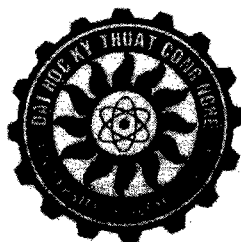


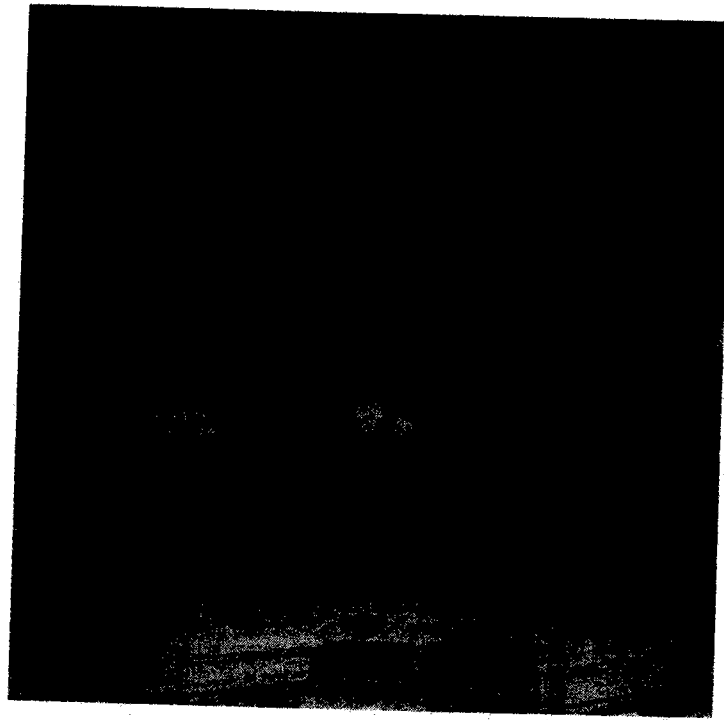
**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KỸ THUẬT CÔNG NGHỆ
KHOA KỸ THUẬT CÔNG TRÌNH**



**BÀI GIẢNG MÔN HỌC
SỨC BỀN VẬT LIỆU 2**

TP.HCM, 05/2008

ĐẠI HỌC KỸ THUẬT CÔNG NGHỆ TP. HỒ CHÍ MINH
KHOA KỸ THUẬT CÔNG TRÌNH



BÀI GIẢNG MÔN HỌC
SỨC BỀN VẬT LIỆU 2
(STRENGTH OF MATERIALS)

Ths. VÕ MINH THIÊN

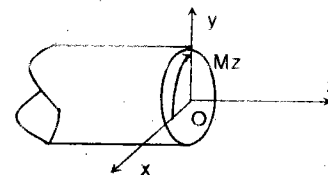
TP HỒ CHÍ MINH, 2008

9.1. KHÁI NIỆM

1- Định nghĩa

Thanh chịu xoắn thuần túy khi trên các mặt cắt ngang chỉ có một thành phần nội lực là mômen xoắn M_z tác dụng trong mặt phẳng thẳng góc với trục thanh (xOy), (H.9.1).

Trong thực tế có nhiều cấu kiện trong cơ khí, xây dựng chịu xoắn như các trục truyền động, kết cấu chịu lực không gian, dầm đỡ ô văng...

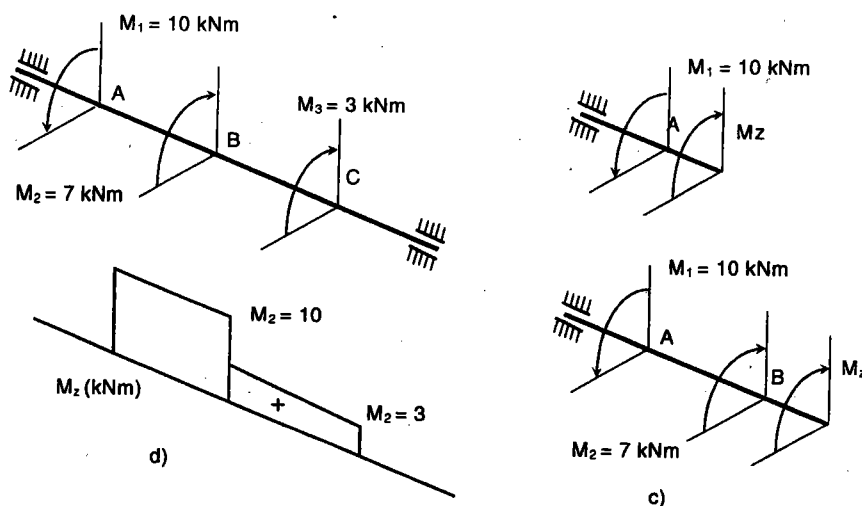


Hình. 9.1

2- Biểu đồ nội lực

Biểu đồ nội lực của thanh chịu xoắn cũng được vẽ bằng cách xác định nội lực theo phương pháp mặt cắt và điều kiện cân bằng tĩnh học $\sum M/z = 0$.

a) Xét một trục truyền động chịu tác dụng của ba ngẫu lực xoắn (H.9.2.a)



Hình 9.2. Vẽ biểu đồ nội lực bằng phương pháp mặt cắt

Thực hiện mặt cắt tại một vị trí trong đoạn AB, xét điều kiện cân bằng phần trái (H.9.2.b), có thể thấy rằng để cân bằng ngoại lực là ngẫu lực xoắn, tại tiết diện đang xét phải có nội lực là mômen xoắn bằng và ngược chiều nên chỉ cần dùng một phương trình cân bằng $\sum M/z = 0$.

Theo quy ước dấu, mômen xoắn nội lực dương khi nhìn vào mặt cắt thấy M_z quay theo chiều kim đồng hồ và ngược lại, ta có:

$$M_z - 10 = 0 \Rightarrow M_z = 10 > 0$$

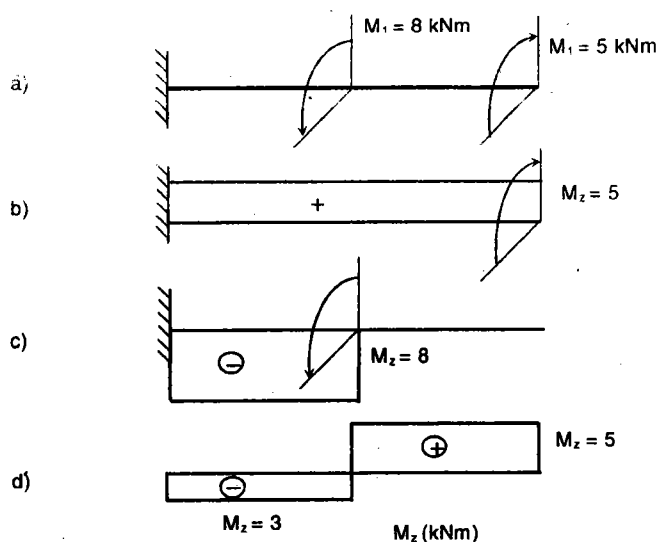
Tương tự, cắt qua đoạn BC, xét phần trái (H.9.2.c):

$$M_z + 7 - 10 = 0 \Rightarrow M_z = 3 > 0$$

Mômen tại các tiết diện của hai đoạn đầu thanh bằng không, biểu đồ nội lực vẽ ở H.9.2.d.

b) Xét một thanh console chịu tác dụng của hai ngẫu lực (H.9.3.a), áp dụng nguyên lý cộng tác dụng, phân tích thành tổng của hai trường hợp tác dụng riêng lẻ như trên H.9.3.b và H.9.3.c. Trên mỗi trường hợp, ngoại lực là một ngẫu lực gây xoắn, do đó nội lực trong thanh cũng là mômen xoắn, giá trị của nội lực phải bằng giá trị của ngoại lực và ngược chiều.

Có thể nhận xét dấu của nội lực là dương khi nhìn vào đầu thanh thấy ngoại lực quay thuận chiều kim đồng hồ và ngược lại. Biểu đồ nội lực của từng thanh vẽ ngay trên H.9.3.b,c. Biểu đồ kết quả (H.9.3.d) là tổng đại số hai biểu đồ trên.



Hình 9.3. Vẽ biểu đồ nội lực (áp dụng nguyên lý cộng tác dụng)

3- Công thức chuyển đổi công suất động cơ ra ngẫu lực xoắn (mômen xoắn ngoại lực) trên trục

Khi tính toán các trục truyền động, thường ta chỉ biết công suất truyền của mô tơ tính bằng mã lực hay kilôwatt và tốc độ trục quay bằng vòng/phút, do đó cần chuyển đổi công suất truyền ra ngẫu lực xoắn tác dụng lên trục.

Giả sử có một ngẫu lực xoắn M_o (đơn vị là N.m) tác dụng làm trục quay một góc α (radian) trong thời gian t , công sinh ra là:

$$A = M_o \cdot \alpha \quad (a)$$

Công suất là:

$$W = \frac{A}{t} = \frac{M_o \alpha}{t} = M_o \frac{\alpha}{t} = M_o \omega \quad (b)$$

trong đó: ω - là vận tốc góc (rad/s), đơn vị của công suất là N.m/s.

Gọi n là số vòng quay của trục trong một phút (vòng/phút), ta có:

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} \quad (c)$$

Từ (b) và (c), ta suy ra:

a) Nếu W tính bằng mã lực (CV, HP), 1 mã lực = 750 N.m/s = 0,736 KW:

$$M_o = \frac{30 \cdot W}{\pi n} = \frac{30 \cdot 750 \cdot W}{\pi n} = 7162 \frac{W}{n} \text{ (Nm)} \quad (9.1)$$

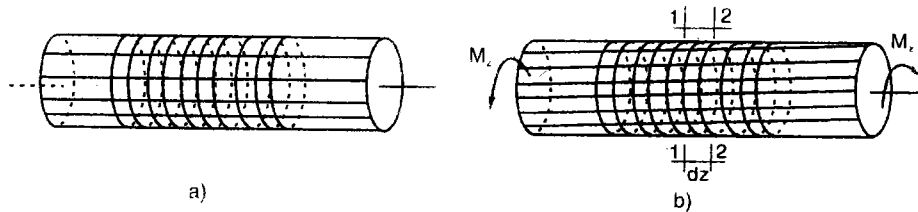
b) Nếu W tính bằng kilôwatt (KW), 1 KW $\approx$ 1020 N.m/s:

$$M_o = \frac{30 \cdot W}{\pi n} = \frac{30 \cdot 1020 \cdot W}{\pi n} = 9740 \frac{W}{n} \text{ (Nm)}$$

9.2. XOẮN THANH THẲNG TIẾT DIỆN TRÒN

1- Thí nghiệm - Nhận xét

Lấy một thanh thẳng tiết diện tròn, trên mặt ngoài có vạch những đường song song và những đường tròn thẳng góc với trục, tạo thành lưới ô vuông (H.9.4.a). Tác dụng lên hai đầu thanh hai ngẫu lực xoắn ngược chiều, ta thấy trục thanh vẫn thẳng, chiều dài thanh không đổi, những đường tròn thẳng góc với trục vẫn phẳng và thẳng góc với trục, những đường song song với trục thành những



Hình 9.4. Nhận xét biến dạng xoắn trên mặt ngoài

đường xoắn ốc, lưới ô vuông thành lưới bình hành (H.9.4.b).

Từ các nhận xét trên, có thể đưa ra các giả thiết làm nền tảng cho việc thiết lập công thức tính toán như sau:

2- Các giả thiết

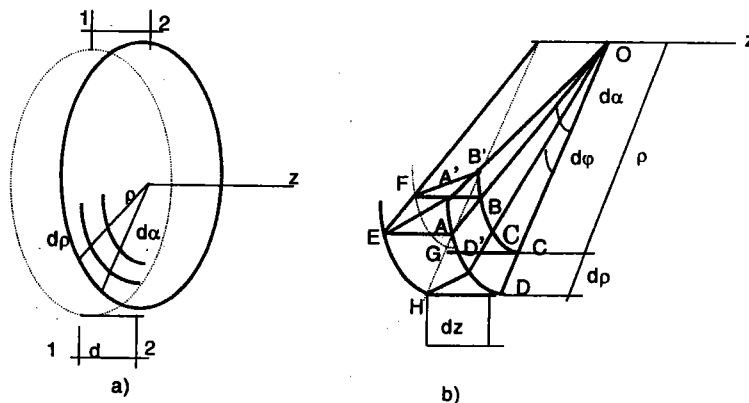
- Trong quá trình biến dạng, mặt cắt ngang vẫn phẳng và thẳng góc với trục thanh.
- Trong quá trình biến dạng, các mặt cắt ngang không có chuyển vị theo phương trục thanh, mọi bán kính vẫn thẳng và chiều dài không đổi.

3- Công thức ứng suất tiếp

Có thể nhận thấy, theo các giả thiết trên đây, biến dạng của thanh chịu xoắn thuần túy chỉ là sự xoay tương đối giữa các mặt cắt ngang quanh trục.

Để xét biến dạng xoắn của một phân tố tại một điểm bất kỳ bán kính ρ trong thanh, ta tách phân tố bằng ba cặp mặt cắt như sau:

- Hai mặt phẳng cắt (1-1) và (2-2) thẳng góc với trục cách nhau đoạn dz (H.9.5.a).
- Hai mặt phẳng cắt chứa trục hợp với nhau một góc $d\alpha$ (H.9.5.b).



Hình 9.5. Nghiên cứu biến dạng của phân tố chịu xoắn

- Hai mặt cắt trụ đồng trục z (trục thanh) bán kính ρ và $\rho + d\rho$ (H.9.5.a).

Theo các giả thiết, trong quá trình biến dạng, so với các điểm E, F, G, H thuộc mặt cắt (1-1), các điểm A, B, C, D của phân tố trên mặt cắt (2-2) dịch chuyển đến A', B', C', D' phải nằm trên cung tròn bán kính ρ và $\rho + d\rho$, đồng thời OA'B' và OC'D' phải thẳng hàng.

Gọi $d\phi$ là góc giữa hai đường thẳng OAB và OA'B', đó là góc xoay của mặt cắt (2-2) so với mặt cắt (1-1) quanh trục z , gọi là góc xoắn tương đối giữa hai tiết diện lân cận cách nhau dz .

Đối với phân tố đang xét, góc A'EA sự thay đổi góc vuông của mặt bên phân tố gọi là biến dạng trượt (góc trượt) γ của phân tố.

Từ (H.9.5.b), ta có:

$$\tan \gamma \approx \gamma = \frac{AA'}{EA} = \frac{\rho \cdot d\phi}{dz} \quad (a)$$

(a)

Theo giả thiết b), vì không có biến dạng dài theo phương dọc trục, phương bán kính và phương

vuông góc với bán kính nên không có ứng suất pháp tác dụng lên các mặt của phân tố. Theo giả thiết a) các góc vuông của mặt CDHG và mặt BAEF không thay đổi nên không có ứng suất tiếp hướng tâm trên mặt A,B,C,D. Do giả thiết b) mọi bán kính vẫn thẳng nên không có ứng suất tiếp hướng tâm trên mặt A,B,E,F.

Như vậy trên mặt cắt ngang của thanh chịu xoắn thuần túy chỉ tồn tại ứng suất tiếp theo phương vuông góc bán kính, gọi là τ_p và phân tố đang xét ở trạng thái trượt thuần túy.

Áp dụng Định luật Hooke về trượt cho phân tố này (H.9.6), ta có:

$$\tau_p = G \cdot \gamma \quad (b)$$

Đưa (a) vào (b), ta được:

$$\tau_p = G \cdot \rho \cdot \frac{d\varphi}{dz} \quad (c)$$

Gọi dF là một diện tích vô cùng nhỏ bao quanh điểm đang xét, thì $\tau_p \cdot dF$ là lực tiếp tuyến tác dụng trên diện tích đó và $\tau_p \cdot dF \cdot \rho$ là mômen của lực $\tau_p \cdot dF$ đối với tâm O. Tổng các mômen này phải bằng M_z , cho nên ta có thể viết:

$$M_z = \int_F \tau_p \cdot dF \cdot \rho \quad (d)$$

Thay (c) vào (d):

$$M_z = \int_F G \cdot \rho \cdot \frac{d\varphi}{dz} \cdot dF \cdot \rho$$

Vì $G \cdot d\varphi/dz$ là hằng số đối với mọi điểm thuộc mặt cắt F, nên ta có thể đưa ra ngoài dấu tích phân, khi đó tích phân $\int_F \rho^2 \cdot dF$ chính là mômen quán

tích cực J_p của mặt cắt ngang đối với tâm O, ta được:

$$M_z = G \cdot \frac{d\varphi}{dz} \cdot \int_F \rho^2 \cdot dF = G \cdot \frac{d\varphi}{dz} \cdot J_p \quad (f)$$

Từ (f) ta có:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_z}{GJ_p} \quad (g)$$

Có thể thấy rằng, $d\varphi/dz$ chính là góc xoắn trên một đơn vị chiều dài gọi là góc xoắn tỉ đối (rad/m). Đặt $\theta = d\varphi/dz$, ta có:

$$\theta = \frac{M_z}{GJ_p} \quad (h)$$

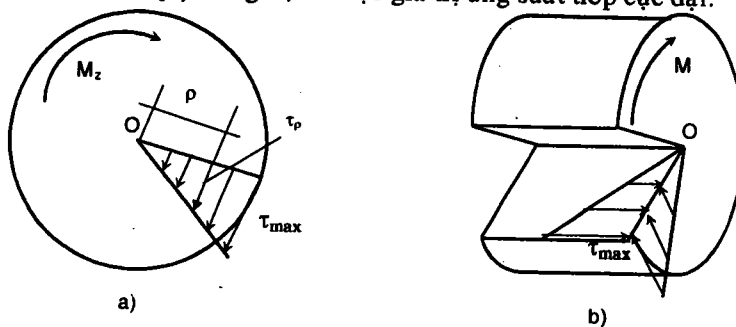
Thay (g) vào (c) ta được công thức tính ứng suất tiếp:

$$\tau_p = \frac{M_z}{J_p} \rho \quad (9.3) \cdot$$

Ứng suất tiếp thay đổi theo quy luật bậc nhất, bằng không tại tâm O và cực đại tại những điểm trên chu vi.

Biểu đồ phân bố ứng suất tiếp tại mọi điểm trên mặt cắt ngang thể hiện trên H.9.7.a. Trên H.9.7.b, thể hiện ứng suất tiếp đối ứng trên các mặt cắt chứa trục.

Trong (9.3), thay ρ bằng R, ta được giá trị ứng suất tiếp cực đại:



Hình 9.7. Phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang và ứng suất tiếp đối ứng

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{J_\rho} = \frac{M_z}{J_\rho / R}$$

đặt: $W_\rho = \frac{J_\rho}{R}$

ta được: $\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_\rho} \quad (9.4)$

W_ρ - gọi là mômen chống xoắn của mặt cắt ngang

Tiết diện tròn đặc:

$$W_\rho = \frac{J_\rho}{R} = \frac{\pi R^3}{2} = \frac{\pi D^3}{16} \approx 0,2D^3$$

Tiết diện tròn rỗng:

$$W_\rho = \frac{\pi R^3}{2} - \frac{\pi r^3}{2} = \frac{\pi R^3}{2} (1 - \eta^4) = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \eta^4) \approx 0,2D^3 (1 - \eta^4)$$

trong đó: η - là tỷ số giữa đường kính trong và đường kính ngoài (d/D)

4- Công thức tính biến dạng khi xoắn

Từ (g), ta có:

$$d\varphi = \frac{M_z}{GJ_\rho} dz$$

$d\varphi$ - là góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt cách nhau dz , do đó góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt cách một đoạn bằng chiều dài L của thanh là:

$$\varphi = \int_0^L d\varphi = \int_0^L \frac{M_z}{GJ_\rho} dz \quad (9.5)$$

Khi thanh gồm nhiều đoạn, mỗi đoạn có M_z/GJ_ρ là hằng số, công thức (9.5) trở thành:

$$\varphi = \sum_i \left(\frac{M_z L}{GJ_\rho} \right)_i \quad (9.6)$$

Góc xoắn φ được quy ước dương theo chiều dương của mômen nội lực và ngược lại.

5- Điều kiện bền - Điều kiện cứng

Để thanh chịu xoắn không bị phá hoại do bền phải đảm bảo điều kiện bền:

$$\tau_{\max} \leq [\tau] \quad (9.7)$$

$[\tau] = \tau_0 / n$ với: τ_0 - là ứng suất tiếp nguy hiểm của vật liệu, xác định từ thí nghiệm

n - là hệ số an toàn.

Thông thường τ_0 khó xác định chính xác, ta thường dùng cách gián tiếp như sau:

Phân tử chịu xoắn thuần túy là phân tử ở trạng thái trượt thuần túy là một trạng thái ứng suất phức tạp, theo thuyết bền ứng suất tiếp, điều kiện bền là:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$$

thay $\sigma_1 = |\tau|$ và $\sigma_3 = -|\tau|$, ta được:

$$\tau_{\max} \leq \frac{[\sigma]}{2} \quad (9.8)$$

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng, điều kiện bền là:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1)} \leq [\sigma]$$

thay $\sigma_1 = |\tau|$, $\sigma_2 = 0$ và $\sigma_3 = -|\tau|$, ta được:

$$\tau_{\max} \leq \frac{[\sigma]}{3} \quad (9.9)$$

Đối với thanh chịu xoắn, ngoài điều kiện bền còn phải đảm bảo điều kiện cứng như sau: $\theta_{\max} \leq [\theta]$ (9.10)

Chú ý. $\theta = M_z / GJ_p$ có đơn vị là Radian/m. Do đó, nếu $[\theta]$ được cho bằng độ/mét ($^\circ/\text{m}$) thì phải đổi ra Radian/mét theo hệ thức:

$$\frac{\theta \left(\frac{\text{Rad}}{\text{m}} \right)}{2\pi} = \frac{\theta \left(\frac{^\circ}{\text{m}} \right)}{360} \quad (9.11)$$

Dựa trên điều kiện bền (9.8), (9.9) và điều kiện cứng (9.10), ta có thể tính toán thanh chịu xoắn theo ba bài toán cơ bản như sau:

- Kiểm tra bền, cứng (bài toán kiểm tra)
- Xác định tải trọng cho phép
- Xác định đường kính (bài toán thiết kế)

6- Thế năng biến dạng đàn hồi

Khi một thanh đàn hồi chịu tác dụng của ngoại lực và vật liệu còn làm việc trong giai đoạn đàn hồi, trong thanh có tích lũy năng lượng gọi là thế năng biến dạng đàn hồi. Trong trường hợp tổng quát, thế năng riêng tích lũy trong một đơn vị thể tích là:

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]$$

Thay $\sigma_1 = |\tau|$, $\sigma_2 = 0$ và $\sigma_3 = -|\tau|$, ta được:

$$u = \frac{1+\mu}{E} \tau_p^2 \quad (a)$$

với $E = 2G/(1+\mu)$, thay vào (a), ta được:

$$u = \frac{1}{2} \frac{\tau_p^2}{G} \quad (b)$$

Thế năng tích lũy trong một đoạn dz là:

$$dU = \int_V u \cdot dV = \int_F u \cdot dF \cdot dz \quad (c)$$

Thay (b) vào (c), ta được:

$$dU = \int_F \frac{1}{2} \frac{\tau_p^2}{G} = \int_F \frac{1}{2} \cdot \frac{M_z^2}{J_p^2} p^2 \frac{dF \cdot dz}{G} = \frac{1}{2G} \frac{M_z^2}{J_p^2} dz \int p^2 dF$$

$$\text{hay: } dU = \frac{1}{2} \frac{M_z^2}{GJ_p} dz \quad (d)$$

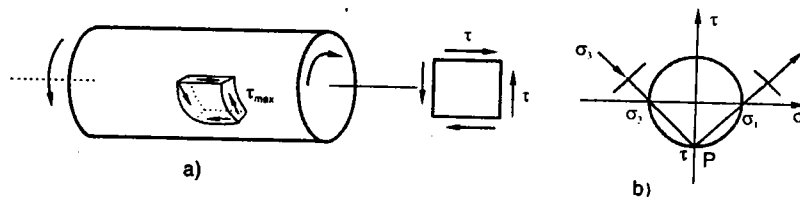
Vậy thế năng trên đoạn thanh có chiều dài L là:

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M_z^2}{GJ_p} dz \quad (9.12)$$

Đối với một thanh gồm nhiều đoạn, mỗi đoạn có M_z/GJ_p là hằng số, công thức (9.12) trở thành:

$$U = \frac{1}{2} \sum_i \left(\frac{M_z^2}{GJ_p} \right)_i \quad (9.13)$$

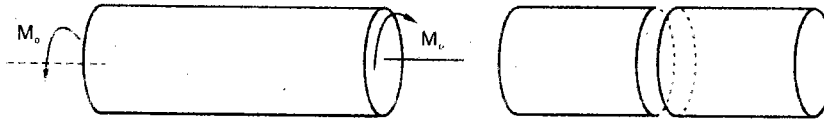
7- Dạng nứt gãy của các vật liệu



Hình 9.8. Trạng thái ứng suất tại một điểm trên mặt ngoài

Nghiên cứu trạng thái ứng suất của trục tròn chịu xoắn, ta thấy tại một điểm trên mặt ngoài, phần tử ở trạng thái trượt thuần túy chịu ứng suất tiếp cực đại τ_{max} (H.9.a), ở trạng thái này, theo hai phương nghiêng 45° so với trục có ứng suất kéo chính và ứng suất nén chính $\sigma_1 = -\sigma_3 = |\tau|$ (H.9.8.b).

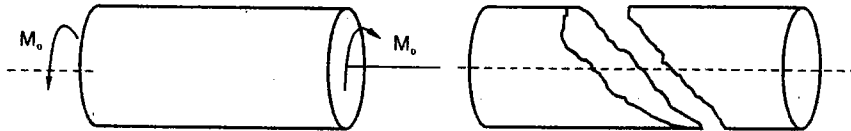
Mặt khác, qua thí nghiệm, ta cũng biết rằng vật liệu dẻo (như thép) chịu kéo, chịu nén tốt như nhau, còn chịu cắt thì kém hơn, do đó, khi một trục thép bị xoắn sẽ bị gãy theo mặt cắt ngang, do ứng suất tiếp $\tau_{\max}$ trên mặt cắt ngang (H.9.9).



Hình 9.9. Dạng nứt gãy của vật liệu dẻo chịu xoắn

Với vật liệu giòn như gang, chịu nén và chịu cắt rất tốt, còn chịu kéo rất kém nên khi xoắn sẽ bị gãy theo mặt nghiêng 45° so với trục do ứng suất kéo chính σ_1 (H.9.10).

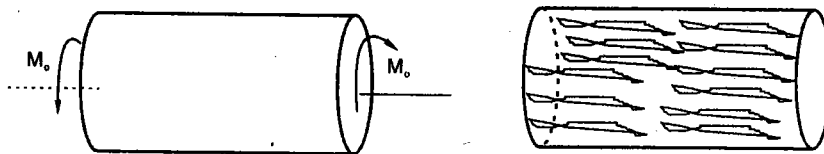
Với vật liệu có cấu tạo thớ như gỗ, chịu cắt dọc thớ rất kém nên khi xoắn sẽ bị nứt dọc theo



Hình 9.10. Dạng nứt gãy của vật liệu giòn chịu xoắn

đường sinh do ứng suất ứng suất tiếp đối ứng với ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang (H.9.11).

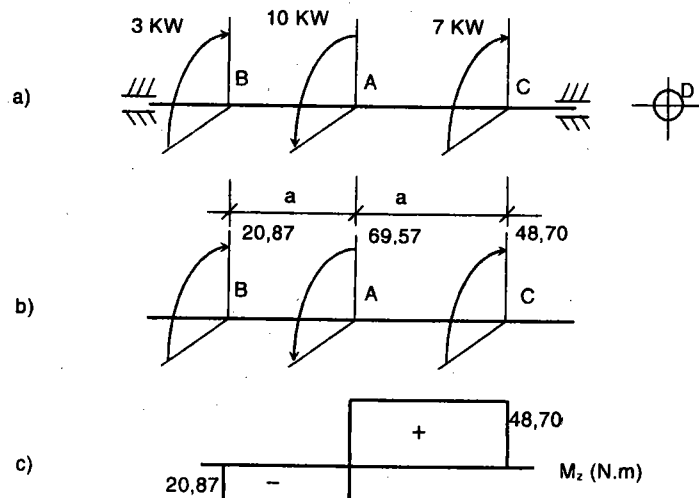
Ví dụ 9.1. Một động cơ có công suất 10 KW, truyền một ngẫu lực xoắn lên một trục tròn đường kính D tại tiết diện A, vận tốc trục $n = 1400$ vg/phút. Giả sử hiệu suất truyền là 100%. Khi đó tại tiết diện B,



Hình 9.11. Dạng nứt gãy của vật liệu gỗ chịu xoắn

C nhận được công suất truyền lần lượt là 3 KW và 7 KW (H.9.12.a). Xác định đường kính D, sau đó tính góc xoắn φ_{AC} .

Cho biết: $[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$; $[\theta] = 0,25^\circ/\text{m}$; $a = 0,5 \text{ m}$; $G = 8.10^3 \text{ kN/cm}^2$.



Hình 9.12. Trục tròn chịu xoắn và biểu đồ nội lực M_x

Giải. Gọi ngẫu lực xoắn tác dụng tại A, B, C lần lượt là M_1 , M_2 , M_3 . Áp dụng công thức chuyển đổi,

ta được:

$$M_1 = 9740.10 / 1400 = 69,57 \text{ N.m}$$

$$M_2 = 9740.3/1400 = 20,87 \text{ N.m}$$

$$M_3 = 9740.7/1400 = 48,7 \text{ N.m}$$

Sơ đồ tính của trục ở (H.9.12.b), biểu đồ mômen vẽ ở (H.9.12.c).

Theo điều kiện bền:

$$\tau_{\max} \leq [\tau] \Rightarrow \frac{M_z}{W_p} = \frac{M_z}{0,2D^3} \leq [\tau] \Rightarrow D^3 \geq \frac{M_z}{0,2[\tau]} \Rightarrow D \geq \sqrt[3]{\frac{M_z}{0,2[\tau]}}$$

với: $[\tau] = [\sigma] / 2 = 8 \text{ kN/cm}^2$, $M_z = 48,7 \text{ Nm} = 4870 \text{ Ncm}$, ta được:

$$D \geq 14,49 \text{ cm}$$

(a)

Theo điều kiện cứng:

$$\theta_{\max} \leq [\theta] \Rightarrow \frac{M_z}{GJ_p} = \frac{M_z}{G.0,1D^4} \leq [\theta] \Rightarrow D^4 \geq \frac{M_z}{G.0,1[\theta]} \Rightarrow D \geq \sqrt[4]{\frac{M_z}{G.0,1[\theta]}}$$

với: $[\theta] = 0,25^\circ/\text{m} = 0,00436 \text{ Rad/m}$, $M_z = 48,7 \text{ Nm} = 4870 \text{ Ncm}$

$$G = 8.10^3 \text{ kN/cm}^2$$

ta được: $D \geq 11,17 \text{ cm}$

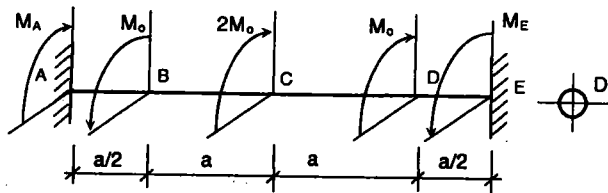
(b)

Để thỏa cả hai yêu cầu (a), (b), ta chọn $D = 15 \text{ cm}$.

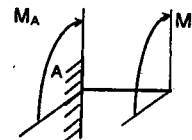
Áp dụng công thức (9.6), ta được:

$$\varphi_{AC} = \sum_i \left(\frac{M_z L}{GJ_p} \right)_i = \frac{4870 \times 50}{8 \times 10^3 \times 0,1 \times 15^4} = 0,006 \text{ Rad}$$

Ví dụ 9.2. Một thanh tiết diện tròn đường kính D hai đầu ngàm chịu lực như (H.9.13). Vẽ biểu đồ nội lực và xác định giá trị $[M_o]$ theo điều kiện bền.



Hình 9.13



Hình 9.14

Ta thấy, dưới tác dụng ngoại lực là các mômen xoắn tác dụng trong mặt phẳng thẳng góc với trục thanh thì phản lực phát sinh tại các liên kết ngàm A và E phải là các mômen xoắn M_A , M_E trong các mặt phẳng thẳng góc với trục thanh giả sử có chiều như trên H.9.13.

Để xác định mômen phản lực, sử dụng điều kiện cân bằng là $\sum M/z = 0$, ta có:

$$M_A + M_E = 2M_o$$

Mặt khác, áp dụng phương pháp mặt cắt tính nội lực tại một tiết diện bất kỳ, thí dụ, trong đoạn AB (H.9.14), ta được:

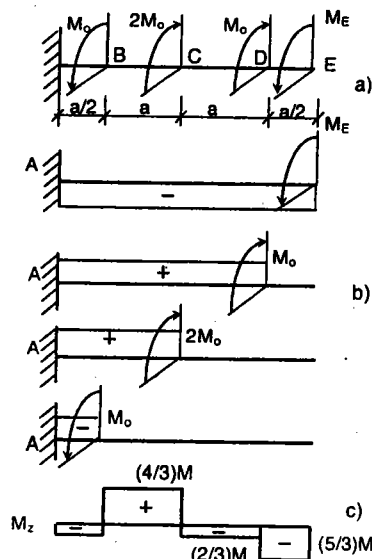
$$M_A + M_z = 0$$

Ta thấy, với các phương trình (a) và (b) ta không đủ điều kiện xác định phản lực hay nội lực của thanh, gọi là bài toán siêu tĩnh.

Để giải loại bài toán này, phải bổ sung một hay nhiều phương trình biến dạng tùy theo số ẩn số, thiết lập từ điều kiện biến dạng của bài toán.

Thông thường, ta làm như sau:

Tưởng tượng bỏ ngàm E, thay bằng phản lực tương ứng M_E ,



giả định có chiều như (H.9.15.a).

Tại E là tiết diện ngàm do đó góc xoay của tiết diện tại E phải bằng không, $\varphi_E = 0$ chính là điều kiện biến dạng.

Áp dụng công thức (9.6) tính góc xoay tại tiết diện E, rồi cho bằng không ta viết được phương trình biến dạng.

Áp dụng nguyên lý cộng tác dụng, biểu đồ mômen xoắn do từng trường hợp tải gây ra được vẽ ở H.9.15.b.

$$\varphi_E = \varphi_{EA} = \sum \left(\frac{M_z L}{GJ_p} \right)_i$$

$$\varphi_E = -\frac{M_E \cdot 3a}{GJ_p} + \frac{M_0}{GJ_p} \frac{5a}{2} + \frac{2M_0}{GJ_p} \frac{3a}{2} - \frac{M_0}{GJ_p} \frac{a}{2} = 0$$

$$\Rightarrow M_E = \frac{5}{3} M_0$$

Tính φ_E theo (9.6) như sau:

Kết quả dương, M_E đúng chiều chọn.

Xác định được M_E , ta vẽ được biểu đồ mômen M_z ở H.9.15.c.

Căn cứ biểu đồ nội lực, ta thấy: $M_{z\max} = (5/3)M_0$.

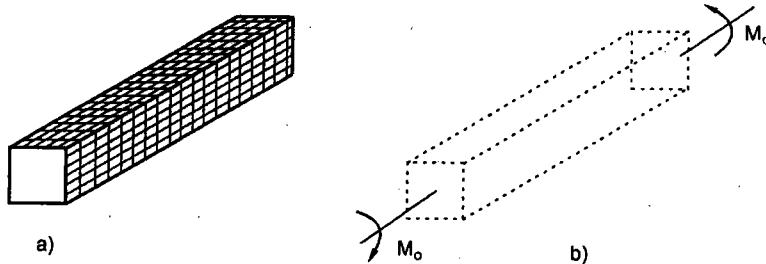
Từ điều kiện bền, ta có:

$$\tau_{\max} \leq [\tau] \Rightarrow \frac{M_z}{0,2.D^3} \leq [\tau]$$

$$\Rightarrow \frac{5M_0}{0,2.D^3} \leq [\tau] \Rightarrow M_0 \leq [\tau] \frac{0,2.D^3}{5}$$

9.3. XOẮN THANH THẲNG TIẾT DIỆN CHỮ NHẬT

Thí nghiệm xoắn thanh tiết diện chữ nhật cho thấy những đường song song và thẳng góc với trục không còn song song và thẳng góc với trục, tiết diện bị vênh (H.9.16.a,b), giả thiết mặt cắt phẳng không thể áp dụng được. Do đó, không thể dựa trên các giả thiết để đơn giản hóa bài toán được.



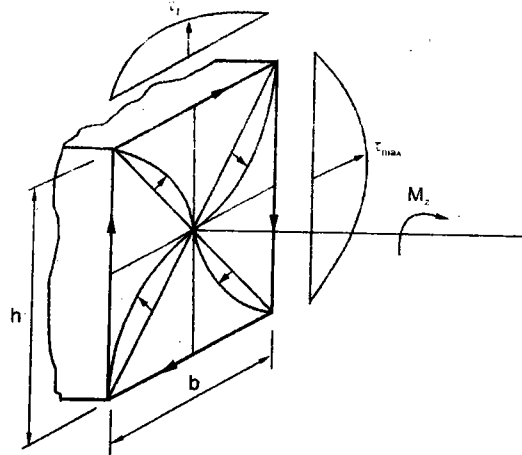
Hình 8.16. a) Trước khi chịu mômen xoắn

b) Trong quá trình chịu mômen xoắn

Nghiên cứu xoắn thanh tiết diện chữ nhật bằng lý thuyết đàn hồi, người ta thu được các kết quả như sau:

Trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất tiếp, tại tâm và các góc, ứng suất tiếp bằng không. Trên hai trục đối xứng của tiết diện, ứng suất thay đổi theo đường cong, tăng dần từ tâm và đạt giá trị cực đại tại trung điểm của các cạnh. Tại trung điểm cạnh dài, ứng suất tiếp đạt giá trị lớn nhất $\tau_{\max}$; tại trung điểm cạnh ngắn, ứng suất nhỏ hơn $\tau_{\max}$, gọi là τ_l .

Phân bố ứng suất tiếp tại các điểm trên các trục đối xứng, các cạnh tiết diện và các đường chéo được biểu diễn ở H.9.17



Hình 9.17. Sự phân bố ứng suất tiếp trên tiết diện chữ nhật

a. Ứng suất tiếp:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{\alpha h b^2}; \quad \tau_1 = \gamma \tau_{\max} \quad (9.14)$$

b. Góc xoắn tương đối:

$$\theta = \frac{M_z}{\beta h b^3} \quad (9.15)$$

Trong đó: α, γ, β - là các hệ số phụ thuộc tỷ số (cạnh dài/cạnh ngắn) được cho trong bảng 1.

Bảng 9.1. Giá trị α, γ, β

$\frac{b}{h}$	1	1,5	1,75	2	2,5	3
α	0,203	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267
β	0,141	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263
γ	1,000	0,859	0,820	0,795	0,766	0,753

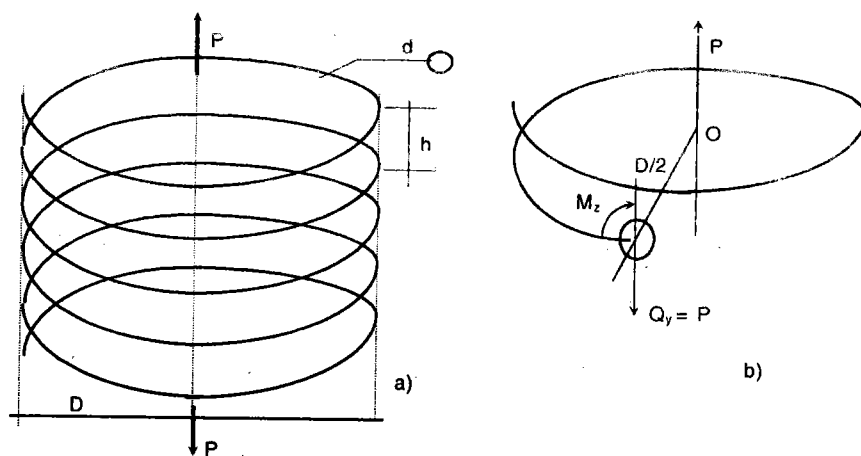
$\frac{h}{b}$	4	6	8	10	∞
α	0,282	0,299	0,307	0,313	0,333
β	0,281	0,299	0,307	0,313	0,333
γ	0,745	0,743	0,742	0,742	0,742

9.4. TÍNH LÒ XO HÌNH TRỤ BƯỚC NGẮN CHỊU LỰC DỌC TRỰC

Lò xo là một bộ phận được dùng rộng rãi trong ngành cơ khí chế tạo, được lắp đặt tại những chỗ cần giảm chấn do tải trọng động như đế móng thang máy, hệ thống nhún trong ô tô, để mô tơ công suất lớn...

Lò xo hình trụ được cấu tạo bằng cách quấn một sợi dây thép tiết diện vuông, chữ nhật hoặc tròn quanh một lõi hình trụ đường kính trung bình D , trong sử dụng, lò xo chỉ chịu lực theo phương trục của hình trụ này.

Trong phần này, chỉ xét lò xo có các vòng gần nhau gọi là lò xo hình trụ bước ngắn (H.9.18.a).



Hình 9.18. a) Dạng lò xo hình trụ bước ngắn (h nhỏ)
b) Biểu diễn nội lực trên tiết diện dây lò xo

Dùng một mặt cắt chứa trục trụ cắt qua một sợi dây lò xo, tách lò xo làm hai phần, xét điều kiện cân bằng của một phần lò xo như trên H.9.18.b, ta được:

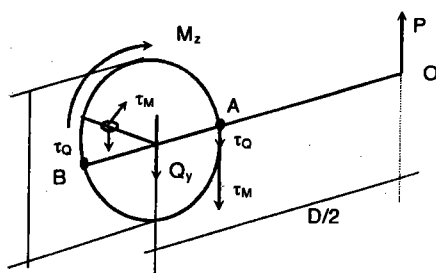
$$\sum Dg = 0 \Rightarrow Q_y = P$$

$$\sum M/O = 0 \Rightarrow M_z = P \cdot \frac{D}{2}$$

Như vậy trên mặt cắt đang xét có tác dụng của lực cắt Q_y và mômen xoắn M_z , chúng đều gây ứng suất tiếp:

$$\tau = \tau_M + \tau_Q$$

Tại một điểm bất kỳ trên mặt cắt ngang, các thành phần ứng suất được biểu diễn như (H.9.19). Bỏ qua độ nghiêng của dây lò xo, coi tiết diện đang xét là tròn, ngoại lực tác dụng lên lò xo P là lực kéo hay nén có thể thấy rằng, tại mép trong của mặt cắt dây lò xo, điểm A trên H.9.19, ứng suất tiếp đạt giá trị cực đại.



Hình 9.19. Nội lực và ứng suất trên mặt cắt dây lò xo

Một cách gần đúng, ứng suất tiếp tại điểm nguy hiểm có thể tính như sau:

$$\tau_{\max} = \tau_Q + \tau_M = \frac{Q_y}{F} + \frac{M_z}{W_n} = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot \frac{D}{2}}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}}$$

Thực chất τ_Q không phân bố đều, còn công thức tính τ_M như trên không chính xác vì tiết diện không tròn do độ nghiêng của dây lò xo cũng như sợi dây lò xo không là thanh thẳng, cho nên trong tính toán thực hành, kể đến kết quả do thực nghiệm, ta có thể lấy:

$$\tau_{\max} = k \cdot \frac{P \cdot \frac{D}{2}}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} = k \cdot \frac{8 \cdot P \cdot D}{\pi \cdot d^3} \quad (9.16)$$

với: $k = \frac{\frac{D}{d} + 0,25}{\frac{D}{d} - 1}$

Điều kiện bền lò xo: $\tau_{\max} \leq [\tau]$ (9.17)

Khi chế tạo lò xo, một đặc trưng rất quan trọng là độ co, dãn của lò xo khi chịu lực dọc trục trực. Sử dụng nguyên lý bảo toàn năng lượng, bỏ qua các mất mát năng lượng, công ngoại lực T hoàn toàn biến thành thế năng biến dạng đàn hồi U .

Ta có công của ngoại lực P trên độ co, dãn λ của lò xo là:

$$T = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \lambda \quad (a)$$

Thế năng biến dạng đàn hồi tích lũy trong lò xo (bỏ qua thế năng do Q_y):

$$U = \frac{1}{2} \sum_i \frac{M_z^2 L}{G J_p}$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot \frac{P^2 D^2}{4} \cdot \frac{\pi \cdot D \cdot n}{G \cdot \pi \cdot d^4 / 32} = \frac{1}{2} \cdot \frac{8 \cdot P^2 \cdot D^3 \cdot n}{G \cdot d^4} \quad (b)$$

Về giá trị, $T = U$, ta được: $\lambda = \frac{8 \cdot P \cdot D^3 \cdot n}{G d^4} = \frac{P}{C}$ (9.18)

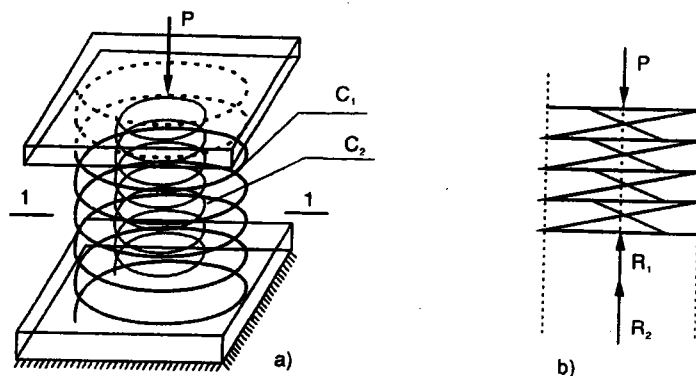
với: $C = \frac{G d^4}{8 D^3 n}$

trong đó: C - là độ cứng của lò xo; n - số vòng chịu lực của lò xo

d - đường kính sợi lò xo; D - đường kính trung bình của trụ

G - module đàn hồi trượt của vật liệu làm lò xo.

Ví dụ 9.3. Hai lò xo có độ cứng $C_1 = 8 \text{ kN/cm}$ và $C_2 = 5 \text{ kN/cm}$ cùng chiều cao H , được ghép đồng trục trực, cùng chịu một lực $P = 50 \text{ kN}$ (H.9.20.a). Tính lực tác dụng trên từng lò xo, tính chuyển vị của điểm đặt lực.



Hình 9.20. a) Hai lò xo ghép đồng trục trực

b) Biểu diễn ngoại lực và nội lực tác dụng lên lò xo

Giải. Tách lò xo theo mặt cắt (1.1), xét cân bằng phần trên, gọi phản lực của lò xo là R_1, R_2 , (H.9.20.b), áp dụng điều kiện $\sum Y = 0$, ta được:

$$R_1 + R_2 = P \quad (a)$$

Lực tác dụng và phản lực lò xo cùng trên một đường thẳng nên chỉ áp dụng một điều kiện cân bằng, do đó chỉ có một phương trình chứa hai ẩn số, ta gặp bài toán siêu tĩnh.

Điều kiện biến dạng: chuyển vị của lò xo 1 phải bằng lò xo 2:

$$\lambda_1 = \lambda_2 \quad (b)$$

$$\frac{R_1}{C_1} = \frac{R_2}{C_2} \Rightarrow R_1 = \frac{C_1}{C_2} R_2 \quad (c)$$

Thay (c) vào (a), ta được:

$$R_2 = \frac{P}{1 + \frac{C_1}{C_2}} = \frac{C_2}{C_1 + C_2} P \quad (d)$$

$$(a) \Rightarrow R_1 = P \left[1 - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right] = \frac{C_1}{C_1 + C_2} P$$

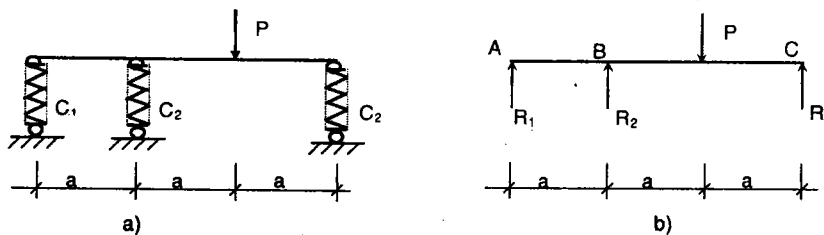
Thay giá trị P, C₁, C₂ vào (d):

$$R_1 = 30,76 \text{ kN}; R_2 = 19,23 \text{ kN}$$

Chuyển vị của điểm đặt lực chính là độ co của lò xo 1 hoặc lò xo 2
 $= \lambda = R_1 / C_1 = 30,76/9 = 3,445 \text{ cm}$.

$$\lambda_1 = \lambda_2$$

Ví dụ 9.4. Một thanh có EJ rất lớn được xem là bằng ∞ , được đặt trên ba lò xo có độ cứng lần lượt là C₁ = 5 kN/cm, C₃ = C₂ = 10 kN/cm chịu tác dụng của lực P = 50 kN như trên H.9.21.a. Tìm lực tác dụng trên các lò xo, tính góc nghiêng của thanh ABC. Cho a = 0,5 m.



Hình 9.21. a) Thanh ABC tuyệt đối cứng đặt trên ba lò xo
 b) Ngoại lực và các phản lực của các lò xo

Giải. Gọi phản lực của các lò xo lần lượt là R₁, R₂, R₃ (H.9.21.b).

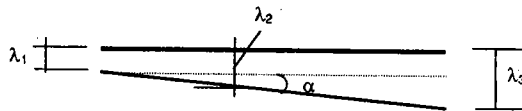
Điều kiện cân bằng:

$$\sum Y = 0 \Rightarrow R_1 + R_2 + R_3 = P \quad (a)$$

$$\sum M/A = 0 \Rightarrow R_2 \cdot a + R_3 \cdot 3a = P \cdot 2a$$

hay: $R_2 + 3R_3 = 2P \quad (b)$

Điều kiện biến dạng: Giả sử, dưới tác dụng của ngoại lực, thanh ABC có vị trí mới như ở (H.9.22):



Hình 9.22. Sơ đồ chuyển vị của thanh ABC và biến dạng của các lò xo

Ta có: $\lambda_2 = \lambda_1 + (1/3) \lambda_3$
 $\Rightarrow \frac{R_2}{C_2} = \frac{R_1}{C_1} + \frac{1}{3} \frac{R_3}{C_2} \quad (c)$

Thay các giá trị C₁ = 5 kN/cm, C₃ = C₂ = 10 kN/cm vào (c), rồi giải hệ (a), (b), (c), ta được phản lực của các lò xo, cũng chính là lực tác dụng lên các lò xo:

$$R_1 = P/11; R_2 = 4P/11; R_3 = 6P/11$$

Từ đó, ta tính được biến dạng của các lò xo:

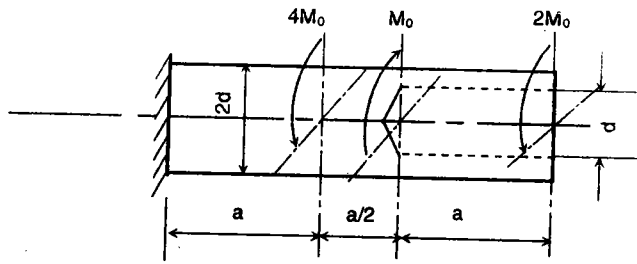
$$\lambda_1 = 0,91 \text{ cm}; \lambda_2 = 1,82 \text{ cm}; \lambda_3 = 2,73 \text{ cm}$$

Góc nghiêng của thanh ABC là:

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha = (\lambda_3 - \lambda_1)/3a = 0,012 \text{ Rad}$$

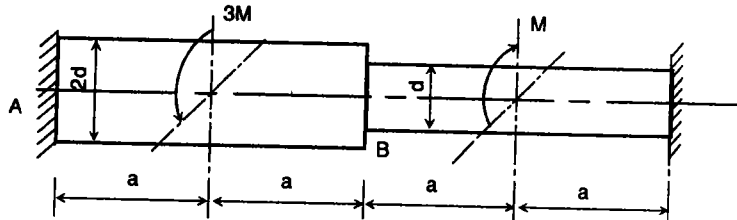
BÀI TẬP CHƯƠNG 9

- 9.1. Vẽ biểu đồ mômen xoắn, tính ứng suất tiếp lớn nhất và góc xoắn tại đầu tự do của thanh. Cho: $M_0 = 360 \text{ Nm}$, $a = 50 \text{ cm}$, $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ (H.9.26), $d = 3 \text{ cm}$.

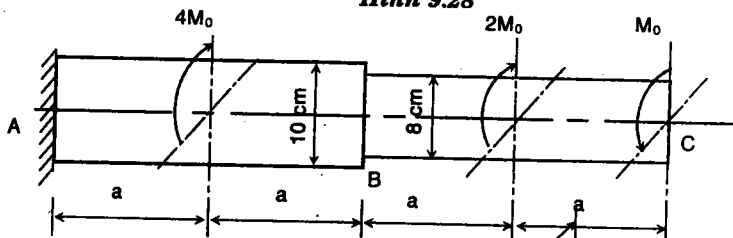


Hình 9.26

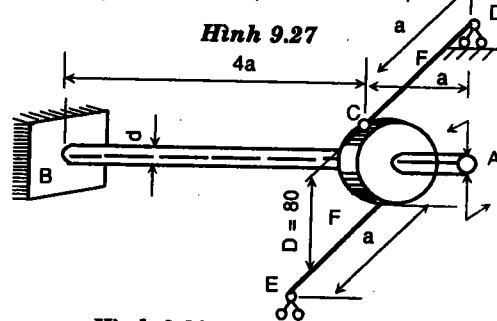
- 9.2. Vẽ biểu đồ nội lực, kiểm tra độ bền và độ cứng của trục tròn biết $[\tau] = 3000 \text{ N/cm}^2$, $[\theta] = 0,5^\circ/\text{m}$, $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$ (H.9.27), $M_0 = 1 \text{ kNm}$, $a = 40 \text{ cm}$. Tính góc xoắn tại B và C.
- 9.3. Vẽ biểu đồ mômen xoắn và tính ứng suất tiếp lớn nhất trên các mặt cắt ngang nguy hiểm của trục tròn như trên H.9.28. Cho: $G = \text{hằng số}$.



Hình 9.28



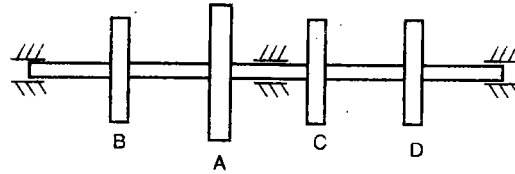
Hình 9.27



Hình 9.29

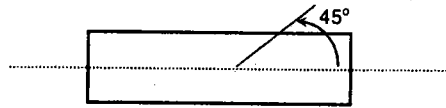
- 9.4. Một trục chịu xoắn như H.9.29. Xác định ứng suất tiếp $\tau_{\max}$ của trục AB, góc xoắn φ_{AB} , nội lực trong hai thanh CD và CE. Cho $E = 2 \cdot 10^7 \text{ N/cm}^2$, $G = 8 \cdot 10^6 \text{ N/cm}^2$, $M = 2 \text{ kNm}$, $a = 2 \text{ cm}$, $F = 4 \text{ cm}^2$, $d = 6 \text{ cm}$. Xem puli tại C là tuyệt đối cứng.
- 9.5. Một trục truyền động tiết diện tròn, đường kính D. Tại puli A, trục nhận được công suất truyền là 15 kW. Giả sử hiệu suất truyền là 1, khi đó tại các puli B, C và D trục truyền đi các công suất lần

lượt là 4 kW, 8 kW và 3 kW (H.9.30). Tính đường kính D theo điều kiện bền và điều kiện cứng.
 Cho: $[\tau] = 2 \text{ kN/cm}^2$; $[\theta] = 0,4^\circ/\text{m}$; $G = 8 \cdot 10^3 \text{ kN/cm}^2$, tốc độ mô tơ truyền $n = 150 \text{ vg/ph}$.



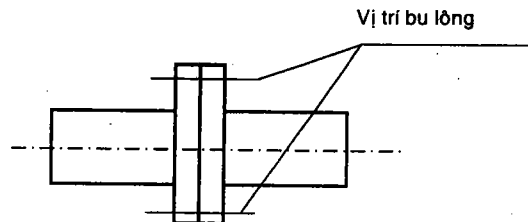
Hình 9.30

- 9.6. Trên mặt ngoài của một trục tròn chịu xoắn thuần túy, người ta dùng tấm điện trở và đo được biến dạng dài tương đối theo phương 45° so với trục là $\varepsilon = 30 \cdot 10^{-5}$.
 Tính mômen xoắn tác dụng lên trục. Cho: $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$; $\mu = 0,3$.



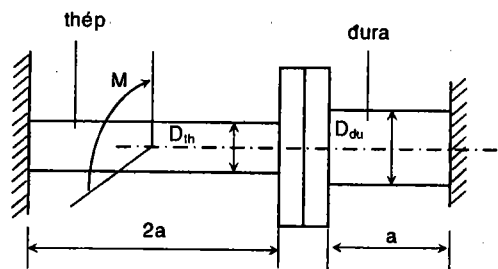
Hình 9.31

- 9.7. Người ta nối hai trục cùng đường kính $D = 8 \text{ cm}$ bằng mặt bích và bốn bu lông $\phi 20$ bố trí đối xứng trên đường tròn đường kính 20 cm (H.9.32). Tính mômen xoắn lớn nhất có thể tác dụng lên trục theo điều kiện bền của trục và bu lông.
 Cho: $[\tau]_{tr} = 4 \text{ kN/cm}^2$; $[\tau]_{bl} = 2 \text{ kN/cm}^2$.



Hình 9.32

- 9.8. Hai trục tròn bằng thép và đũa được nối với nhau bằng mặt bích và bu lông chịu một mômen xoắn M như (H.9.33). Tính mômen xoắn nội lực tác dụng lên hai trục. Cho: $G_{th} = 2G_{đũa}$; $D_{đũa} = 1,5D_{th}$.



Hình 9.31

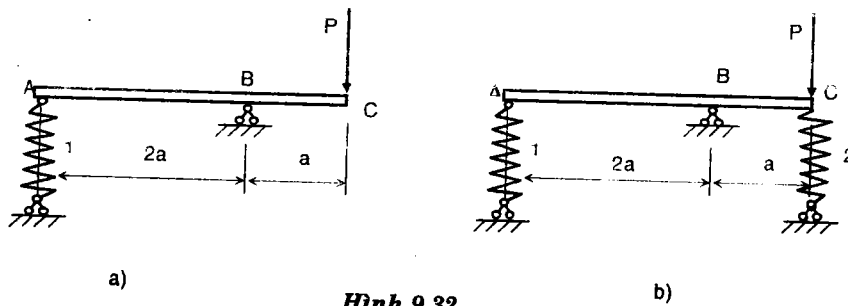
- 9.9. Hệ chịu lực như ở H.9.32.a,b

Tính ứng suất trong lò xo 1 và 2.

Tính chuyển vị đứng tại C, xem thanh ABC là tuyệt đối cứng.

Biết: $D_1 = 6 \text{ cm}$, $d_1 = 1 \text{ cm}$, $n_1 = 10$, $D_2 = 5 \text{ cm}$, $d_2 = 0,8 \text{ cm}$, $n_2 = 8$

$P = 1 \text{ kN}$, $G_1 = G_2 = 8 \cdot 10^3 \text{ kN/cm}^2$.

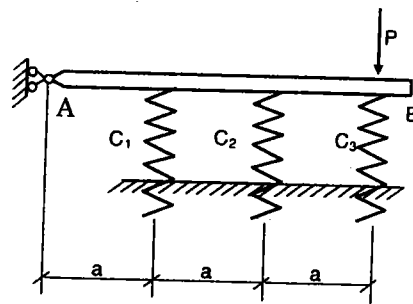


Hình 9.32

9.10. Một thanh tuyệt đối cứng AB được đặt trên ba lò xo có cùng số vòng và chịu một lực P đặt ở đầu B như trên H.9.33. Tính lực tác dụng lên các lò xo.

Tính chuyển vị đứng tại B. Cho: $C_3 = 2C_2 = 2C_1 = 2 \text{ kN/cm}$; $P = 8 \text{ kN}$;

$a = 1 \text{ m}$.



Hình 9.33