

BỘ CÔNG THƯƠNG
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP QUẢNG NINH



GIÁO TRÌNH
LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG
DÙNG CHO BẠC ĐẠI HỌC
(LƯU HÀNH NỘI BỘ)

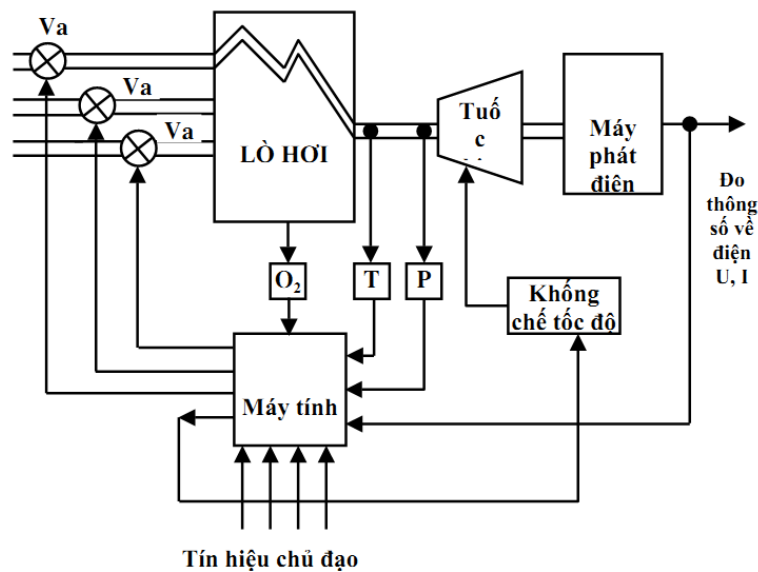
QUẢNG NINH - 2013

LÝ THUYẾT ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

CHƯƠNG 1: MÔ TẢ MỘT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

1.1. Các khái niệm cơ bản

Để hiểu được khái niệm về hệ thống điều khiển tự động trước hết ta xem ví dụ sau:



Hình 1.1: Sơ đồ điều khiển của lò hơi để phát điện

Điều khiển: Tập hợp tất cả các tác động có mục đích nhằm điều khiển một quá trình này hay quá trình kia theo một quy luật hay một chương trình cho trước.

Điều khiển học: Một bộ môn khoa học nghiên cứu nguyên tắc xây dựng các hệ điều khiển.

Điều khiển tự động: Quá trình điều khiển hoặc điều chỉnh được thực hiện mà không có sự tham gia trực tiếp của con người.

Hệ thống điều khiển: Tập hợp tất cả các thiết bị mà nhờ đó quá trình điều khiển được thực hiện.

Hệ thống điều khiển tự động (điều chỉnh tự động): Tập hợp tất cả các thiết bị kỹ thuật, đảm bảo điều khiển hoặc điều chỉnh tự động một quá trình nào đó (đôi khi gọi tắt là hệ thống tự động – HTTD).

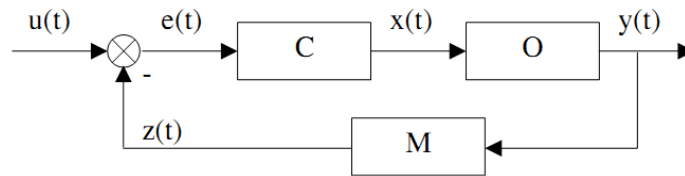
Ý nghĩa của điều khiển tự động:

- Đáp ứng của hệ thống không thỏa mãn yêu cầu công nghệ
- Tăng độ chính xác
- Tăng năng suất
- Tăng hiệu quả kinh tế

1.2. Các phần tử cơ bản của hệ thống điều khiển tự động

1.2.1. Các phần tử cơ bản

Sơ đồ tổng quát của hệ thống điều khiển tự động



Hình 1.2: Sơ đồ tổng quát hệ thống điều khiển tự động

Mọi hệ thống điều khiển tự động đều bao gồm 3 bộ phận cơ bản :

- Thiết bị điều khiển C (Controller device).
- Đối tượng điều khiển (Object device).
- Thiết bị đo lường (Measuring device).

Trong đó: $u(t)$ tín hiệu vào ; $r(t)$
 $e(t)$ Sai lệch điều khiển ;
 $x(t)$ Tín hiệu điều khiển ;
 $y(t)$ Tín hiệu ra ; $c(t)$
 $z(t)$ Tín hiệu phản hồi (hồi tiếp)

1.2.2. Bài toán cơ bản trong lĩnh vực điều khiển tự động

- Phân tích hệ thống: Cho hệ thống tự động đã biết cấu trúc và thông số. Bài toán đặt ra là tìm đáp ứng của hệ thống và đánh giá chất lượng của hệ.

- Thiết kế hệ thống: Biết cấu trúc và thông số của đối tượng điều khiển. Bài toán đặt ra là thiết kế bộ điều khiển để được hệ thống thỏa mãn các yêu cầu về chất lượng.

- Nhận dạng hệ thống: Chưa biết cấu trúc và thông số của hệ thống. Vấn đề đặt ra là xác định cấu trúc và thông số của hệ thống.

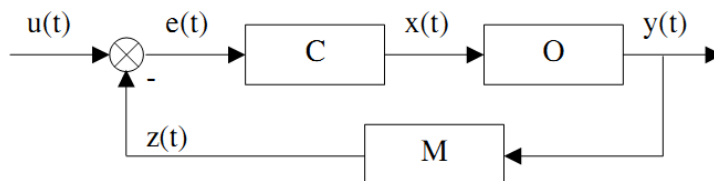
Môn học Lý thuyết ĐKTD chỉ giải quyết bài toán phân tích hệ thống và thiết kế hệ thống. Bài toán nhận dạng hệ thống sẽ được nghiên cứu trong môn học khác.

1.3. Các nguyên tắc điều khiển cơ bản

1.3.1. Nguyên tắc thông tin phản hồi (1)

Muốn hệ thống điều khiển có chất lượng cao thì bắt buộc phải có phản hồi thông tin, tức phải có đo lường các tín hiệu từ đối tượng điều khiển.

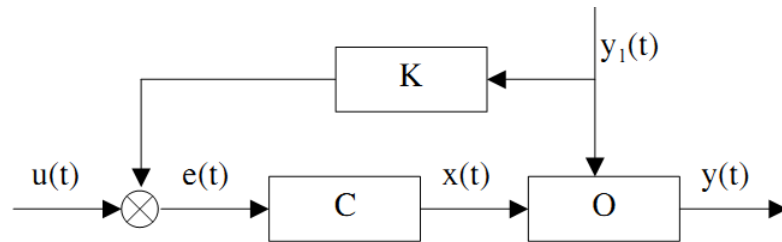
- Điều khiển san bằng sai lệch



Hình 1.3: Sơ đồ nguyên tắc điều khiển theo sai lệch

Tín hiệu ra $y(t)$ được đưa vào so sánh với tín hiệu vào $u(t)$ nhằm tạo nên tín hiệu tác động lên đầu vào bộ điều khiển C nhằm tạo tín hiệu điều khiển đối tượng O .

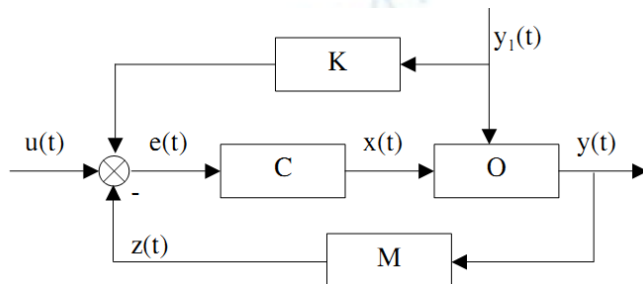
- Điều khiển theo bù nhiễu



Hình 1.4: Sơ đồ nguyên tắc điều khiển bù nhiễu

Nguyên tắc bù nhiễu là sử dụng thiết bị bù K để giảm ảnh hưởng của nhiễu là nguyên nhân trực tiếp gây ra hậu quả cho hệ thống (hình 1.4).

- Nguyên tắc điều khiển hỗn hợp (theo sai lệch và bù nhiễu)



Hình 1.5: Sơ đồ nguyên tắc điều khiển hỗn hợp

Nguyên tắc điều khiển hỗn hợp là phối hợp cả hai nguyên tắc trên, vừa có hồi tiếp theo sai lệch vừa dùng các thiết bị để bù nhiễu.

1.3.2. Nguyên tắc đa dạng tương xứng

Muốn quá trình điều khiển có chất lượng thì sự đa dạng của bộ điều khiển phải tương xứng với sự đa dạng của đối tượng. Tính đa dạng của bộ điều khiển thể hiện ở khả năng thu thập thông tin, lưu trữ thông tin, truyền tin, phân tích xử lý, chọn quyết định,...

Ý nghĩa: Cần thiết kế bộ điều khiển phù hợp với đối tượng.

Thí dụ: Hãy so sánh yêu cầu chất lượng điều khiển và bộ điều khiển sử dụng trong các hệ thống sau:

- Điều khiển nhiệt độ bàn là (chấp nhận sai số lớn) với điều khiển nhiệt độ lò sấy (không chấp nhận sai số lớn).

- Điều khiển mực nước trong bồn chứa của khách sạn (chỉ cần đảm bảo luôn có nước trong bồn) với điều khiển mực chất lỏng trong các dây chuyền sản xuất (mực chất lỏng cần giữ không đổi).

1.3.3. Nguyên tắc bổ sung ngoài

Một hệ thống luôn tồn tại và hoạt động trong môi trường cụ thể và có tác động qua lại chặt chẽ với môi trường đó. Nguyên tắc bổ sung ngoài thừa nhận có một đối tượng chưa biết (hộp đen) tác động vào hệ thống và ta phải điều khiển cả hệ thống lẫn hộp đen.

Ý nghĩa: Khi thiết kế hệ thống tự động, muốn hệ thống có chất lượng cao thì không thể bỏ qua nhiều

1.3.4. Nguyên tắc dự trữ

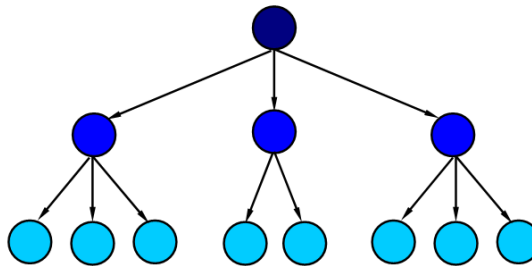
Vì nguyên tắc 3 luôn coi thông tin chưa đầy đủ phải đề phòng các bất trắc xảy ra và không được dùng toàn bộ lực lượng trong điều kiện bình thường. Vốn dự trữ không sử dụng, nhưng cần để đảm bảo cho hệ thống vận hành an toàn.

1.3.5. Nguyên tắc phân cấp

Một hệ thống điều khiển phức tạp cần xây dựng nhiều lớp điều khiển bổ sung cho trung tâm. Cấu trúc phân cấp thường sử dụng là cấu trúc hình cây.

Đa số hệ thống điều khiển trong các dây chuyền sản xuất hiện nay có thể chia làm 3 cấp:

- Cấp thực thi: điều khiển thiết bị, đọc tín hiệu từ cảm biến.
- Cấp phối hợp
- Cấp tổ chức và quản lý



1.3.6. Nguyên tắc cân bằng nội

Mỗi hệ thống cần xây dựng cơ chế cân bằng nội để có khả năng tự giải quyết những biến động xảy ra.

1.4. Phân loại các hệ thống điều khiển tự động

1.4.1. Phân loại dựa trên mô tả toán học của hệ thống

Hệ thống liên tục: Hệ thống liên tục được mô tả bằng phương trình vi phân.

Hệ thống rời rạc: Hệ thống rời rạc được mô tả bằng phương trình sai phân.

Hệ thống tuyến tính: hệ thống được mô tả bởi hệ phương trình vi phân/sai phân tuyến tính.

Hệ thống phi tuyến: Hệ thống mô tả bởi hệ phương trình vi phân/sai phân phi tuyến.

Hệ thống bất biến theo thời gian: hệ số của phương trình vi phân/ sai phân mô tả hệ thống không đổi.

Hệ thống biến đổi theo thời gian: hệ số của phương trình vi phân/ sai phân mô tả hệ thống thay đổi theo thời gian.

1.4.2. Phân loại dựa trên số ngõ vào – ngõ ra hệ thống

Hệ thống một ngõ vào – một ngõ ra (hệ SISO): (Single Input –Single Output).

Hệ thống nhiều ngõ vào – nhiều ngõ ra (hệ MIMO): (Multi Input – Multi Output).

1.4.3. Phân loại theo chiến lược điều khiển.

Mục tiêu điều khiển thường gặp nhất là sai số giữa tín hiệu ra và tín hiệu vào chuẩn càng nhỏ càng tốt. Tùy theo dạng tín hiệu vào mà ta có các loại điều khiển sau:

Điều khiển ổn định hóa: Nếu tín hiệu chuẩn $x(t) = \text{const}$, ta gọi là điều khiển ổn định hóa.

Điều khiển theo chương trình: Tín hiệu vào $x(t)$ là hàm thay đổi theo thời gian nhưng đã biết trước.

Điều khiển theo dõi: Tín hiệu vào $x(t)$ là hàm không biết trước theo thời gian.

1.4.4. Lịch sử phát triển lý thuyết điều khiển

a. Điều khiển kinh điển:

Mô tả toán học dùng để phân tích và thiết kế hệ thống là hàm truyền.

Đặc điểm:

- Đơn giản
- Áp dụng thuận lợi cho hệ thống tuyến tính bất biến một ngõ vào, một ngõ ra.
- Kỹ thuật thiết kế trong miền tần số.

Các phương pháp phân tích và thiết kế hệ thống:

- Quỹ đạo nghiệm số.
- Đặc tính tần số: biểu đồ Nyquist, biểu đồ Bode.

Bộ điều khiển:

- Sớm trễ pha
- PID (Proportional – Integral – Derivative)

b. Điều khiển hiện đại:

Mô tả toán học dùng để phân tích và thiết kế hệ thống là phương trình trạng thái.

Đặc điểm: Có thể áp dụng cho hệ thống phi tuyến, biến đổi theo thời gian, nhiều ngõ vào, nhiều ngõ ra. Kỹ thuật thiết kế trong miền thời gian

Các phương pháp thiết kế hệ thống:

- Điều khiển tối ưu.
- Điều khiển thích nghi.
- Điều khiển bền vững

Bộ điều khiển: Hồi tiếp trạng thái

c. Điều khiển thông minh:

Nguyên tắc không cần dùng mô hình toán học để thiết kế hệ thống.

Đặc điểm:

- Mô phỏng (bắt chước) các hệ thống thông minh sinh học.
- Bộ điều khiển có khả năng xử lý thông tin không chắc chắn, có khả năng học, có khả năng xử lý lượng lớn thông tin.

Các phương pháp điều khiển thông minh:

- Điều khiển mờ (Fuzzy Control).
- Mạng thần kinh nhân tạo (Neural Network).
- Thuật toán di truyền (Genetic Algorithm).

Nội dung chính của môn học Lý thuyết Điều khiển tự động chủ yếu đề cập đến các phương pháp kinh điển phân tích, thiết kế hệ thống tuyến tính, bất biến, một ngõ vào, một ngõ ra. Do vậy kiến thức có được từ môn học giúp kỹ sư có thể phân tích, thiết kế hệ thống điều khiển ở cấp thực thi (cấp điều khiển thiết bị trong hệ thống điều khiển phân cấp).

1.5. Quá trình thiết lập một hệ thống điều khiển

- Bước 1: Chuyển đổi các yêu cầu kỹ thuật thành một hệ thống vật lý.
- Bước 2: Vẽ sơ đồ khối chức năng. Chuyển đổi sự miêu tả đặc tính hệ thống thành một sơ đồ khối chức năng. Đây là sự miêu tả về các phần chi tiết của hệ thống và mối quan hệ giữa chúng.
- Bước 3: Thiết lập sơ đồ nguyên lý.
- Bước 4: Sử dụng sơ đồ nguyên lý thiết lập sơ đồ khối hoặc graph tín hiệu hoặc biểu diễn không gian trạng thái.
- Bước 5: Rút gọn sơ đồ khối.
- Bước 6: Phân tích và thiết kế.

Câu hỏi ôn tập chương 1

1. Hệ thống điều khiển tự động có thể phân loại như thế nào?
2. Hệ thống điều khiển có mấy phần tử cơ bản?
3. Hãy nêu các quy tắc điều khiển cơ bản để điều khiển một hệ thống điều khiển?
4. Nêu các bước thiết lập một hệ thống điều khiển?

CHƯƠNG 2: MÔ HÌNH TOÁN HỌC CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

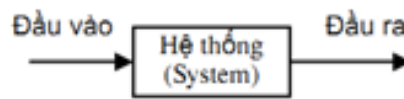
2.1. Khái niệm về mô hình toán học

2.1.1. Mô hình toán học ở dạng phương trình vi phân

Hệ thống điều khiển thực tế rất đa dạng và có bản chất vật lý khác nhau do đó cần có cơ sở toán học chung để phân tích, thiết kế các hệ thống điều khiển có bản chất vật lý khác nhau.

Tín hiệu đầu vào $u(t)$ và tín hiệu đầu ra $y(t)$ thường là các hàm số theo thời gian.

Quan hệ giữa tín hiệu vào và tín hiệu ra của một hệ thống tuyến tính bất biến liên tục có thể mô tả bằng phương trình vi phân tuyến tính hệ số hằng:



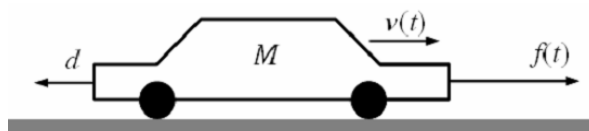
$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dx}{dt} + b_m x(t)$$

Trong đó: n - bậc của hệ thống, hệ thống hợp thức nếu $n \geq m$.

a_i, b_i - thông số của hệ thống

2.1.2. Một số ví dụ mô tả hệ thống bằng phương trình vi phân

- Đặc tính động học tốc độ xe ô tô



Phương trình động học của tốc độ xe ô tô theo lực kéo của động cơ

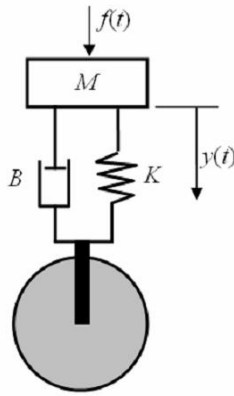
$$M \frac{dv(t)}{dt} + B.v(t) = f(t)$$

Trong đó: M - khối lượng xe, B - hệ số ma sát: thông số của hệ thống

$f(t)$ - lực kéo của động cơ: tín hiệu vào

$v(t)$ - tốc độ xe: tín hiệu ra

- Đặc tính động học hệ thống giảm chấn của xe



Phương trình động học hệ thống

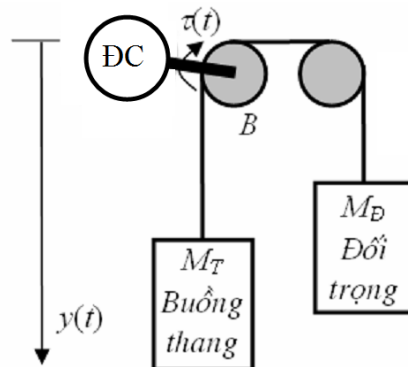
$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B \frac{dy(t)}{dt} + K \cdot y(t) = f(t)$$

Trong đó: M - khối lượng tác động lên bánh xe, B hệ số ma sát, K độ cứng lò xo (thông số hệ thống)

$f(t)$ - lực do sóc: tín hiệu vào

$y(t)$ - dịch chuyển của thân xe: tín hiệu ra

- Đặc tính động học thang máy



Phương trình động học hệ thống

$$M_T \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B \frac{dy(t)}{dt} + M_T \cdot g = K \cdot \tau(t) + M_D \cdot g$$

Trong đó: MT - khối lượng buồng thang, MD - khối lượng đối trọng,

B - hệ số ma sát, K - hệ số tỉ lệ

$\tau(t)$ - moment kéo của động cơ: tín hiệu vào

$y(t)$ - vị trí buồng thang: tín hiệu ra

Qua các ví dụ trên ta có thể thấy rằng hầu hết các hệ thống điều khiển tự động đều được mô tả bằng các phương trình động học là các phương trình vi phân bậc 1, 2, ... n

Phương trình vi phân bậc n ($n > 2$) rất khó giải

Phân tích hệ thống dựa vào mô hình toán là phương trình vi phân gặp rất nhiều khó khăn (một thí dụ đơn giản là biết tín hiệu vào, cần tính đáp ứng của hệ thống, nếu giải phương trình vi phân thì không đơn giản). Thiết kế hệ thống dựa vào phương trình vi phân hầu như không thể thực hiện được trong trường hợp tổng quát.

Trong thực tế cần các dạng mô tả toán học khác giúp phân tích và thiết kế hệ thống tự động dễ dàng hơn: Hàm truyền, Phương trình trạng thái.

2.2. Hàm truyền

2.2.1. Biến đổi Laplace

a. Khái niệm và tính chất của phép biến đổi Laplace

Khi sử dụng các phép biến đổi tín hiệu hệ thống từ miền thời gian sang miền khác để thuận tiện trong việc xử lý tín hiệu. Như trong hệ thống liên tục người ta hay sử dụng phép biến đổi Laplace để biến đổi từ miền thời gian sang miền tần số phức. Các phương trình vi tích phân sẽ chuyển đổi thành các phương trình đại số thông thường.

Trong các hệ thống rời rạc người ta hay sử dụng phép biến đổi Z để chuyển tín hiệu từ miền thời gian sang miền tần số phức. Trong thực tế người ta còn sử dụng các phép biến đổi khác để xử lý tín hiệu như giải tương quan, mã hoá có hiệu quả, chống nhiễu,....

Thực hiện các phép biến đổi có công cụ toán học như máy tính số, công cụ phổ biến và hiệu quả là phần mềm Matlab hay thực hiện biến đổi bằng tay.

- Khái niệm: Cho hàm $f(t)$ là hàm xác định với $t \geq 0$, biến đổi Laplace của hàm $f(t)$ là:

$$F(s) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt \quad (2.7)$$

trong đó: s – biến phức (biến Laplace)

L – toán tử biến đổi Laplace

e^{-st} – là hạt nhân của phép biến đổi

$F(s)$ – hàm phức

$f(t)$ – hàm biểu diễn trên miền thời gian xác định trên R .

Để thực hiện được biến đổi Laplace hàm $f(t)$ phải là hàm thực và thoả mãn một số điều kiện sau:

1. $f(t) = 0$ khi $t < 0$

2. $f(t)$ liên tục khi $t \geq 0$, trong khoảng hữu hạn bất kỳ cho trước chỉ có hữu hạn các điểm cực trị.

3. Tích phân $I = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$ hội tụ.

- Tính chất :

Giả thiết $f(t)$ và $g(t)$ là hai hàm theo thời gian có biến đổi Laplace tương ứng:

$$L\{f(t)\} = F(s) \quad L\{g(t)\} = G(s)$$

Tính tuyến tính

$$L\{a.f(t) + b.g(t)\} = a.F(s) + b.G(s)$$

Định lý chậm trễ

$$L\{f(t - T)\} = e^{-Ts} F(s)$$

Ảnh của đạo hàm

$$L\left\{\frac{d(f(t))}{dt}\right\} = s.F(s) + F(0^+)$$

Ảnh của tích phân

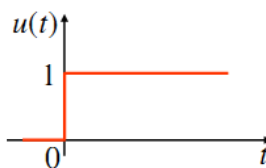
$$L\left\{\int_0^\infty f(t)dt\right\} = \frac{F(s)}{s}$$

Định lý giá trị cuối

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s.F(s)$$

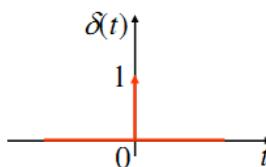
b. Biến đổi Laplace của các hàm cơ bản:

- Hàm nấc đơn vị (step): tín hiệu vào hệ thống điều khiển ổn định hóa

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } t \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } t < 0 \end{cases}$$


Biến đổi Laplace của $u(t)$ $L\{u(t)\} = \frac{1}{s}$

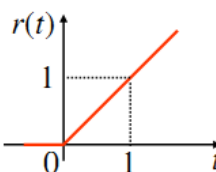
- Hàm dirac: thường dùng để mô tả nhiễu

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } t \neq 0 \\ \infty & \text{nếu } t = 0 \end{cases}$$


Biến đổi Laplace của $\delta(t)$ $L\{\delta(t)\} = 1$

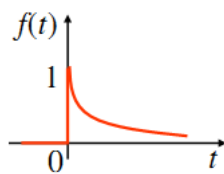
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)dt = 1$$

- Hàm dốc đơn vị (Ramp): tín hiệu vào hệ thống điều khiển theo dõi

$$r(t) = tu(t) = \begin{cases} t & \text{nếu } t \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } t < 0 \end{cases}$$


Biến đổi Laplace của $r(t)$ $L\{t.u(t)\} = \frac{1}{s^2}$

- Hàm mũ

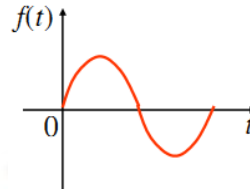
$$f(t) = e^{-at}.u(t) = \begin{cases} e^{-at} & \text{nếu } t \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } t < 0 \end{cases}$$


Biến đổi Laplace

- Hàm sin

$$L\{e^{-at}.u(t)\} = \frac{1}{s+a}$$

$$f(t) = (\sin \omega t).u(t) = \begin{cases} \sin \omega t & \text{nếu } t \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } t < 0 \end{cases}$$



Biến đổi Laplace

$$L\{(\sin \omega t).u(t)\} = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$$

Bảng biến đổi Laplace của các hàm cơ bản

TT	f(t)	F(s)	TT	f(t)	F(s)
1	$\delta(t)$	1	14	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$
2	$u(t)$	$\frac{1}{s}$	15	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$
3	t	$\frac{1}{s^2}$	16	$\sinh \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
4	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{1}{s^n}$	17	$\cosh \omega t$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$
5	e^{at}	$\frac{1}{s-a}$	18	$\frac{df(t)}{dt}$	$s.F(s) + f(0_{0+})$
6	$t.e^{at}$	$\frac{1}{(s-a)^2}$	19	$\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$	$s^2.F(s) - f(0_{0+}) - \frac{df(0)}{dt}$
7	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{at}, n \in \mathbb{Z}$	$\frac{1}{(s-a)^n}$	20	$\frac{d^n f(t)}{dt^n}$	$s^n.F(s) - f(0_{0+}) - \frac{d^n f(0)}{dt^n} - \dots - \frac{df(0)}{dt}$
8	$1 - e^{at}$	$\frac{-a}{s(s-a)}$	21	$\int_{-\infty}^t t.dt$	$\frac{F(s)}{s} + \frac{f^{-1}(0)}{s}$
9	$\frac{1}{a-b}(e^{at} - e^{bt})$	$\frac{1}{(s-a)(s-b)}$	22	$f(t-\tau).u(t-\tau)$	$a^{-st}F(s)$

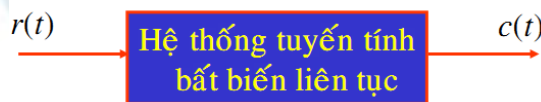
10	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	23	$a.f_1(t) + b.f_2(t)$	$a.F_1(s) + b.F_2(s)$
11	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	24	$e^{-at} f(t)$	$F(s + a)$
12	$\sin(\omega t + \theta)$	$\frac{s \cdot \sin \theta + \omega \cdot \cos \theta}{s^2 + \omega^2}$	25	$t \cdot f(t)$	$-\frac{dF(s)}{ds}$
13	$\cos(\omega t + \theta)$	$\frac{s \cdot \cos \theta - \omega \cdot \sin \theta}{s^2 + \omega^2}$			

Ghi chú: Sử dụng bảng phải nhân với hàm $u(t)$, hay thỏa mãn điều kiện $f(t) = 0$ khi $t < 0$

2.2.2. Hàm truyền

a. Khái niệm

Xét hệ thống tuyến tính bất biến liên tục, mô tả bởi phương trình vi phân:



$$\begin{aligned}
 a_0 \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dc(t)}{dt} + a_n c(t) &= \\
 &= b_0 \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dr(t)}{dt} + b_m r(t)
 \end{aligned}$$

Biến đổi Laplace 2 vế phương trình trên, để ý tính chất ảnh của đạo hàm, giả thiết điều kiện đầu bằng 0, ta được:

$$\begin{aligned}
 a_0 s^n C(s) + a_{n-1} s^{n-1} C(s) + \dots + a_{n-1} s C(s) + a_n C(s) \\
 = b_0 s^m R(s) + b_{m-1} s^{m-1} R(s) + \dots + b_{m-1} s R(s) + b_m R(s)
 \end{aligned}$$

Hàm truyền của hệ thống:

$$G(s) = \frac{a_0 s^n C(s) + a_{n-1} s^{n-1} C(s) + \dots + a_{n-1} s C(s) + a_n C(s)}{b_0 s^m R(s) + b_{m-1} s^{m-1} R(s) + \dots + b_{m-1} s R(s) + b_m R(s)}$$

Định nghĩa: Hàm truyền của hệ thống là tỉ số giữa biến đổi Laplace của tín hiệu ra và biến đổi Laplace của tín hiệu vào khi điều kiện đầu bằng 0.

Chú ý: Mặc dù hàm truyền được định nghĩa là tỉ số giữa biến đổi Laplace của tín hiệu ra và biến đổi Laplace của tín hiệu vào nhưng hàm truyền không phụ thuộc vào tín hiệu ra và tín hiệu vào mà chỉ phụ thuộc vào cấu trúc và thông số của hệ thống. Do đó có thể dùng hàm truyền để mô tả hệ thống.

b. Cách tìm hàm truyền

Bước 1: Thành lập phương trình vi phân mô tả quan hệ vào – ra của phân tử bằng cách:

- Áp dụng các định luật Kirchoff, quan hệ dòng – áp trên điện trở, tụ điện, cuộn cảm,... đối với các phần tử điện.

- Áp dụng các định luật Newton, quan hệ giữa lực ma sát và vận tốc, quan hệ giữa lực và biến dạng của lò xo,... đối với các phần tử cơ khí.

- Áp dụng các định luật truyền nhiệt, định luật bảo toàn năng lượng,... đối với các phần tử nhiệt.

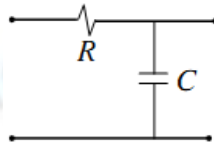
Bước 2: Biến đổi Laplace hai vế phương trình vi phân vừa thành lập ở bước 1, ta được hàm truyền cần tìm.

Chú ý: Đối với các mạch điện có thể tìm hàm truyền theo phương pháp tổng trở phức.

c. Hàm truyền của các bộ điều khiển (khâu hiệu chỉnh)

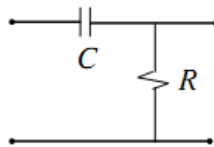
- Khâu hiệu chỉnh thụ động

+ Mạch tích phân bậc 1:



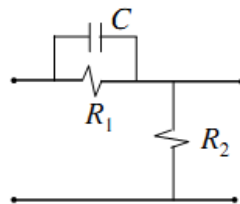
$$\text{Hàm truyền: } G(s) = \frac{1}{RC.s + 1}$$

+ Mạch vi phân bậc 1:



$$\text{Hàm truyền: } G(s) = \frac{RC.s}{RC.s + 1}$$

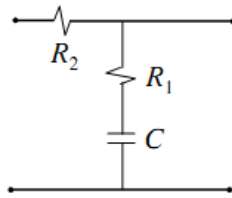
+ Mạch sớm pha:



$$\text{Hàm truyền: } G(s) = K_c \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1}$$

$$\text{Trong đó: } K_c = \frac{R_2}{R_1 + R_2}; \quad T = \frac{R_1 R_2 C}{R_1 + R_2}; \quad \alpha = \frac{R_1 + R_2}{R_2} > 1$$

+ Mạch trễ pha:

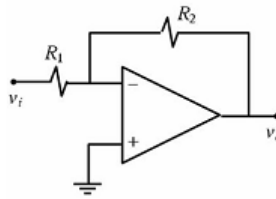


Hàm truyền: $G(s) = K_c \frac{\alpha Ts + 1}{Ts + 1}$

Trong đó: $K_c = 1$; $T = (R_1 + R_2)C$; $\alpha = \frac{R_2}{R_1 + R_2} < 1$

- Các khâu hiệu chỉnh tích cực

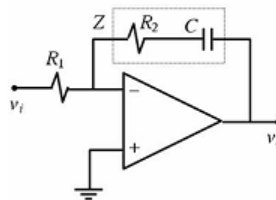
+ Khâu tỉ lệ P (Proportional)



Hàm truyền: $G(s) = K_p$

Trong đó: $K_p = -\frac{R_2}{R_1}$

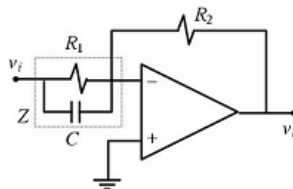
+ Khâu tích phân tỉ lệ PI: (Proportional Integral)



Hàm truyền: $G(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$

Trong đó: $K_p = -\frac{R_2}{R_1}$ $K_i = -\frac{1}{R_1 C}$

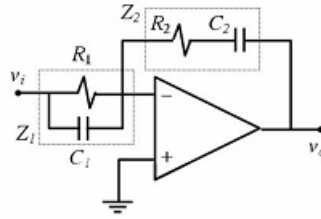
+ Khâu vi phân tỉ lệ PD: (Proportional Derivative)



Hàm truyền: $G(s) = K_p + K_d \cdot s$

Trong đó: $K_p = -\frac{R_2}{R_1}$ $K_d = -R_2 C$

+ Khâu vi tích phân tỉ lệ PID: (Proportional Integral Derivative)

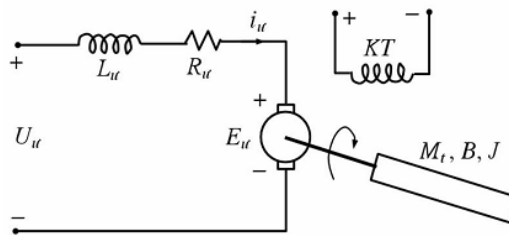


Hàm truyền: $G(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d \cdot s$

Trong đó: $K_p = -\frac{R_2}{R_1}$; $K_i = -\frac{1}{R_1 C}$; $K_d = -R_2 C$

d. Hàm truyền của các đối tượng thường gặp

- Động cơ điện một chiều



- L_u : điện cảm phản ứng

- R_u : điện trở phản ứng

- U_u : điện áp phản ứng

- E_u : sức phản điện động

- ω : tốc độ động cơ

- M_t : moment tải

- B : hệ số ma sát

- J : moment quán tính

Áp dụng định luật Kirchoff cho mạch điện phản ứng:

$$U_u(t) = i_u(t)R_u + L_u \frac{di_u(t)}{dt} + E_u(t)$$

Trong đó: $E_u(t) = K \cdot \Phi \cdot \omega(t)$

K – hệ số

Φ – từ thông kích từ

Áp dụng định luật Newton cho chuyển động quay của trục động cơ:

$$M(t) = M_t(t) + B\omega(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt}$$

Trong đó: $M(t) = K \cdot \Phi \cdot i_u(t)$

Biến đổi Laplace các phương trình trên ta được:

$$U_u(s) = I_u(s)R_u + L_u s I_u(s) + E_u(s)$$

$$E_u(s) = K \cdot \Phi \cdot \omega(s)$$

$$M(s) = M_t(s) + B\omega(s) + Js\omega(s)$$

$$M(s) = K \cdot \Phi \cdot I_u(s)$$

Đặt : $T_u = \frac{L_u}{R_u}$ - hằng số thời gian điện từ của động cơ

$$T_c = \frac{J}{B} \text{ - hằng số thời gian điện cơ của động cơ}$$

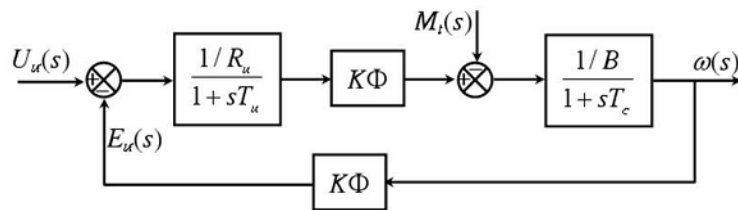
Thay vào các phương trình ta có hệ phương trình điện và động học của động cơ điện một chiều:

$$I_u(s) = \frac{U_u(s) - E_u(s)}{R_u(1 + sT_u)}$$

$$E_u(s) = K\Phi\omega(s)$$

$$\omega(s) = \frac{M(s) - M_t(s)}{B(1 + sT_c)}$$

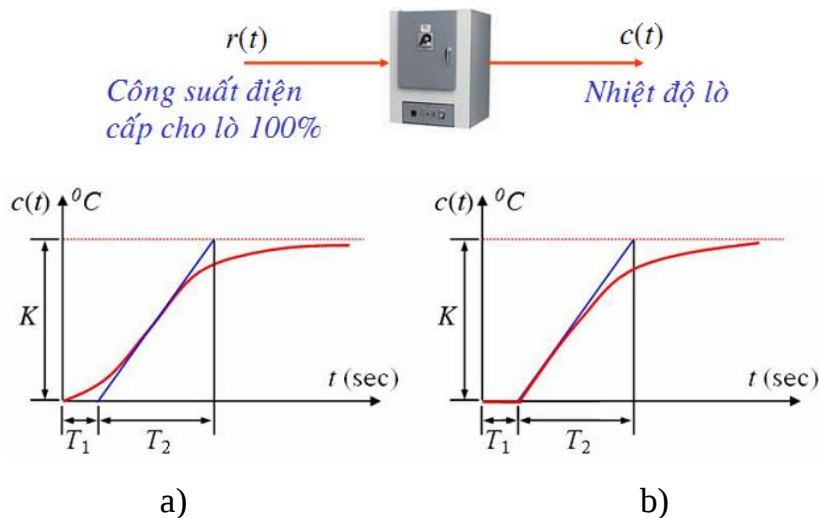
$$M(s) = K\Phi I_u(s)$$



Hình (): Sơ đồ khối của động cơ điện một chiều

- Hàm truyền lò nhiệt dùng điện trở gia nhiệt

Mô hình lò điện trở



Đặc tính của lò điện trở a) chính xác b) gần đúng

Hàm truyền được xác định gần đúng theo:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)}$$

Tín hiệu vào của hệ thống lò nhiệt ở dạng hàm nấc đơn vị (công suất trên điện trở 100%) $R(s) = \frac{1}{s}$

Tín hiệu ra của hệ thống gần đúng $c(t) = f(t - T_1)$

trong đó $f(t) = K(1 - e^{-t/T_2})$

$$\text{Từ đây: } F(s) = \frac{K}{s(1 + sT_2)}$$

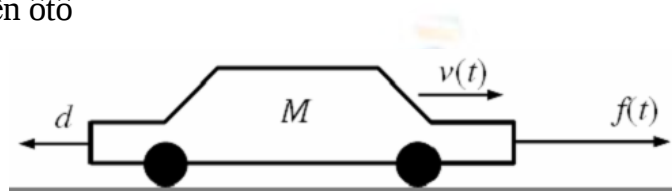
Áp dụng tính chất trễ của biến đổi Laplace

$$C(s) = \frac{Ke^{-sT_1}}{s(1 + sT_2)}$$

Hàm truyền

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{Ke^{-sT_1}}{1 + sT_2}$$

- Hàm truyền ô tô



Phương trình vi phân động học của ô tô

$$M \frac{dv(t)}{dt} + Bv(t) = f(t)$$

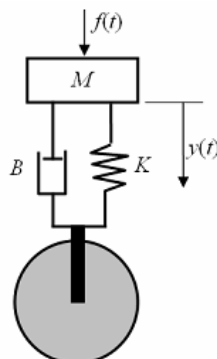
Trong đó: M - khối lượng xe, B - hệ số ma sát
 $f(t)$ - lực kéo
 $v(t)$ - tốc độ xe

Hàm truyền:

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms + B} = \frac{K}{sT + 1}$$

$$\text{Trong đó: } K = \frac{1}{B}; \quad T = \frac{M}{B}$$

- Hệ thống giảm xóc của ô tô, xe máy



Phương trình vi phân mô tả động học hệ thống

$$M \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B \frac{dy(t)}{dt} + K \cdot y(t) = f(t)$$

Trong đó: M - khối lượng tác động lên bánh xe, B hệ số ma sát, K độ cứng lò xo

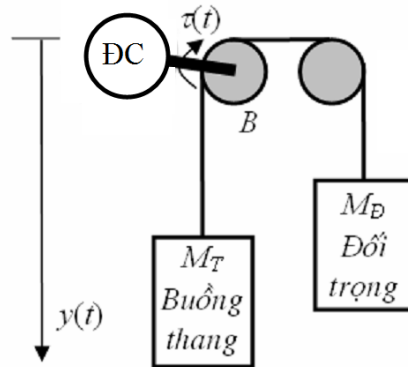
$f(t)$: lực do xóc

$y(t)$: dịch chuyển của thân xe

Hàm truyền

$$G(s) = \frac{Y(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + Bs + 1}$$

- Hàm truyền hệ thống thang máy



Phương trình vi phân mô tả động học hệ thống

$$M_T \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + B \frac{dy(t)}{dt} + M_T \cdot g = K \cdot \tau(t) + M_D \cdot g$$

Trong đó: M_T - khối lượng buồng thang, M_D - khối lượng đổi trọng,

B - hệ số ma sát, K - hệ số tỉ lệ

$\tau(t)$ - moment kéo của động cơ: tín hiệu vào

$y(t)$ - vị trí buồng thang: tín hiệu ra

Hàm truyền: (khi $M_T = M_D$)

$$G(s) = \frac{Y(s)}{\tau(s)} = \frac{K}{M_T s^2 + Bs}$$

- Hàm truyền của cảm biến



Tín hiệu vào của cảm biến là tín hiệu đầu ra của hệ thống

Tín hiệu ra của cảm biến là tín hiệu hồi tiếp

Tín hiệu $c_{ht}(t)$ là tín hiệu tỉ lệ với $c(t)$, do đó hàm truyền của cảm biến thường là khâu tỉ lệ:

$$H(s) = K_{ht}$$

Ví dụ: Giả sử nhiệt độ lò thay đổi trong tầm $c(t) = 0 \div 5000^\circ\text{C}$, nếu cảm biến nhiệt biến đổi sự thay đổi nhiệt độ thành sự thay đổi điện áp trong tầm $c_{ht}(t) = 0 \div 5\text{V}$, thì hàm truyền của cảm biến là:

$$H(s) = K_{ht} = 0,01$$

Nếu cảm biến có trễ, hàm truyền cảm biến là khâu quán tính bậc nhất:

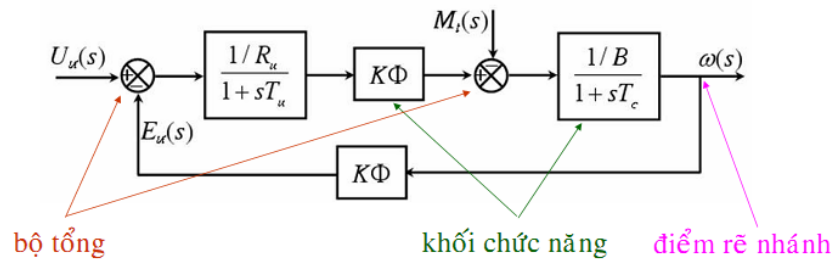
$$H(s) = \frac{K_{ht}}{1 + T_{ht}s}$$

2.3. Hàm truyền của hệ thống tự động

2.3.1. Đại số sơ đồ khối

a. Sơ đồ khối

Sơ đồ khối của một hệ thống là hình vẽ mô tả chức năng của các phần tử và sự tác động qua lại giữa các phần tử trong hệ thống.



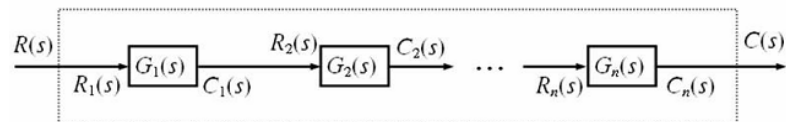
Hình (): Sơ đồ khối hệ thống điều khiển tự động

Sơ đồ khối có 3 thành phần chính:

- Khối chức năng: tín hiệu ra bằng hàm truyền nhân tín hiệu vào
- Bộ tổng: tín hiệu ra bằng tổng đại số các tín hiệu vào
- Điểm rẽ nhánh: tất cả tín hiệu tại điểm rẽ nhánh đều bằng nhau

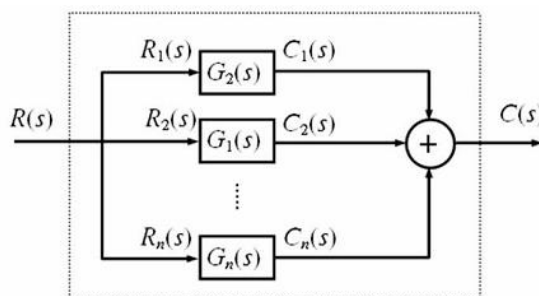
b. Hàm truyền của các hệ thống đơn giản

- Hệ thống nối tiếp



Hàm truyền: $G(s) = \prod_{i=1}^n G_i(s)$

- Hệ thống song song



Hàm truyền: $G(s) = \sum_{i=1}^n G_i(s)$