Trường ĐH Khoa học Tự nhiên - DDHQG TPHCM

VẬT LÝ PHÓNG XẠ

Tác giả: PGS TRƯƠNG THỊ HỒNG LOAN

Lớp 15KTH+15VLYK+15VLHN

Trình bày bìa: Vũ Quang Nguyên - 1523030

11.01.2018

1523030

Đo phổ cấp = XS phát γ

LỜI NÓI ĐẦU

Các quá trình phân rã phóng xạ và các tính toán lý thuyết liên quan đến xác suất biến chuyển trong mỗi loại phân rã phóng xạ là những kiến thức nền tảng của chuyên ngành vật lý hạt nhân, từ đó các môn học khác được triển khai. Môn học về cơ sở vật lý đối với các quá trình phân rã phóng xạ từ lâu đã được giảng dạy cho sinh viên năm thứ ba chuyên ngành Vật lý Hạt nhân và hiện nay bổ sung thêm với ngành Kỹ thuật hạt nhân. Đây là môn học nền tảng không thể thiếu cho sinh viên chuyên ngành. Giáo trình Vật lý phóng xạ do đó là cần thiết cho việc giảng dạy cho sinh viên và học viên cao học chuyên ngành Vật lý Hạt nhân và Kỹ thuật Hạt nhân tại trường Đại học Khoa học Tự nhiên Thành phố Hồ Chí Minh.

Giáo trình cung cấp kiến thức cơ sở cho người học về các tính chất và quy luật của các quá trình phân rã phóng xạ cơ bản như phân rã alpha, beta và dịch chuyển gamma cũng như các mô hình tính toán lý thuyết xác suất biến chuyển trong mỗi phân rã dựa trên nền tảng của cơ học lượng tử và điện động lực học lượng tử. Nội dung giáo trình bao gồm bốn chương:

Chương 1 trình bày tổng quan về hiện tượng phân rã phóng xạ, các tính chất, quy luật và đặc trưng của các quá trình phân rã phóng xạ từ đơn giản (phóng xạ đơn) đến phức tạp (phóng xạ chuỗi), giới thiệu phương trình Bateman để giải quyết bài toán phóng xạ chuỗi. Từ các kiến thức này sinh viên có thể vận dụng trong việc tính toán hoạt độ phóng xạ của mẫu, các kiến thức về cân bằng chuyển tiếp và thế kỷ, cũng như hiểu biết cặn kẽ các quy luật phân rã phóng xạ giúp người học có thể chọn lựa điều kiện và chỉ tiêu phân tích tối ưu trong phân tích phóng xạ môi trường.

Chương 2 tổng quan về phóng xạ alpha, các phương pháp xác định năng lượng phóng xạ alpha bằng từ phổ kế, các phả hệ nhân phát alpha, hệ thống hóa năng lượng phóng xạ alpha, trình bày lý thuyết tính toán xác suất phân rã phóng xạ alpha trong mô hình hố thế vuông góc kết hợp với rào thế Coulomb dựa trên nền tảng của cơ học lượng tử.

Chương 3 tổng quan về dịch chuyển phóng xạ gamma, các đặc trưng về tính đa cực, momen góc của bức xạ, trình bày tính toán xác suất dịch chuyển gamma dựa trên điện động lực học lượng tử.

Chương 4 giới thiệu về phân rã phóng xạ phát beta, bắt đầu từ việc quan sát sự vi phạm các định luật bảo toàn năng lượng, động lượng và spin đưa ra giả thuyết về neutrino, sử dụng thuyết phóng xạ beta của Fermi để tính toàn xác suất biến chuyển trong phân rã β^-, β^+ và bắt electron.

Mỗi chương đều có ví dụ minh họa và các bài tập để rèn luyện kiến thức lý thuyết cũng như tính ứng dụng vào thực tế cho người học. Các chương được viết tổng quan về phóng xạ nói chung ở chương 1 và đi chuyên sâu tính toán lý thuyết cụ thể cho từng loại phân rã phóng xạ cơ bản ở chương 2, 3 và 4 giúp cho người học đi từ dễ đến khó, từ tổng quát đến chi tiết hỗ trợ cho việc ứng dụng cũng như nghiên cứu lý thuyết cho các môn học tiếp theo.

Giáo trình này được biên soạn phiên bản đầu tiên nên không tránh khỏi thiếu sót. Nhóm tác giả mong nhận được ý kiến đóng góp của quý đồng nghiệp để giáo trình được hoàn thiện hơn trong những lần tái bản sau. Thay mặt nhóm tác giả xin chân thành cảm ơn Ban xuất bản đã bỏ công chỉnh sửa và in ấn, chân thành cảm ơn Đại học Quốc Gia Thành phố Hồ Chí Minh đã hỗ trợ kinh phí cho việc xuất bản.

Trương Thị Hồng Loan

MỤC LỤC

1.2.2. Phóng xạ đơn

Phóng xạ đơn là sự tự phân rã của một hạt nhân A_1 (chỉ gồm một loại nhân) để tạo ra một hạt nhân bền A_2 (A_2 có thể y hệt A_1 như trong trường hợp phóng xạ γ và ta loại bỏ trường hợp A_1 tạo ra hai loại hạt nhân A_2' và A_2" khác nhau).

Ví dụ:

$^{24}_{11}Na \xrightarrow{\beta^-} {}^{24}_{12}Mg$ (bền): phóng xạ đơn.

$^{64}_{29}Cu \begin{array}{l} \xrightarrow{\beta^-} {}^{64}_{30}Zn(39\%) \\ \xrightarrow{\beta^+} {}^{64}_{28}Ni(61\%) \end{array}$: không phải là phóng xạ đơn, được gọi là phóng xạ kép.

Gọi N(0) là số hạt nhân A_1 hiện hữu lúc $t = 0$ và N(t) là số hạt nhân A_1 hiện hữu vào thời điểm t.

Giả sử rằng sự thay đổi về số hạt nhân chỉ do sự phóng xạ của A_1 và không có sự tạo thêm hạt nhân A_1 mới. Thí nghiệm chứng tỏ rằng số hạt nhân A_1 phân rã trong đơn vị thời gian tỷ lệ với N(t) hay:

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N(t) \qquad \text{Suy ra:} \qquad N(t) = N(0)\, e^{-\lambda t}. \tag{1.1}$$

Hằng số λ là xác suất để một hạt nhân A_1 phân rã trong một đơn vị thời gian và được gọi là hằng số phân rã phóng xạ.

Từ công thức (1.1) có thể suy ra số hạt nhân phân rã từ thời điểm t_1 đến t_2 là

$$N(t_1) - N(t_2) = N(0)(e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda t_2}) \tag{1.2}$$

1.2.3. Bản chất thống kê của hiện tượng phóng xạ

Năm 1905, Von Schweidler đã chứng minh rằng phóng xạ là hiện tượng có tính ngẫu nhiên. Gọi p là xác suất để một hạt nhân A_1 phân rã trong khoảng thời gian Δt, ta có thể chọn Δt khá nhỏ để p tỉ lệ với Δt và nếu sự tự phân rã chỉ là một hiện tượng ngẫu nhiên, p sẽ có cùng một trị số về trung bình đối với tất cả hạt nhân nguyên tử A_1 cùng loại, bất chấp chúng được tạo ra bằng cách nào trước đó. Do đó, ta có thể viết:

$$p = \lambda.\Delta t \tag{1.3}$$

với **λ** là hằng số đặc trưng của hạt nhân A_1 độc lập với thời gian. Như vậy số hạt nhân không phân rã trong thời gian Δt là:

$$N(\Delta t) = N(0)\,(1 - \lambda\Delta t) \tag{1.4}$$

với N(0) là số hạt nhân A_1 lúc đầu.

Tương tự, số hạt nhân không phân rã trong khoảng thời gian 2Δt là:

$$N(2\Delta t) = N(0)(1 - \lambda\Delta t)^2 \tag{1.5}$$

và trong khoảng thời gian nΔt, số hạt nhân còn lại chưa phân rã là:

$$N(n\Delta t) = N(0)(1 - \lambda\Delta t)^n \tag{1.6}$$

Nếu ta đặt t = n.Δt, ta có:

$$N(t) = N(0)\left(1 - \lambda.\frac{t}{n}\right)^n \tag{1.7}$$

Khi $\Delta t \to 0$, $n \to \infty$ thì

$$N(t) = N(0)\lim_{n\to\infty}\left(1 - \lambda\frac{t}{n}\right)^n = N(0)e^{-\lambda t}.$$

Quy luật $N(t) = N(0)\,e^{-\lambda t}$ gọi là *định luật phân rã phóng xạ đơn,* hay gọi tắt là *định luật phân rã phóng xạ.*

1.2.4. Thời gian bán rã và thời gian sống trung bình

- Thời gian bán rã $T_{\frac{1}{2}}$ của chất phóng xạ là thời gian để số hạt nhân ban đầu phân rã còn một nửa. Ta có:

$$N(T_{\frac{1}{2}}) = N(0)e^{-\lambda T_{\frac{1}{2}}} = \frac{N(0)}{2} \tag{1.8}$$

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(2)}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} \tag{1.9}$$

- Thời gian sống của một hạt nhân nguyên tử là một đại lượng ngẫu nhiên tuân theo quy luật thống kê và được biểu thị bởi giá trị thời gian sống của một tập hợp số lượng lớn hạt nhân nguyên tử tham gia. Thời gian sống của một hạt nhân nguyên tử có thể từ 0 đến ∞. Để tiện lợi người ta sử dụng khái niệm thời gian sống trung bình của hạt nhân nguyên tử. Nó được định nghĩa như là tổng thời gian sống của các hạt nhân nguyên tử được chia bởi tổng số các hạt nhân nguyên tử hiện diện ban đầu. Với N(0) hạt nhân nguyên tử lúc đầu, số hạt nhân hiện hữu đến thời điểm t là $N(t) = N(0)\,e^{-\lambda t}$ và số hạt nhân tự rã trong khoảng từ t đến t+dt là $-dN_t = \lambda N_t$ dt. Do đó, xác suất để thời gian sống của một hạt nhân chỉ trong khoảng từ t đến t+dt là $\lambda e^{-\lambda t}dt$.

- Vậy đời sống trung bình τ của một hạt nhân nguyên tử là:

$$\tau = \int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t} t dt = \frac{1}{\lambda} \qquad (1.10)$$

Từ (1.9) và (1.10) suy ra: $$\tau = \frac{T_{\frac{1}{2}}}{0,693} = 1,44 T_{\frac{1}{2}} \qquad (1.11)$$

$-\int_0^\infty \lambda e^{-\lambda t} dt$

1.2.5. Hoạt độ phóng xạ

- Hoạt độ phóng xạ R(t) của một chất phóng xạ vào thời điểm t là số hạt nhân nguyên tử của chất đó phân rã trong đơn vị thời gian vào thời điểm t.
- Tương ứng với một đơn vị khối lượng của chất phóng xạ, hoạt độ phóng xạ được gọi là hoạt độ phóng xạ riêng.

Ta có:

$N(t)$

$$R(t) = \left|\frac{dN(t)}{dt}\right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N(t) = R(0) e^{-\lambda t} \qquad (1.12)$$

Trong đó, $R(0) = \lambda N(0)$ là hoạt độ phóng xạ lúc ban đầu (t = 0).

Trong thực tế, người ta không xác định sự thay đổi của N(t) (số hạt nhân nguyên tử còn lại chưa phóng xạ) theo thời gian mà xác định sự thay đổi của R(t) (số hạt nhân nguyên tử phân rã trong một đơn vị thời gian) theo thời gian thông qua các hệ ghi đo bức xạ. Hình 1.1. trình bày quy luật giảm của hoạt độ phóng xạ theo thời gian và các đặc trưng của nó như thời gian bán rã $T_{\frac{1}{2}}$, thời gian sống trung bình τ.

Cách xác định hằng số phân rã phóng xạ λ

1. Trường hợp hạt nhân phóng xạ có thời gian bán rã ngắn:

Dùng hệ ghi đo bức xạ ghi số đếm của mẫu vật phân rã (α, β, γ, . . .) trong khoảng thời gian Δt (số hạt này tỉ lệ với R(t)) theo thời gian t.

Từ đẳng thức thứ tư của (1.12) suy ra: $\ln R(t) = \ln R(0) - \lambda t$ (1.13)

- Nếu vẽ đường biểu diễn của R(t)/R(0) và lnR(t) theo t trên giấy semilog, ta sẽ có các đường thẳng mà hệ số góc của nó chính là λ.

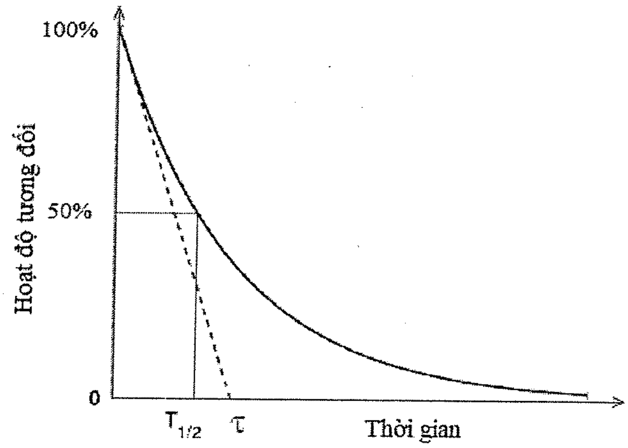
- Chú ý rằng giá trị của tham số λ có thể được xác định tốt hơn bằng kỹ thuật khớp bình phương tối thiểu.

2. Trường hợp nhân phóng xạ có thời gian bán rã dài:

Chúng ta sẽ sử dụng đẳng thức thứ ba của (1.12), $R(0) = \lambda N(0)$ và suy ra:

$$\lambda = R(0)/N(0) \tag{1.14}$$

Trong đó R(0) có được từ việc đo đạc hoạt độ mẫu vật phóng xạ; N(0) được tính từ khối lượng m của chất phóng xạ quan tâm: $N(0) = \frac{m}{A} N_A$, N_A= 6,023.10^{23} nguyên tử/mol (số Avogadro).



Hình 1.1. Quy luật giảm của hoạt độ phóng xạ theo thời gian và các đặc trưng của nó [6].

Hoạt độ trong một giây

Khi thời gian sống nhỏ hơn 1giây, cách sử dụng định nghĩa (1.12) sẽ cho kết quả không tốt (overestimate) do thời gian quá ngắn để đo tốc độ phân rã trong một đơn vị thời gian (thường là một giây). Công thức sau đây giúp xác định hoạt độ trong một giây tốt hơn:

$$R(1s) = \int_0^1 \lambda N dt = N(0)(1 - e^{-\lambda}) \tag{1.15}$$

Với N(0) là số nguyên tử ở thời gian ban đầu t = 0. Đối với hoạt độ riêng R_{sp}, N(0) là số nguyên tử trong một đơn vị khối lượng hoặc trong một đơn vị thể tích.

Ví dụ: hoạt độ riêng trong một giây tính trên một đơn vị khối lượng là 1g:

$$R_{sp} = \frac{N_A(1 - e^{-\lambda})}{A} \tag{1.16}$$

Với A là số khối của nguyên tố đang khảo sát. N_A là số Avogadro.

Đơn vị của hoạt độ phóng xạ: hai đơn vị chính để đo hoạt độ phóng xạ là:

a. Becquerel (Bq): 1Bq tương ứng với một phân rã trong một giây (decay per second – dps).

b. Curie (Ci): 1 Ci = $3,7 \times 10^{10}$ Bq chính là số phân rã quan sát được của 1 g radium.

- Quy ước quốc tế sử dụng (Bq) như là đơn vị đo hoạt độ phóng xạ trong hệ SI.
- Hoạt độ phóng xạ riêng (R_{sp}): để thuận lợi trong việc đánh giá hoạt độ phóng xạ của các mẫu vật, trong thực tế người ta cần biểu diễn hoạt độ phóng xạ trong một đơn vị khối lượng hay hoạt độ phóng xạ trong một đơn vị thể tích gọi là hoạt độ phóng xạ riêng. Ví dụ trong đánh giá hoạt độ phóng xạ môi trường rắn thường dùng đơn vị (Bq/kg) hay bội số của nó, trong đánh giá hoạt độ phóng xạ môi trường dạng khí hoặc lỏng người ta thường dùng (Bq/ℓ) hoặc bội số của nó.

1.2.6. Chồng chập của nhiều phóng xạ đơn

a. Nhiều loại phóng xạ đơn của cùng một nhân - phóng xạ kép

Trong phần trước, ta không đề cập đến cách phân rã của hạt nhân nguyên tử A_1. Tuy nhiên, hạt nhân A_1 có thể phân rã theo các cách khác nhau để tạo ra các nguyên tố mới $A_2^{'}$, $A_2^{''}$, … khác nhau. Ta gọi đó là *phóng xạ kép.*

Để đơn giản, ta giả sử rằng các cách phóng xạ thành phần D', D'',… cũng là phóng xạ đơn. Trong một đơn vị thời gian, số hạt nhân nguyên tử A_1 phân rã do cách phóng xạ D' vào thời điểm t là

$$-\left(\frac{dN(t)}{dt}\right)_{D'} = \lambda'.N(t) \qquad (1.17)$$

và do các cách phóng xạ D'' là

$$-\left(\frac{dN(t)}{dt}\right)_{D''} = \lambda''.N_t(t) \qquad (1.18)$$

Vậy tổng số hạt nhân A_1 phân rã trong một đơn vị thời gian do các cách phóng xạ khác nhau là:

$$-\frac{dN(t)}{dt} = -\left(\frac{dN(t)}{dt}\right)_{D'} - \left(\frac{dN(t)}{dt}\right)_{D''} = (\lambda' + \lambda'')\,N(t) \qquad (1.19)$$

xs phân rã

Suy ra $$N(t) = N(0)\,e^{-\lambda t} \quad \text{với} \quad \boxed{\lambda = \lambda' + \lambda''.} \qquad (1.20)$$

Ví dụ: Hạt nhân ${}^{212}_{83}Bi$ có hai khả năng phân rã: phân rã phát β^- cho ra ${}^{212}_{84}Po$ với tỷ số phân nhánh (branching ratio) f'= 64% và phát α cho ra ${}^{208}_{81}Tl$ với tỷ số phân nhánh f'' = 36%.

$${}^{212}_{83}Bi \xrightarrow{\beta^-} {}^{212}_{84}Po\ (64\%) \text{ và } {}^{212}_{83}Bi \xrightarrow{\alpha} {}^{208}_{81}Tl\ (36\%).$$

$$^{212}Bi \begin{cases} \to {}^{212}Po + \beta^- \ (0{,}64) \\ \to {}^{208}Tl + \alpha \ (0.36) \end{cases}$$

Vì $\lambda = \lambda' + \lambda''$, dễ thấy rằng tỷ lệ phân nhánh có thể được tính bởi:

$$f' = \frac{\lambda'}{\lambda} = 0{,}64 \text{ và } f'' = \frac{\lambda''}{\lambda} = 0{,}36.$$

hoặc khi biết tỷ lệ phân nhánh, thời gian bán rã $T_{\frac{1}{2}}$, ta sẽ biết được λ và do đó suy ra λ' và λ''.

b. Phóng xạ do hỗn hợp nhiều loại hạt nhân khác nhau

Ta thường gặp một chất phóng xạ gồm nhiều đồng vị phóng xạ kết hợp lại, ví dụ như đồng Cu (Z = 29) có hai đồng vị phóng xạ:

$${}^{61}_{29}Cu \xrightarrow{\beta^+} {}^{61}_{28}Ni \ (T_{\frac{1}{2}} = 3{,}4 \text{ giờ})$$

$${}^{64}_{29}Cu \xrightarrow{\beta^+} {}^{64}_{28}Ni \text{ và } {}^{64}_{29}Cu \xrightarrow{\beta^-} {}^{64}_{30}Zn \ (T_{\frac{1}{2}} = 12{,}8 \text{ giờ})$$

Hoạt độ phóng xạ chung của nguồn phóng xạ khi đó là tổng số hoạt độ phóng xạ của các đồng vị phóng xạ thành phần.

1.2.7. Phóng xạ chuỗi - Cân bằng phóng xạ

Trong nhiều trường hợp, một hạt nhân phóng xạ A_1 phân rã để tạo ra hạt nhân A_2 với hằng số phóng xạ λ_1, hạt nhân A_2 lại phân rã để sinh ra hạt nhân A_3 với hằng số phóng xạ λ_2 (trường hợp A_3 bền, ta có $\lambda_3 = 0$).

Vào thời điểm t, các phương trình để xác định số hạt nhân $N_1(t)$ của A_1 và $N_2(t)$ của A_2 là

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t) \qquad (1.21.a)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = +\lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t) \qquad (1.21.b)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_2 N_2$$

Giả sử khi t = 0 có $N_1(0)$ hạt nhân A_1 và $N_2(0) = 0$ hạt nhân A_2. Nghiệm của phương trình (1.21.a) là

$$A_1 \xrightarrow{\lambda_1} A_2 \xrightarrow{\lambda_2} A_3$$
$$(N_1) \quad (N_2) \quad N_3$$

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t} \tag{1.22}$$

và nghiệm tổng quát của (1.21.b) là

$$N_2(t) = N_1(0)\left(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t}\right) \tag{1.23}$$

với h_1, h_2 là hai hằng số.

Đưa (1.22) và (1.23) vào (1.21), ta được

$$N_1(0)\left(-\lambda_1 h_1 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 h_2 e^{-\lambda_2 t}\right) = \lambda_1 N_1(0)\, e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_1(0)\left(h_1 e^{-\lambda_1 t} + h_2 e^{-\lambda_2 t}\right)$$

Suy ra:

$$h_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \tag{1.24}$$

Vì $N_2(0) = 0$ nên $h_2 = -h_1$.

Vậy nghiệm của (1.21.b) là:

$$N_2(t) = N_1(0)\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}e^{-\lambda_2 t}\right) \tag{1.25}$$

Hay

$$N_2(t) = N_1(0)\frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) \tag{1.26}$$

Hoạt độ phóng xạ của A_1 và A_2 là:

$$R_1(t) = \lambda_1 N_1(t) = N_1(0)\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} \tag{1.27}$$

$R_0 = \lambda N_0$

$$* \quad R_2(t) = \lambda_2 N_2(t) = N_1(0)\frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) = R_1(t)\frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}\right] \tag{1.28}$$

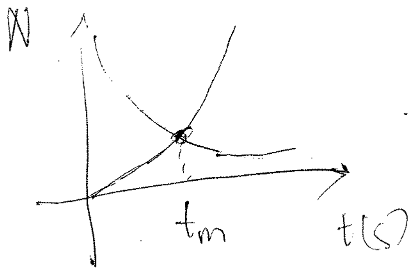
$R = \frac{dN_2}{dt}$

Thời điểm cân bằng lý tưởng

Từ (1.26), ta thấy $N_2(t) = 0$ khi $t = 0$ và khi $t \to \infty$, do đó có một thời điểm t_m để $N_2(t)$ có trị số cực đại tương ứng với $\frac{dN_2(t)}{dt} = 0$ hay

$$\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_m} = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_m} \tag{1.29}$$

Vậy trị số của t_m là:



$$t_m = \frac{\ln(\lambda_2/\lambda_1)}{\lambda_2 - \lambda_1} = \tau_2 \frac{T_{\frac{1}{2},1}}{T_{\frac{1}{2},1} - T_{\frac{1}{2},2}} \ln \frac{T_{\frac{1}{2},1}}{T_{\frac{1}{2},2}} \qquad (1.30)$$

với $T_{\frac{1}{2},1}$ và $T_{\frac{1}{2},2}$ là thời gian bán rã của hạt nhân A_1 và hạt nhân A_2.

Vào thời điểm $t = t_m$, hoạt độ phóng xạ của số hạt nhân mẹ chưa phân rã bằng hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con tích lũy từ đầu ($t = 0$) và trị số chung của hoạt độ phóng xạ vào thời điểm t_m là:

$$R_1(t_m) = \lambda_1 N_1(t_m) = N_1(0)\lambda_1 e^{-\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\ln\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}$$

N_3

$$= N_1(0)\lambda_1\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}} = N_1(0)\lambda_1\left(\frac{T_{\frac{1}{2},2}}{T_{\frac{1}{2},1}}\right)^{\frac{T_{\frac{1}{2},2}}{T_{\frac{1}{2},1}-T_{\frac{1}{2},2}}} \qquad (1.31)$$

Lúc đó, ta nói có "*cân bằng lý tưởng*" và cân bằng này chỉ xảy ra vào thời điểm t_m. Hình 1.2 minh họa sự thay đổi của hoạt độ phóng xạ hạt nhân mẹ $R_1(t)$ và hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con $R_2(t)$ theo thời gian và thời điểm cân bằng lý tưởng t_m trong phân rã sau đây:

$$_{88}Ra \xrightarrow{\beta^-} {_{89}Ac} \xrightarrow{\beta^-} {_{90}Th} \xrightarrow{\alpha} {_{88}Ra} \xrightarrow{\alpha}$$

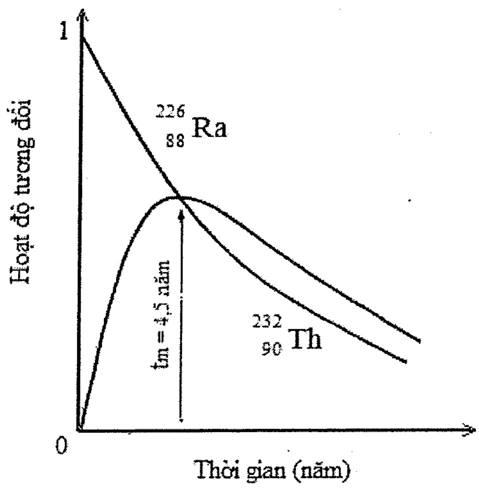
Trong đồ thị trục tung là hoạt độ phóng xạ tương đối của hạt nhân mẹ $_{88}Ra$ và hạt nhân con $_{90}Th$ so với hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ lúc ban đầu $t = 0$.

Chú ý rằng khi $0 < t < t_m$, hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử mẹ lớn hơn hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử con: $R_1(t) > R_2(t)$ và khi $t_m < t < \infty$, hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử mẹ nhỏ hơn hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử con: $R_1(t) < R_2(t)$.

Từ (1.28) suy ra tỷ số giữa hoạt độ phóng xạ của hạt nhân nguyên tử con và của hạt nhân nguyên tử mẹ là:

$$r = \frac{\lambda_2 N_2(t)}{\lambda_1 N_1(t)} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[1 - e^{-(\lambda_2-\lambda_1)t}\right] \qquad (1.32)$$

Chú ý rằng khi $t = 0$ ta có $r = 0$, khi $t = t_m$ ta có $r = 1$.



Hình 1.2. Thời điểm cân bằng lý tưởng t_m [2].

Thí dụ trường hợp: $^{131}Te \xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=1,25ngay]{\beta^-} {}^{131}I \xrightarrow[T_{\frac{1}{2}}=8ngay]{\beta^-} {}^{131}Xe$ có cân bằng lý tưởng giữa ^{131}I và ^{131}Te vào thời điểm t_m= 95 giờ $\approx$ 4 ngày.

Ta phân biệt các trường hợp sau đây:

a. Trường hợp $\lambda_1 > \lambda_2$ hay $T_{\frac{1}{2},1} < T_{\frac{1}{2},2}$ (Nguyên tử con sống lâu hơn) - Sự không cân bằng

Công thức (1.32) có thể được viết lại:

$$r = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}\left[e^{(\lambda_1-\lambda_2)t} - 1\right] \tag{1.33}$$

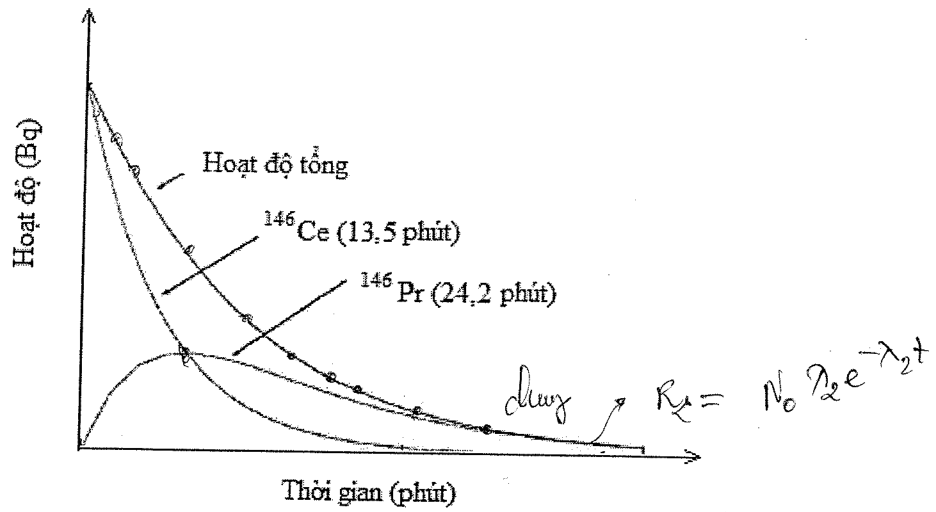
Từ (1.33) ta nhận thấy tỷ số **r** tăng liên tục từ 0 đến ∞ theo t.

Trong trường hợp $\lambda_1 >> \lambda_2$ hay $T_{\frac{1}{2},1} << T_{\frac{1}{2},2}$ và sau một khoảng thời gian t khá dài: $t >> \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}$ ta có thể viết: (1.27) + (1.28)

$$R_2(t) \approx N_1(0)\lambda_2 e^{-\lambda_2 t} \tag{1.34}$$

Hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con trở thành độc lập với hạt nhân mẹ: số $N_1(0)$ hạt nhân nguyên tử mẹ A_1 lúc đầu có đời sống ngắn, nhanh chóng phân rã tạo ra $N_1(0)$ hạt nhân nguyên tử con A_2 có đời sống rất dài, để rồi các hạt nhân nguyên tử con này lại phân hủy với chu kỳ riêng $T_{\frac{1}{2},2}$ theo định luật (1.34). Hình 1.3 trình bày quy luật phân rã phóng xạ và sự không cân bằng giữa hạt nhân mẹ ^{146}Ce và hạt nhân con ^{146}Pr trong phân rã

$^{146}_{58}Ce \longrightarrow ^{146}_{59}Pr + \beta^- + \tilde{\nu}$. Đồ thị cũng cho thấy hoạt độ tổng cộng tiến về hoạt độ của hạt nhân con khi thời gian đủ lâu do đồng vị mẹ ^{146}Ce phân rã hết.



Hình 1.3. Sự không cân bằng giữa hạt nhân mẹ ^{146}Ce và con ^{146}Pr [4].

b. Trường hợp $\lambda_1 < \lambda_2$ hay $T_{\frac{1}{2},1} > T_{\frac{1}{2},2}$ (Nguyên tử con sống ngắn hơn)

Biểu thức (1.33) được sử dụng lại:

$$r = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[1 - e^{-(\lambda_2 - \lambda_1)t}\right] \tag{1.35}$$

Trong trường hợp này, **r** tăng liên tục từ zero (khi t = 0) đến trị số giới hạn (khi $t \rightarrow \infty$):

$$r_\infty = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{T_{\frac{1}{2},1}}{T_{\frac{1}{2},1} - T_{\frac{1}{2},2}} > 1 \text{ không đổi} \tag{1.36}$$

Cân bằng chuyển tiếp

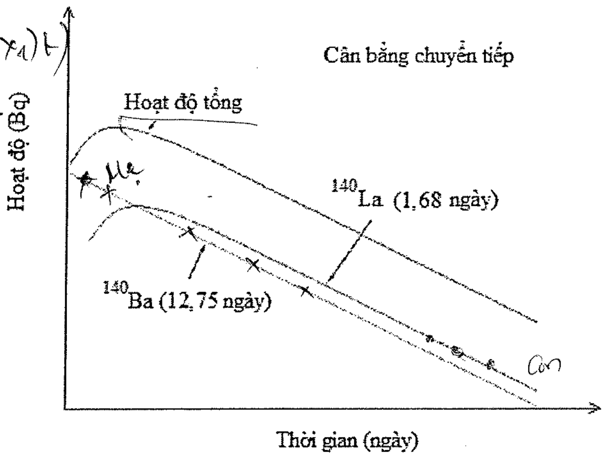
Trên thực tế, **r** đạt đến trị số giới hạn trong khoảng thời gian t khá lớn so với $\frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}$ và ta nói có sự *cân bằng chuyển tiếp* khi đạt đến $r_\infty = \frac{T_{\frac{1}{2},1}}{T_{\frac{1}{2},1} - T_{\frac{1}{2},2}} =$ hằng số. Lúc đó hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ và hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con duy trì tốc độ không thay đổi tương đối so với nhau (hoạt độ phóng xạ theo thời gian có dạng đường song song). Trong trường hợp này có thể tính hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ bằng hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con chia cho r_∞.

$$R_1(t) = \frac{R_2(t)}{r_\infty} = \frac{R_2(t)(T_{\frac{1}{2};1} - T_{\frac{1}{2};2})}{T_{\frac{1}{2};1}} \qquad (1.37)$$

Hình 1.4 trình bày quy luật phân rã và sự cân bằng chuyển tiếp giữa hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ ^{140}Ba và hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con ^{140}La trong phân rã

$$^{140}_{56}Ba \longrightarrow {}^{140}_{57}La + \beta^- + \tilde{\nu}$$

$$n = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(1 - e^{-(\lambda_2-\lambda_1)t}\right)$$



Hình 1.4. Sự cân bằng chuyển tiếp giữa mẹ ^{140}Ba và con ^{140}La [4].

Dữ liệu cho thấy sau thời gian hơn 10 ngày hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ ^{140}Ba thay đổi song song (duy trì tốc độ đều đặn) với hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con ^{140}La.

Cân bằng thế kỷ

Trong trường hợp $\lambda_1 << \lambda_2$ hay $T_{\frac{1}{2};1} >> T_{\frac{1}{2};2}$, hệ thức (1.28) trở thành:

$$R_2(t) = R_1(t)\left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

Và khi $t >> \frac{1}{\lambda_2} = \tau_2$ ta có $\qquad R_2(t) = R_1(t)$ hay $r_\infty = 1$. $\qquad$ (1.38)

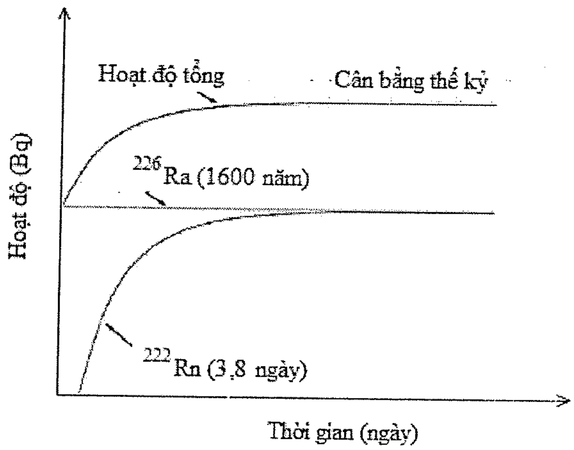
Lúc này ta có *sự cân bằng trường kỳ (cân bằng thế kỷ)* giữa hạt nhân nguyên tử con và hạt nhân nguyên tử mẹ. Hiện tượng xảy ra như là hạt nhân nguyên tử con phân rã với cùng chu kỳ của hạt nhân nguyên tử mẹ. Trong trường hợp này có thể tính hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ thông qua tính toán hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con. Ngoài ra trong chuỗi phân rã liên tiếp nếu đạt trạng thái cân bằng thế kỷ có thể bỏ qua việc khảo sát các hạt nhân con trung gian (đang ở trạng thái cân bằng với hạt nhân mẹ cần phân tích) để tiếp tục khảo sát các hạt nhân khác tiếp theo trong chuỗi phân rã hoặc hạt nhân bền cuối cùng.

Thí dụ để đánh giá hoạt độ của ^{238}U (thời gian bán rã 4,5 x 10^9 năm) sử dụng hệ phổ kế gamma, ta có thể sử dụng các năng lượng tia gamma 63,3 keV hoặc 92,6 keV phát ra từ hạt nhân con trực tiếp phát alpha của nó là ^{234}Th (thời gian bán rã 24,1 ngày) hoặc năng lượng tia gamma 1001 keV của hạt nhân con phát beta $^{234}Pa^m$ (thời gian bán rã 11,7 phút).

Tương tự để đánh giá hoạt độ của ^{226}Ra (thời gian bán rã 1600 năm) có thể sử dụng năng lượng gamma của con cháu dưới radon ^{222}Rn (thời gian bán rã 3,8 ngày) như: 242 keV, 295 keV, 352 keV của ^{214}Pb (thời gian bán rã 26,8 phút) hoặc 609 keV và 1765 keV của ^{214}Bi (thời gian bán rã 19,9 phút).

Hình 1.5. trình bày quy luật phân rã và sự cân bằng thế kỷ giữa hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ ^{226}Ra và hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con ^{222}Rn trong phân rã sau đây:

$$^{226}_{88}Ra \longrightarrow ^{222}_{86}Rn + \alpha$$



Hình 1.5. Sự cân bằng thế kỷ giữa mẹ ^{226}Ra và con ^{222}Rn [4].

Dữ liệu cho thấy sau thời gian hơn 25 ngày hoạt độ phóng xạ của hạt nhân mẹ ^{226}Ra thay đổi cùng tốc độ với hoạt độ phóng xạ của hạt nhân con ^{222}Rn.

1.2.8. Nhân phóng xạ được tạo bởi chiếu xạ hạt nhân

Xét phản ứng chiếu xạ deuteron lên bia $^{23}_{11}Na$ để tạo $^{24}_{11}Na$ phóng xạ sau đây

$$^{23}_{11}Na + ^{2}_{1}H \longrightarrow ^{1}_{1}H + ^{24}_{11}Na$$

Gọi $N_1(0)$ là số nguyên tử bia ^{23}Na được chiếu xạ bởi chùm deuteron và gọi λ_1 là xác suất để trong một đơn vị thời gian, một nguyên tử ^{23}Na biến thành ^{24}Na. Như vậy các nguyên tử bia ^{23}Na có thể được xem như nguyên tử mẹ A_1 với hoạt độ phóng xạ $\lambda_1 N_1(0)$ để tạo ra nguyên tử con ^{24}Na. Do đó ta có thể viết: $A_1 \xrightarrow{\lambda_1} A_2 \xrightarrow{\lambda_2} A_3$.

Tương ứng với

$$^{23}_{11}Na \xrightarrow[\lambda_1]{(d,p)} {}^{24}_{11}Na \xrightarrow[\lambda_2]{\beta^-} {}^{24}_{12}Mg$$

Xác suất λ_1 để tạo phản ứng ^{23}Na (d, p) ^{24}Na rất nhỏ nhưng số nguyên tử bia là rất lớn, và theo toán học $\lambda_1 N_1(0)$ có trị số xác định khi $\lambda_1 \to 0$ và $N_1(0) \to \infty$. Thường thì một lượng không đáng kể nguyên tử bia bị biến đổi trong phản ứng $N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}$ nên số nguyên tử bia còn lại được xem như vẫn bằng $N_1(0)$. Tuy nhiên, trong vài trường hợp ngoại lệ, có một số lượng đáng kể nguyên tử bia bị biến đổi trong sự tạo ra nguyên tử phóng xạ plutonium do bắn lâu dài chùm tia dày đặc neutron vào uranium. Trong phản ứng ^{23}Na (d, p) ^{24}Na, hoạt độ phóng xạ ^{24}Na sau một thời gian chiếu xạ, có thể được cho bởi:

$$R(^{24}Na) = \lambda_1 N_1(0)(1 - e^{-\lambda_2 t}) \text{ (vì } \lambda_1 << \lambda_2) \quad (1.39)$$

1.2.9. Phóng xạ chuỗi -Trường hợp tổng quát

Với n phóng xạ chuỗi liên tiếp để tạo ra nguyên tử cuối cùng A_{n+1} bền ($\lambda_{n+1} = 0$), ta sẽ phải giải hệ thống phương trình Bateman:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = -\lambda_1 N_1(t)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = +\lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t) = R_1(t) - R_2(t) \quad (1.40)$$

....

$$\frac{dN_n(t)}{dt} = \lambda_{n-1} N_{n-1}(t) - \lambda_n N_n(t) = R_{n-1}(t) - R_n(t)$$

$$\frac{dN_{n+1}(t)}{dt} = \lambda_n N_n(t)$$

Với điều kiện ban đầu $N_1(0) \neq 0$, $N_p(0) = 0$, $\forall p \geq 2$, ta có nghiệm của hệ thống phương trình (1.40) là:

$$N_p(t) = N_1(0)\sum_{i=1}^{p} h_i e^{-\lambda_i t} \qquad (1.41)$$

với

$$h_i = \frac{\prod_{j=1}^{p-1} \lambda_j}{\prod_{j\neq i}^{p} (\lambda_j - \lambda_i)} \qquad (1.42)$$

Hiển nhiên ta có: $\sum_{1\le p\le n+1} N_p(t) = N_1(0)$, ở mọi thời điểm. (1.43)

1.2.10. Tích lũy của nhân bền sau cùng

Công thức tổng quát để tính số hạt nhân con phóng xạ vào thời điểm t cũng được áp dụng để tính số hạt nhân con bền sau cùng với hằng số phóng xạ tương ứng triệt tiêu.

Ví dụ:

Nếu A_1 phân rã để tạo nhân A_2 bền, áp dụng công thức (1.26) với $\lambda_2 = 0$, ta có

$$N_2(t) = N_1(0)(1 - e^{-\lambda_1 t}) \qquad (1.44)$$

Hệ thức này cho

$$N_1(t) + N_2(t) = N_1(0) \qquad (1.45)$$

Các kết quả (1.44) và (1.45) nghiệm lại công thức (1.43).

Và tương tự cho trường hợp tổng quát.

1.3. Năng lượng phóng xạ

Năng lượng phóng xạ Q là năng lượng toàn phần giải phóng ra trong một phân rã phóng xạ. Phân rã phóng xạ là một trường hợp đặc biệt của phản ứng hạt nhân:

$$a + X \rightarrow b + Y$$

ở đó không có hạt tới a và hạt nhân X ở trạng thái nghỉ. Tổng quát ta có:

$$Q = (T_b + T_Y) - (T_a + T_X) = [(M_{nt}^{a} + M_{nt}^{X}) - (M_{nt}^{b} + M_{nt}^{Y})]c^2 \qquad (1.46)$$

Với T_i là động năng của hạt thứ i và M_{nt}^{i} là khối lượng nguyên tử của hạt thứ i tương ứng.

Áp dụng cho quá trình phân rã phóng xạ, năng lượng phóng xạ có thể được tính từ khối lượng nguyên tử:

$$Q = (M_{nt}^{X} - M_{nt}^{Y} - M_{nt}^{b})c^2 \qquad (1.47)$$

Với M_{nt}^{X}, M_{nt}^{Y} và M_{nt}^{b} là khối lượng nguyên tử của X, Y, và b.