\epsilon^2$.

$$\lambda_{\text{rot}}^{(E_2)} = \frac{\omega^5}{c^4} \alpha \frac{Q^2}{5} = \alpha \frac{\omega^5}{c^4} R^4 \left(\frac{4}{5\sqrt{5}} Z\epsilon \right)^2 \quad (3.54)$$

$F = 0,36 Z^2\epsilon^2$ được gọi là thừa số tăng tốc của biến chuyển tứ cực điện E_2 . Hệ số F có giá trị lớn hơn 100 đối với nhân có Z khá lớn ($Z = 72$, $^{171}_{72}\text{Hf}$) và biến dạng nhiều so với nhân dạng hình cầu $\epsilon = 0,4$. Kết quả cho thấy sự phụ thuộc của $\lambda(E_2)$ vào năng lượng chuyển biến theo mẫu hạt nhân là các hạt độc lập có dạng $\lambda(E_2) = (\hbar\omega)^5$. Hình 3.8 trình bày xác suất biến chuyển đa cực điện và từ có được trong khuôn khổ mẫu tăng với hạt nhân đặc trưng $A = 100$ theo năng lượng chuyển biến $\hbar\omega$.



Hình 3.8. Xác suất biến chuyển tính từ mẫu tăng với $A = 100$ [2].

Phân tích các kết quả có được ở trên cho phép suy ra các tính chất:

- Toán tử biến chuyển đa cực điện cấp 2^L là $\hat{O}(E_L)$ biến đổi như hàm sóng L , có tính chẵn lẻ được tính bởi $(-1)^L$. *chẵn lẻ $\rightarrow (-1)^L \leftarrow (H_0)$*
- Toán tử biến chuyển đa cực từ cấp 2^L là $\hat{O}(M_L)$ biến đổi như hàm sóng momen động lượng L và có tính chẵn lẻ được tính bởi $(-1)^{L+1}$. *lẻ $\rightarrow (-1)^{L+1} \leftarrow (H_0) : \text{upside}$*

Các biến chuyển này đưa đến phát các bức xạ tương ứng gọi là bức xạ cấp 2^L cực điện hoặc từ.

Những kết quả (3.52), (3.57) được suy rộng tổng quát để tính $\lambda^{(E_L)}$ và $\lambda^{(M_L)}$ như sau:

Xác định $\rightarrow$

$$\lambda^{(E_L)} = \frac{1}{\tau_{E_L}} = S \frac{\omega}{137} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{2L} \quad (3.55)$$

với $R = r_0 A^{1/3}$ là bán kính hạt nhân; S là trọng số thống kê giảm nhanh khi L tăng, được cho bởi

trọng số thống kê

$$S = \frac{2^{2L} (L+1)! (L-1)!}{[(2L+1)!]^2} \left(\frac{3}{L+3} \right)^2 \quad (3.56)$$

Từ phương trình (3.56) ta có một số giá trị S ứng với những giá trị của L .

Bảng 3.1. Các giá trị của trọng số thống kê S theo L

L	1	2	3	4	5
S	0,5	10^{-2}	$1,2 \times 10^{-4}$	10^{-6}	$0,6 \times 10^{-8}$

Ta thấy $1/S$ tăng lên 10^2 khi tăng L lên một đơn vị.

Mặc khác bước sóng của bức xạ có thể biểu diễn theo năng lượng $\Delta E \equiv E_\gamma$.

Bước sóng của bức xạ $\rightarrow$

$$\lambda = 2\pi\tilde{\lambda} = \frac{c}{\nu} = \frac{ch}{\Delta E} = \frac{(h/m_0c)}{(\Delta E/m_0c^2)} = \frac{1240 \times 10^{-13} \text{ cm}}{\Delta E (\text{MeV})} \quad (3.57)$$

Phương trình (3.55) có thể được đưa về dạng tương đương:

(thời gian sống trung bình)

$$\tau_E = \frac{1}{S} \left[\frac{137}{(\Delta E/m_0c^2)} \right]^{2L+1} \left[\frac{r_0}{R_0 A^{1/3}} \right]^{2L} \frac{\hbar}{m_0c^2} \quad (3.58)$$

$$\approx \left[\frac{70}{\Delta E (\text{MeV})} \right]^{2L+1} \left[\frac{2}{A^{1/3}} \right]^{2L} \frac{1,29 \times 10^{-21}}{S} \text{ giây} \quad (3.59)$$

Ở đây bán kính electron cổ điển:

$$r_0 = \left(\frac{e^2}{m_0c^2} \right) = 2,82 \cdot 10^{-13} \text{ (cm)}$$

$$r_0 = \left(\frac{e^2}{m_0 c^2} \right) = 2,82 \times 10^{-13} \text{ cm} \quad (3.60)$$

Tỷ số bán kính electron cổ điển đối với bán kính đơn vị hạt nhân R_0 được xấp xỉ $(r_0/R_0) \approx 2$ và $\frac{\hbar}{m_0 c^2} = 1,29 \times 10^{-21}$ giây.

Bức xạ đa cực điện xuất phát từ sự thay đổi mật độ điện tích trong hạt nhân. Còn bức xạ đa cực từ bắt nguồn từ sự thay đổi tuần hoàn mật độ dòng, mà ở đó suất của nó có cấp độ $(v/c)\rho$, với v là vận tốc của điện tích. Do đó với cùng một bậc đa cực L thì xác suất phát bức xạ đa cực từ nhỏ hơn nhiều so với xác suất phát bức xạ đa cực điện.

$$\frac{\tau_M}{\tau_E} \approx \frac{1}{10} \left[\frac{R}{(\hbar/Mc)} \right]^2 \approx 4,4 A^{2/3} \quad (3.61)$$

Ở đây $R \approx 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$, $\hbar/Mc = 0,211 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$.

Tỷ số trong phương trình (3.61) độc lập với cả năng lượng dịch chuyển lẫn chỉ số đa cực L .

Trong khuôn khổ của mẫu tầng với nucleon lẻ đôi, sự phụ thuộc của xác suất biến chuyển vào bán kính hạt nhân được tổng quát hóa thành:

$$\begin{aligned} \lambda^{(E_L)} &\sim R^{2L} \sim A^{2L/3} \\ \lambda^{(M_L)} &\sim R^{2(L-1)} \sim A^{2(L-1)/3} \end{aligned} \quad (3.62)$$

Kết quả này đối với mẫu tầng cho giá trị xác suất biến chuyển dùng để tham khảo.

3.2.5. Các quy tắc lọc lựa

Các xác suất biến chuyển $\lambda^{(E_L)}$, $\lambda^{(M_L)}$ tỷ lệ với bình phương mô đun các phần tử ma trận

$$\begin{aligned} &\langle \Phi_f | \hat{O}(E_L) | \Phi_i \rangle \\ &\langle \Phi_f | \hat{O}(M_L) | \Phi_i \rangle \end{aligned}$$

Gọi $J_i^{\pi_i}$ và $J_f^{\pi_f}$ là spin và chẵn lẻ của trạng thái hạt nhân đầu Φ_i và cuối Φ_f . Các quy tắc cộng momen động lượng và các định luật bảo toàn tính chẵn lẻ cho phép xác định các điều kiện về sự không triệt tiêu của các phần tử ma trận này.

Ta có quy tắc như sau:

$$|J_i - J_f| \leq L \leq J_i + J_f$$

Với $\pi_i \pi_f = (-1)^L$ đối với biến chuyển E_L .