

CHƯƠNG 3: DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU HÌNH SIN

Mã chương: MH09.03

Giới thiệu:

Trong chương này ta sẽ làm quen với các khái niệm về dòng điện xoay chiều, các phương pháp giải mạch điện xoay chiều không phân nhánh và xoay chiều phân nhánh.

Mục tiêu:

- Giải thích được các khái niệm cơ bản trong mạch xoay chiều (AC) như: chu kỳ, tần số, pha, sự lệch pha, trị biên độ, trị hiệu dụng... Phân biệt các đặc điểm cơ bản giữa dòng điện một chiều và dòng điện xoay chiều.
- Biểu diễn được lượng hình sin bằng đồ thị vector, bằng phương pháp biên độ phức.
- Tính toán các thông số (tổng trở, dòng điện, điện áp...) của mạch điện AC một pha không phân nhánh và phân nhánh; Giải được các bài toán cộng hưởng điện áp, cộng hưởng dòng điện.
- Phân tích được ý nghĩa của hệ số công suất và các phương pháp nâng cao hệ số công suất. Tính toán giá trị tụ bù ứng với hệ số công suất cho trước.
- Lắp ráp, đo đạc các thông số của mạch AC theo yêu cầu.

Nội dung chính:

1. Khái niệm về dòng điện xoay chiều.

1.1. Dòng điện xoay chiều.

Dòng điện xoay chiều là dòng điện có chiều và trị số thay đổi theo thời gian.

Dòng điện xoay chiều thường là dòng điện biến đổi tuần hoàn (biến đổi chu kỳ) nghĩa là cứ sau một khoảng thời gian nhất định nó lặp quá trình biến thiên như cũ.

1.2. Chu kỳ và tần số của dòng điện xoay chiều.

Chu kỳ T là khoảng thời gian ngắn nhất để dòng điện lặp lại trị số và chiều biến thiên.

Tần số f là số chu kỳ của dòng điện trong một giây.

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{Đơn vị của tần số là héc, ký hiệu là Hz.}$$

Nước ta đều sản xuất dòng điện công nghiệp có tần số danh định là 50Hz. Mỹ, Nhật và một số nước Tây Âu sử dụng dòng điện công nghiệp có tần số 60 Hz.

Tần số góc ω là tốc độ biến thiên của dòng điện hình sin, đơn vị là rad/s.

Quan hệ giữa tần số góc ω và tần số f là:

$$\omega = 2\pi f$$

1.3. Nguyên lý tạo ra sức điện động xoay chiều hình sin 1 pha

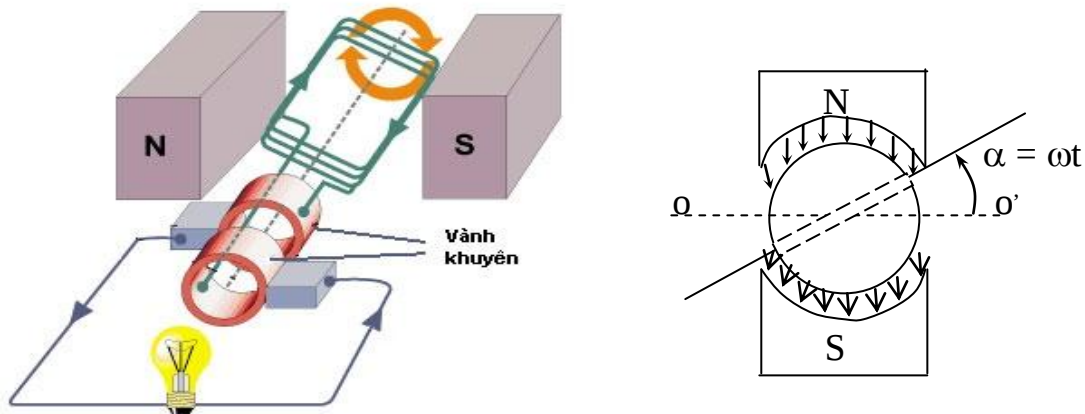
Để tạo ra sức điện động xoay chiều hình sin 1 pha dùng máy phát điện xoay chiều 1 pha

a) Cấu tạo.

Về nguyên tắc, máy phát điện xoay chiều một pha gồm có một hệ thống cực từ (phần cảm) đứng yên gọi là phần tĩnh hay stato và một bộ dây (phần ứng) đặt trên lõi thép chuyển động quay cắt từ trường của các cực từ được gọi là phần quay hay roto.

Ta xét một máy phát điện xoay chiều một pha đơn giản nhất có :

- Phần cảm (sinh ra từ trường) là cực từ N - S.
- Phần ứng là một khung dây.



Hình 3.1. Nguyên tắc cấu tạo máy phát điện một pha.

b) Nguyên lý làm việc.

- Hệ thống cực từ được chế tạo sao cho trị số từ cảm B phân bố theo quy luật hình sin trên mặt cực giữa khe hở roto và stato (gọi là khe hở không khí), nghĩa là khi khung dây ở vị trí bất kì trong khe hở, từ cảm ở vị trí đó có giá trị:

$$B = B_{\max} \cdot \sin \alpha.$$

Trong đó: $B_{\max}$: là trị số cực đại của từ cảm.

α : là góc giữa mặt phẳng trung tính oo' và mặt phẳng khung dây.

- Khi máy phát điện làm việc, roto quay với vận tốc góc ω (rad/s), mỗi cạnh khung dây nằm trên mặt roto sẽ quay với tốc độ v , theo phương vuông góc với đường sức từ và cảm ứng ra một sức điện động:

$$e_d = B \cdot v \cdot l$$

Giả sử tại thời điểm ban đầu ($t = 0$) khung dây nằm trên mặt phẳng trung tính, thì tại thời điểm t khung dây ở vị trí $\alpha = \omega.t$ do đó:

$$B = B_{\max} \cdot \sin \alpha = B_{\max} \cdot \sin \omega t$$

Thay vào biểu thức sức điện động e_d :

$$e_d = B \cdot v \cdot l = B_{\max} \cdot v \cdot l \cdot \sin \omega t$$

Vì khung dây có hai cạnh nằm trên mặt phẳng roto có hai sđđ cảm ứng cùng chiều trong mạch vòng (xác định chiều sđđ cảm ứng theo quy tắc bàn tay phải đối với khung dây) nên mỗi vòng của khung dây có sđđ:

$$e_v = 2 \cdot e_d = 2 \cdot B_{\max} \cdot v \cdot l \cdot \sin \omega t = E_{\max} \cdot \sin \omega t$$

Trong đó $E_{\max} = 2 \cdot B_{\max} \cdot v \cdot l$ là biên độ của sđđ

Như vậy ở hai đầu khung dây tạo ra một sđđ biến thiên theo quy luật hình sin theo thời gian.

1.4. Các đại lượng đặc trưng.

a. Trị số tức thời (kí hiệu: i , u , e ...)

Trị số tức thời là trị số ứng với mỗi thời điểm t . Trong biểu thức $i = I_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$ trị số tức thời phụ thuộc vào biên độ $I_{\max}$ và góc pha $(\omega t + \psi_i)$

b. Trị số biên độ (kí hiệu $I_{\max}$, $U_{\max}$, $E_{\max}$...)

Trị số biên độ là trị số lớn nhất mà lượng hình sin đạt được trong quá trình biến thiên. Biên độ $I_{\max}$ là trị số cực đại, nói lên dòng điện lớn hay nhỏ.

c. Trị số hiệu dụng của dòng điện hình sin (kí hiệu I , U , E ...)

Trị số tức thời chỉ đặc trưng cho tác dụng của lượng hình sin ở từng thời điểm. Để đặc trưng cho tác dụng trung bình của lượng hình sin trong cả chu kì về mặt năng lượng, người ta đưa vào khái niệm về trị số hiệu dụng của lượng xoay chiều.

Định nghĩa: *Trị số hiệu dụng của dòng điện xoay chiều là giá trị tương đương với dòng điện một chiều khi chúng đi qua cùng một điện trở trong thời gian một chu kì thì toả ra cùng một năng lượng (dưới dạng nhiệt) như nhau.*

Trị số hiệu dụng kí hiệu bằng chữ cái in hoa: I , U , E ...

Ta biết rằng trong khoảng thời gian ngắn dt , dòng điện i đi qua điện trở R toả ra một năng lượng là: $dW = i^2 \cdot R \cdot dt$

Trong một chu kì, dòng điện i toả ra một nhiệt lượng là:

$$W = \int_0^T dW = \int_0^T i^2 \cdot R \cdot dt$$

Năng lượng này bằng năng lượng do dòng điện một chiều toả ra trên điện trở R trong một chu kì: $W = \int_0^T dW = I^2 \cdot R \cdot T$

Suy ra: $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$ thay biểu thức $i = I_{\max} \cdot \sin \omega t$,

ta có: $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_{\max}^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt} = \sqrt{\frac{I_{\max}^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t \cdot dt}$

Tính tích phân: $\int_0^T \sin^2 \omega t \cdot dt = \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^T dt - \frac{1}{2} \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt = \frac{T}{2} - 0 = \frac{T}{2}$

Vậy: $I = \sqrt{\frac{I_{\max}^2}{T} \times \frac{T}{2}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$

Tương tự ta có trị số hiệu dụng của điện áp và của sức điện động là:

$$U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \approx 0.707 \cdot U_{\max}, \quad E = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} \approx 0.707 \cdot E_{\max}$$

Nhận xét: Trị số hiệu dụng của lượng hình sin bằng trị số cực đại chia cho $\sqrt{2}$.

1.5. Pha và sự lệch pha.

Góc pha ($\omega t + \psi_i$) nói lên trạng thái của dòng điện ở thời điểm t, ở thời điểm $t=0$ góc pha của dòng điện là ψ_i , ψ_i được gọi là góc pha ban đầu (hoặc gọi ngắn gọn là pha đầu) của dòng điện.

Góc pha đầu ψ phụ thuộc vào thời điểm chọn làm gốc thời gian (thời điểm $t=0$).

Ở trên đã xét biểu thức trị số tức thời của dòng điện

$$i = I_{\max} \sin(\omega t + \psi_i)$$

Một cách tương tự, ta có biểu thức trị số tức thời của điện áp

$$u = U_{\max} \sin(\omega t + \psi_u)$$

Trong đó $U_{\max}$, ψ_u - biên độ, pha đầu của điện áp. Điện áp và dòng điện biến thiên cùng tần số, song phụ thuộc vào tính chất mạch điện, góc pha của chúng có thể không trùng nhau, người ta gọi giữa chúng có sự lệch pha. Góc φ thường được dùng để ký hiệu góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện.

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

Khi $\varphi > 0$: điện áp vượt trước dòng điện (hoặc dòng điện chậm sau điện áp).

$\varphi < 0$: điện áp chậm sau dòng điện (hoặc dòng điện vượt trước điện áp).

$\varphi = 0$: điện áp trùng pha với dòng điện.

1.6. Biểu diễn lượng hình sin bằng đồ thị véc-tơ.

a) Nguyên tắc biểu diễn lượng hình sin dưới dạng vector.

Ta biết hàm số sin chính là tung độ điểm cuối bán kính vector trên đường tròn lượng giác khi cho bán kính này quay quanh gốc tọa độ với một tốc độ góc không đổi.

Giả sử trên đường tròn lượng giác ta lấy một bán kính vector OM, có độ dài bằng biên độ của lượng hình sin theo tỉ lệ xích đã chọn (ví dụ: $OM = E_{\max}$).

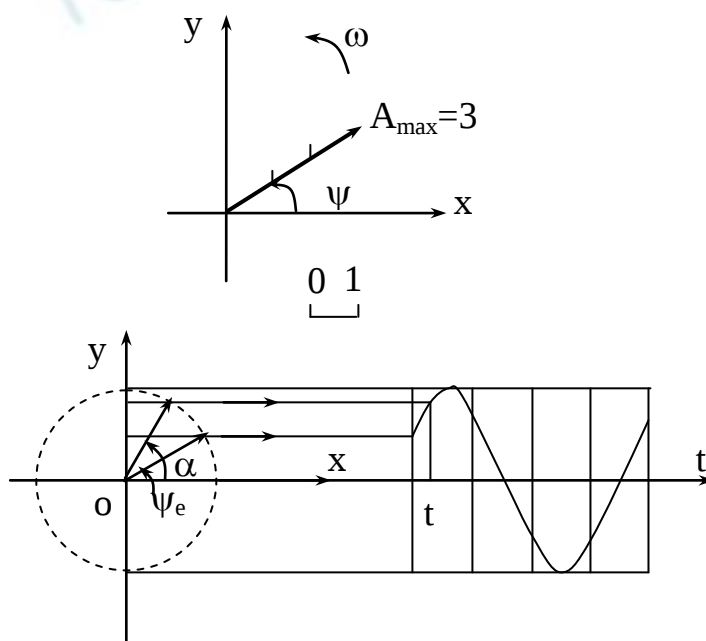
Bán kính vector này làm với trục hoành một góc bằng góc pha đầu (ví dụ: ψ_e).

Cho bán kính vector OM quay quanh gốc với vận tốc góc của lượng hình sin ω .

Tại thời điểm t bất kì, vector OM làm với trục hoành một góc: $\alpha = \omega t + \psi_e$

Tung độ điểm cuối bán kính vector là: $y = OM \cdot \sin \alpha = E_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_e) = e$.

Đó chính là trị số tức thời của lượng hình sin. Đồ thị tương ứng của lượng hình sin này:



Hình 3.2. Biểu diễn lượng hình sin dưới dạng đồ thị

Như vậy một lượng hình sin : $a = A_{\max} \cdot \sin(\omega t)$ được biểu diễn dưới dạng một vector quay như sau:

Bước 1: Chọn tỉ lệ xích thích hợp.

Bước 2: Trên mặt phẳng tọa độ, lấy bán kính vector có gốc nằm ở gốc tọa độ, làm với trục hoành một góc bằng pha đầu của lượng hình sin ψ , có độ dài (môđun của vector) bằng biên độ lượng hình sin $A_{\max}$ theo tỉ lệ xích đã chọn.

Bước 3: Cho vector OM quay quanh gốc với tốc độ bằng tốc độ góc của lượng hình sin ω , theo chiều dương là chiều ngược chiều kim đồng hồ.

Vậy: Vector OM là vector biểu diễn lượng hình sin đã cho và được gọi là đồ thị vector của lượng hình sin a.

* Từ đồ thị vector ta có thể xác định được:

- Biên độ của lượng hình sin ($I_{\max}, U_{\max}, E_{\max} \dots$)
- Góc pha đầu ($\psi_i, \psi_u, \psi_e \dots$)
- Vận tốc góc ω , do đó xác định được tần số f , chu kì T , nghĩa là hoàn toàn xác định được lượng hình sin.

*** Chú ý:**

1) Để tiện cho tính toán, người ta chọn độ dài bán kính vector OM bằng trị số hiệu dụng.

2) Khi có nhiều lượng hình sin cùng tần số góc (tức cùng tần số), vị trí tương đối giữa chúng ở mọi thời điểm đều như nhau. Do đó người ta biểu diễn chúng dưới dạng một hệ vector tại thời điểm $t = 0$ và khảo sát hệ đó với tốc độ góc như nhau là ω .

3) Để chỉ vector A biểu diễn lượng hình sin: $a = A_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_a)$, ta kí hiệu là vector a hay $\vec{A}$.

b) Cộng và trừ các lượng hình sin bằng đồ thị.

Cách đơn giản để cộng và trừ các lượng hình sin là dùng đồ thị. Có hai loại đồ thị: đồ thị hình sin và đồ thị vector.

- Để cộng và trừ bằng đồ thị hình sin, ta vẽ các lượng hình sin thành phần lên cùng một hệ trục tọa độ, rồi cộng (hay trừ), các tung độ ở cùng thời điểm (tức là cùng hoành độ), ta có tung độ tương ứng của lượng hình sin tổng (hay hiệu) ở thời điểm ấy.

Phương pháp dùng đồ thị hình sin có ưu điểm là có thể cộng hoặc trừ các lượng hình sin không cùng tần số và kết quả cho ta luôn đồ thị của lượng hình sin tổng (hay hiệu). Tuy nhiên thực hiện phương pháp này khó khăn và mất thời gian.

- Phương pháp cộng và trừ bằng đồ thị vector chỉ thực hiện được đối với các lượng hình sin cùng tần số góc (cùng tần số). Vì các lượng hình sin cùng tốc độ góc nên vị trí tương đối của chúng ở mọi thời điểm là như nhau. Như vậy ta có thể áp dụng nguyên tắc cộng và trừ các vector.

* Cho hai lượng hình sin: $e_1 = E_{1\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_1)$

$$e_2 = E_{2\max} \sin(\omega t + \psi_2)$$

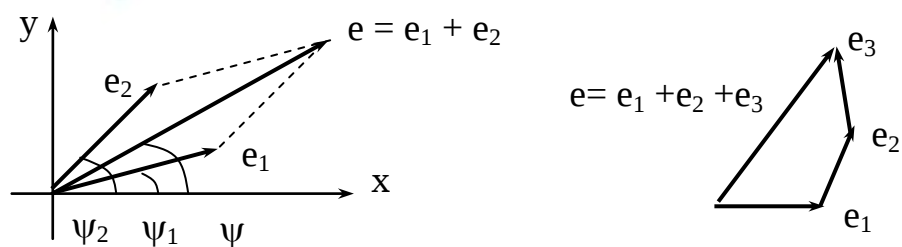
- Tổng hai lượng hình sin: $e = e_1 + e_2$ được biểu diễn bởi vector như sau: Đặt liên tiếp vector e_2 với vector e_1 (gốc e_2 trùng với ngọn e_1). Nối gốc e_1 với ngọn e_2 , đó chính là vector tổng e .

Vector e cũng có thể suy ra từ quy tắc hình bình hành như sau: đặt hai vector thành phần e_1 và e_2 cùng gốc, lấy e_1 và e_2 làm 2 cạnh, vẽ hình bình hành thì vector tổng $e = e_1 + e_2$ là đường chéo hình bình hành cùng xuất phát từ gốc chung. Nếu có nhiều lượng hình sin $e_1, e_2, e_3 \dots$ ta cũng tìm vector tổng của chúng theo nguyên tắc trên.

Phép trừ vector được suy ra từ pháp cộng với vector đối: $e = e_1 + e_2 = e_1 + (-e_2)$.

Ta cũng có thể tìm vector hiệu như sau: hiệu hai vector là vector có gốc là ngọn của vector trừ Từ biểu thức trị số tức thời dòng điện

$$i = I_{\max} \sin(\omega t + \psi_i) = I \sqrt{2} \sin(\omega t + \Psi_i)$$



Hình 3.3. Cộng các vector

Ta thấy khi tần số đã cho, nếu biết trị số hiệu dụng I và pha đầu Ψ_i , thì dòng điện i hoàn toàn xác định.

Từ toán học, vector được đặc trưng bởi độ dài (độ lớn, mô đun) và góc (acgumen), từ đó ta có thể dùng vector để biểu diễn dòng điện hình sin (hình như sau:

Độ dài của vector biểu diễn trị số hiệu dụng.

Góc của vector với trục ox biểu diễn góc pha đầu. Ta ký hiệu như sau:

Vector dòng điện: $\vec{I} = I \angle \Psi_i$

Vector điện áp: $\vec{U} = U \angle \Psi_u$

Ví dụ 3.1: Hãy biểu diễn dòng điện, điện áp bằng vector và chỉ ra góc lệch pha φ , cho biết:

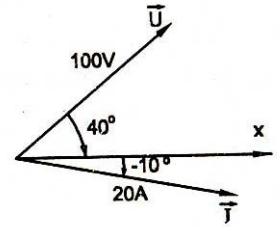
$$i = 20 \sqrt{2} \sin(\omega t - 10^\circ) A$$

$$u = 100 \sqrt{2} \sin(\omega t + 40^\circ) V$$

Giải:

Vector dòng điện: $\vec{I} = 20\angle -10^\circ$

Vector điện áp: $\vec{U} = 100\angle 40^\circ$



Hình 3.4. Đồ thị véctor $\vec{U}$ và $\vec{I}$ cho ví dụ 3.1

Chọn tỷ lệ xích cho dòng điện, và tỷ lệ xích cho điện áp sau đó biểu diễn chúng bằng vector. Chú ý góc pha dương, âm được xác định theo quy ước trên hình.

Góc lệch pha φ giữa điện áp và dòng điện là góc giữa 2 vector $\vec{U}$ và $\vec{I}$

Phương pháp biểu diễn chúng bằng vector giúp ta dễ dàng cộng hoặc trừ các đại lượng dòng điện, điện áp xoay chiều hình sin.

Ví dụ 3.2: Tính dòng điện i_3 trong hình a) Cho biết trị số tức thời $i_1 = 16\sqrt{2}\sin\omega t$; $i_2 = 12\sqrt{2}\sin(\omega t + 90^\circ)$

Giải: áp dụng định luật Kirchoff 1 tại nút ta có: $i_3 = i_1 + i_2$

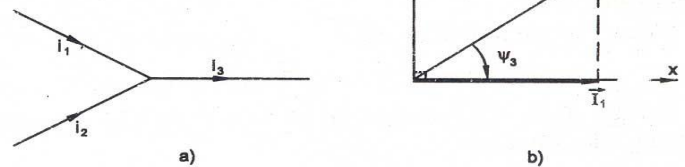
Ta không cộng trực tiếp trị số tức thời đã cho, mà biểu diễn chúng thành vector hình b

$$\vec{I}_1 = 16\angle 0^\circ$$

$$\vec{I}_2 = 12\angle 90^\circ$$

Rồi tiến hành cộng vector:

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$



Hình 3.5. Đồ thị véctor $\vec{U}$ và $\vec{I}$ cho ví dụ 3.2

Trị số hiệu dụng của dòng điện I_3 là:

$$I_3 = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20A$$

Góc pha của dòng điện i_3 là:

$$\tan\psi_3 = \frac{12}{16} = 0,75$$

$$\text{Góc } \psi_3 = 36,87^\circ$$

Biết được trị số hiệu dụng I và góc pha đầu ψ_1 ta xác định dễ dàng trị số tức thời.

Trị số tức thời của dòng điện i_3

$$i_3 = 20\sqrt{2}\sin(\omega t + 36,87^\circ)$$

Việc ứng dụng vector để biểu diễn các đại lượng và các quan hệ trong mạch điện cũng như để giải mạch điện sẽ được đề cập trong các mục tiếp theo.

2. Giải mạch xoay chiều không phân nhánh.

2.1. Giải mạch R-L-C.

2.1.1. Mạch xoay chiều thuần trở

a. Quan hệ dòng áp.

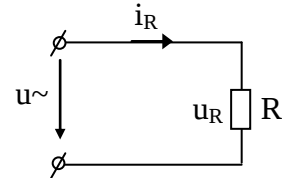
Xét mạch điện đơn giản chỉ có một phần tử là điện trở R được nối vào nguồn điện áp hình sin.

Ta có: $u = u_R = U_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_R})$

Tại mọi thời điểm theo định luật Ôm ta có:

$$i_R = \frac{u_R}{R} = \frac{U_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_R})}{R} = I_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_R})$$

Trong đó: $I_{R\max} = \frac{U_{R\max}}{R}$, $\psi_{i_R} = \psi_{u_R}$

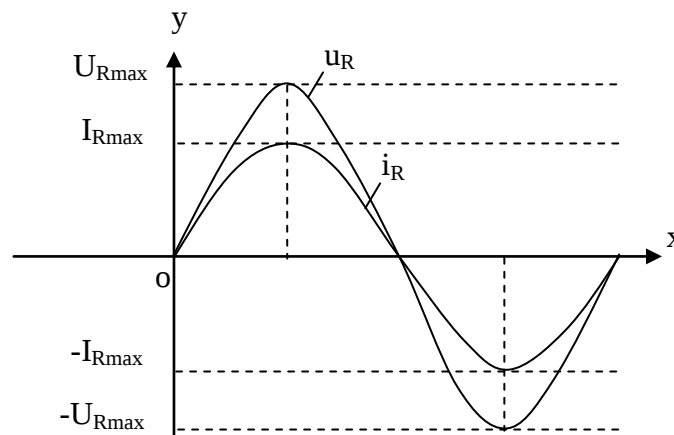


Hình 3.6. Mạch điện chỉ có điện trở R .

Nhận xét: Dòng điện và điện áp trên điện trở biến thiên cùng tần số và trùng pha nhau.

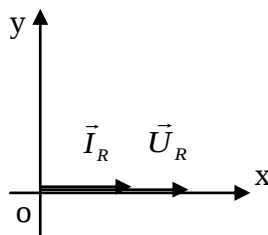
Góc lệch pha: $\varphi = \psi_{u_R} - \psi_{i_R} = 0$

+ Đồ thị hình sin:



Hình 3.7. Đồ thị hình sin của mạch điện chỉ có điện trở R .

+ Đồ thị vector:



Hình 3.8. Đồ thị vector của mạch điện chỉ có điện trở R .

b. Định luật Ôm.

Ta có: $I_{R\max} = \frac{U_{R\max}}{R}$ chia cả 2 vế cho $\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \boxed{I_R = \frac{U_R}{R}}$$

c. Công suất.

- Công suất tức thời p_R .

$$\begin{aligned} p_R &= u_R \cdot i_R = U_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_R}) \cdot I_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_R}) \\ &= (I_{R\max} \cdot R) \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_R}) \cdot I_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_R}) \\ &= I_{R\max}^2 \cdot R \cdot \sin^2(\omega t + \psi_{i_R}) \end{aligned}$$

Nhận xét: Công suất tức thời $p_R \geq 0$ với $\forall t$, nghĩa là ở điện trở luôn có sự tiêu hao năng lượng điện năng được biến đổi thành điện năng.

- Công suất tác dụng P_R .

Công suất tác dụng là giá trị trung bình của công suất tức thời trong một chu kỳ của dòng điện.

$$\begin{aligned} P_R &= \frac{1}{T} \int_0^T p_R \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_{R\max}^2 \cdot R \cdot \sin^2(\omega t + \psi_{i_R}) dt = \frac{I_{R\max}^2 \cdot R}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos 2(\omega t + \psi_{i_R})}{2} \cdot dt \\ &= \frac{I_{R\max}^2 \cdot R}{2T} (T - 0) = I_R^2 \cdot R \text{ (W)} \end{aligned}$$

2.1.2. Mạch điện chỉ có điện cảm L.

a. Quan hệ dòng áp.

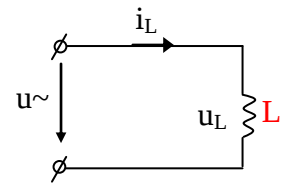
Xét mạch điện đơn giản chỉ có một phần tử là điện cảm L được nối vào nguồn điện áp hình sin.

Ta có: $i_L = I_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_L})$

Điện áp trên điện cảm:

$$\begin{aligned} u_L &= L \frac{di_L}{dt} = \frac{d[I_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_L})]}{dt} = \omega \cdot L \cdot I_{L\max} \cdot \cos(\omega t + \psi_{i_L}) \\ &= U_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_L} + 90^\circ) = U_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_L}) \end{aligned}$$

Trong đó: $U_{L\max} = \omega \cdot L \cdot I_{L\max}$, $\psi_{u_R} = \psi_{i_R} + 90^\circ$

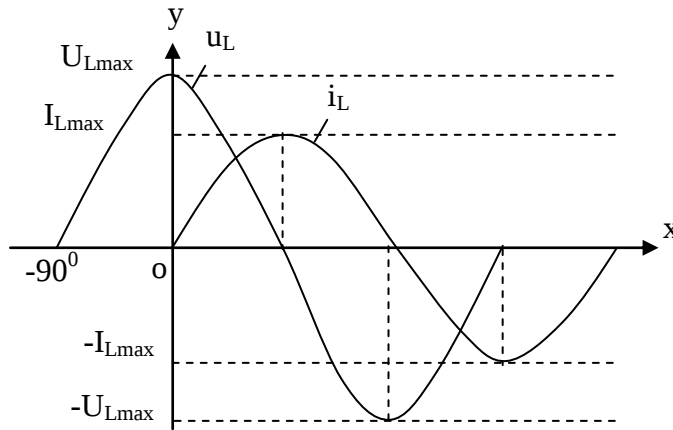


Hình 3.9. Mạch điện chỉ có điện cảm L.

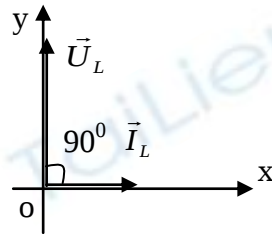
Nhận xét: Dòng điện và điện áp trên điện cảm biến thiên cùng tần số, nhưng điện áp nhanh pha hơn dòng điện một góc 90° .

Góc lệch pha: $\varphi = \psi_{u_L} - \psi_{i_L} = 90^\circ$

+ Đồ thị hình sin:



Hình 3.10. Đồ thị hình sin của mạch điện chỉ có điện cảm L .
+ Đồ thị vector:



Hình 3.11. Đồ thị hình vector của mạch điện chỉ có điện cảm L .

b. Định luật Ôm.

Ta có: $U_{L\max} = \omega L \cdot I_{L\max} = X_L \cdot I_{L\max}$

$$I_{L\max} = \frac{U_{L\max}}{X_L} \text{ chia cả 2 vế cho } \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{I_L = \frac{U_L}{X_L}}$$

Nội dung định luật: Trong mạch xoay chiều thuần cảm dòng điện chạy qua cuộn cảm tỉ lệ thuận với điện áp trên 2 đầu cuộn cảm và tỉ lệ nghịch với cảm kháng của cuộn dây.

X_L là cảm kháng, đơn vị là Ω .

$$X_L = 2\pi fL = \omega L$$

c. Công suất.

- Công suất tức thời p_L .

$$\begin{aligned} p_L &= u_L \cdot i_L = U_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_L}) \cdot I_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_L}) \\ &= (I_{L\max} \cdot X_L) \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_L} + 90^\circ) \cdot I_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_L}) \\ &= I_{L\max}^2 \cdot X_L \cdot \cos(\omega t + \psi_{i_R}) \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_R}) \\ &= I_L^2 \cdot X_L \cdot \sin 2(\omega t + \psi_{i_R}) \end{aligned}$$

Nhận xét: Công suất tức thời p_L dao động hình sin với tần số 2ω (gấp đôi tần số của dòng điện), với biên độ $I_L^2 \cdot X_L$

- Công suất tác dụng P_L .

Công suất tác dụng là giá trị trung bình của công suất tức thời trong một chu kỳ của dòng điện.

$$P_L = \frac{1}{T} \int_0^T p_L \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_L^2 \cdot X_L \cdot \sin 2(\omega t + \psi_{i_L}) dt = 0$$

Về mặt vật lý điều này có nghĩa là ở điện cảm không có sự tiêu hao năng lượng mà chỉ có sự trao đổi năng lượng giữa nguồn và từ trường của cuộn dây. Trong mỗi chu kỳ năng lượng do nguồn đưa vào từ trường của điện cảm cũng bằng năng lượng mà từ trường trả lại nguồn.

Để đặc trưng cho cường độ của sự trao đổi năng lượng giữa nguồn và từ trường của điện cảm người ta dùng biên độ của công suất tức thời, gọi là công suất phản kháng (reactive power) của điện cảm: $Q_L = I_L^2 \cdot X_L$ (VAr: Vôn Ampe phản kháng).

2.1.3. Mạch xoay chiều thuần dung

a. Quan hệ dòng áp.

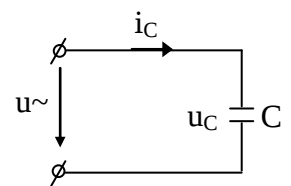
Xét mạch điện đơn giản chỉ có một phần tử là điện dung C được nối vào nguồn điện áp hình sin.

Ta có: $i_C = I_{C \max} \cdot \sin(\omega t)$ (giả thiết góc pha đầu của dòng điện bằng 0)

Điện áp trên điện dung:

$$\begin{aligned} u_C &= \frac{1}{C} \int i_C \cdot dt = \frac{1}{C} \int I_{C \max} \cdot \sin(\omega t) \cdot dt \\ &= \frac{1}{\omega C} I_{C \max} [-\cos(\omega t)] = U_{C \max} \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) \\ &= U_{C \max} \cdot \sin(\omega t - 90^\circ) \end{aligned}$$

$$\text{Trong đó: } U_{C \max} = \frac{1}{\omega C} I_{C \max}, \quad \psi_{u_C} = \psi_{i_C} - 90^\circ$$

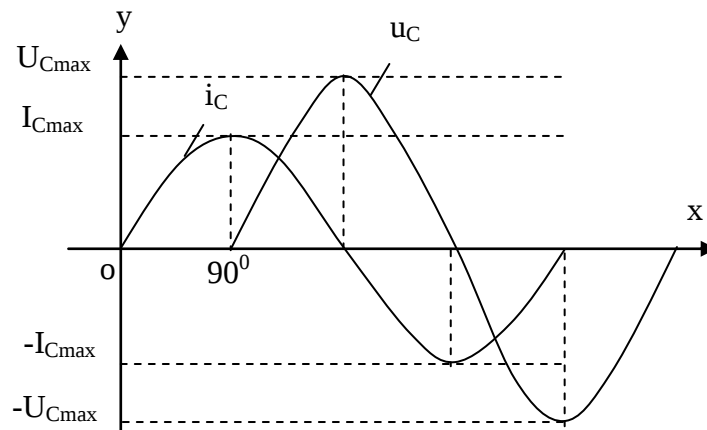


Hình 3.12. Mạch điện chỉ có điện dung C .

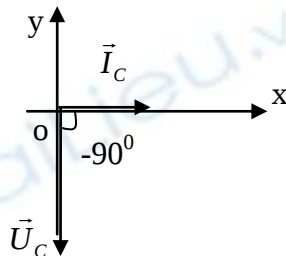
Nhận xét: Dòng điện và điện áp trên điện dung biến thiên cùng tần số, nhưng điện áp chậm pha sau dòng điện một góc 90° .

Góc lệch pha: $\varphi = \psi_{u_C} - \psi_{i_C} = -90^\circ$

+ Đồ thị hình sin:



Hình 3.13. Đồ thị hình sin của mạch điện chỉ có điện dung C .
+ Đồ thị vector:



Hình 3.14. Đồ thị hình vector của mạch điện chỉ có điện dung C .

b. Định luật Ôm

Ta có: $U_{C\max} = \frac{1}{\omega C} I_{C\max} = X_C \cdot I_{C\max}$

$$I_{C\max} = \frac{U_{C\max}}{X_C} \text{ chia cả 2 vế cho } \sqrt{2} \Rightarrow \boxed{I_C = \frac{U_C}{X_C}}$$

Trong đó: X_C : là điện kháng (capacitive reactance) của điện dung (Ω).

c. Công suất.

* Công suất tức thời p_C .

$$\begin{aligned} p_C &= u_C \cdot i_C = U_{C\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_C}) \cdot I_{C\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_C}) \\ &= (I_{C\max} \cdot X_C) \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_C} - 90^\circ) \cdot I_{C\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_C}) \\ &= I_{C\max}^2 \cdot X_C \cdot [-\cos(\omega t + \psi_{i_C})] \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_C}) \\ &= -I_C^2 \cdot X_C \cdot \sin 2(\omega t + \psi_{i_C}) \end{aligned}$$

Nhận xét: Công suất tức thời p_C dao động hình sin với tần số 2ω (gấp đôi tần số của dòng điện), với biên độ $I_C^2 \cdot X_C$

* Công suất tác dụng P_C .

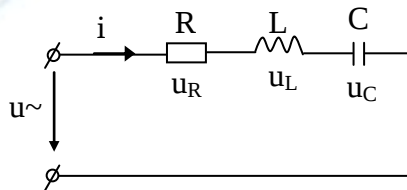
Công suất tác dụng là giá trị trung bình của công suất tức thời trong một chu kì của dòng điện.

$$P_C = \frac{1}{T} \int_0^T p_C \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T -I_C^2 \cdot X_C \cdot \sin 2(\omega t + \psi_{i_c}) dt = 0$$

Về mặt vật lí điều này có nghĩa là ở điện dung không có sự tiêu hao năng lượng mà chỉ có sự trao đổi năng lượng giữa nguồn và điện trường của tụ điện. Trong mỗi chu kì năng lượng do nguồn đưa vào điện trường của tụ điện cũng bằng năng lượng mà điện trường trả lại nguồn.

Để đặc trưng cho cường độ của sự trao đổi năng lượng giữa nguồn và điện trường của tụ điện người ta dùng biên độ của công suất tức thời, gọi là công suất phản kháng (reactive power) của điện dung: $Q_C = I_C^2 \cdot X_C$ (VAr: Vôn Ampe phản kháng).

2.1.4. Mạch xoay chiều có RLC mắc nối tiếp.



Hình 3.15. Mạch điện chỉ có RLC mắc nối tiếp.

Xét mạch điện xoay chiều gồm các phần tử điện trở R, điện cảm L, điện dung C mắc nối tiếp, đặt vào nguồn điện áp xoay chiều hình sin có $i = I_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$

Dòng điện xoay chiều hình sin qua R, L, C gây ra sụt áp trên các phần tử:

$$u = u_R + u_L + u_C = R \cdot I_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_i) + \omega \cdot L \cdot I_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_i) + \frac{1}{\omega \cdot C} I_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$$

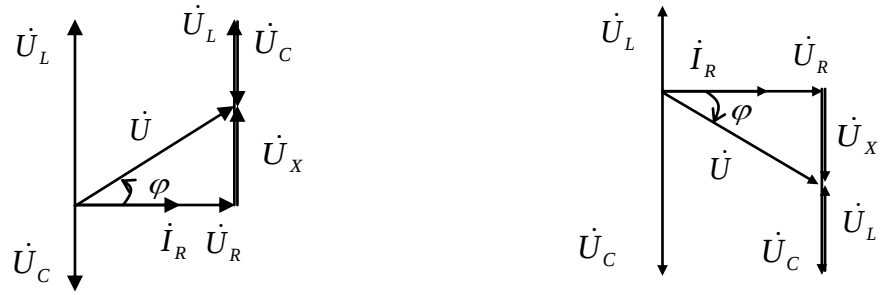
Về trị số và về pha ta có:

+ $U_R = I \cdot R$, điện áp trên điện trở $\vec{U}_R$ trùng pha với dòng điện $\vec{I}$.

+ $U_L = I \cdot B_L$, điện áp trên điện cảm $\vec{U}_L$ nhanh pha hơn dòng $\vec{I}$ một góc 90° .

+ $U_C = I \cdot X_C$, điện áp trên điện dung $\vec{U}_C$ chậm pha sau dòng điện một góc 90° .

Đồ thị vector: $U_L > U_C$ ($X_L > X_C$) $U_L < U_C$ ($X_L < X_C$)



Hình 3.16. Đồ thị vector của mạch điện có RLC mắc nối tiếp.

Nhận xét: Dòng điện và điện áp lệch pha nhau một góc φ .

+ $\varphi > 0$ khi $U_L > U_C$ ($X_L > X_C$): Điện áp nhanh pha hơn dòng điện một góc φ .

+ $\varphi < 0$ khi $U_L < U_C$ ($X_L < X_C$): Điện áp chậm pha sau dòng điện một góc φ .

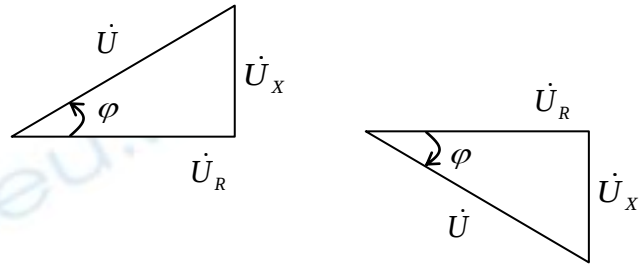
Tam giác điện áp.

ta có:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_X^2} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{U_X}{U_R} = \frac{U_L - U_C}{U_R}$$

$$\rightarrow \varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R}$$



Hình 3.17. Tam giác điện áp

Từ tam giác điện áp ta có:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{(I.R)^2 + (I.X_L - I.X_C)^2} = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = I.Z$$

$$\rightarrow I = \frac{U}{Z} \text{ trong đó: } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} : \text{ là tổng trở } (\Omega).$$

$X = X_L - X_C$: điện kháng hay trở kháng phản kháng

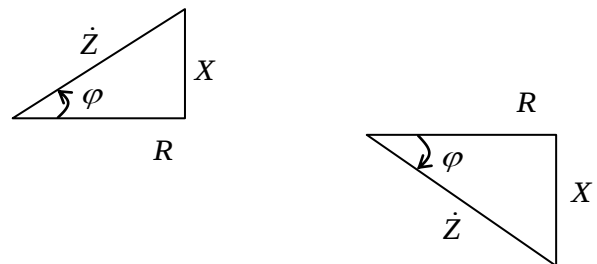
(Ω).

Tam giác tổng trở:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{X}{R} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\rightarrow \varphi = \arctg \frac{X_L - X_C}{R}$$



Hình 3.18. Tam giác tổng trở

Công suất:

- Công suất tác dụng: $P = I^2.R$ (W)

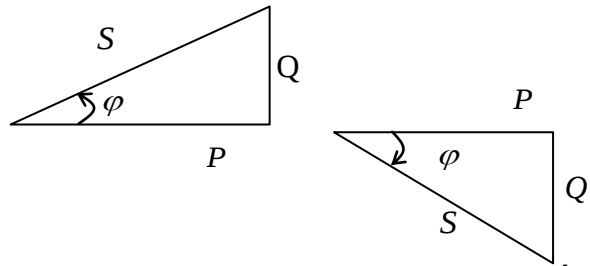
- Công suất phản kháng: $Q = Q_L - Q_C = I^2.(X_L - X_C)$ (VAr)

- Công suất biểu kiến: $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$ (VA)

Tam giác công suất.

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{P^2 + (Q_L - Q_C)^2}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{Q}{P} = \frac{Q_L - Q_C}{P} \\ \rightarrow \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{Q_L - Q_C}{P} \end{aligned}$$



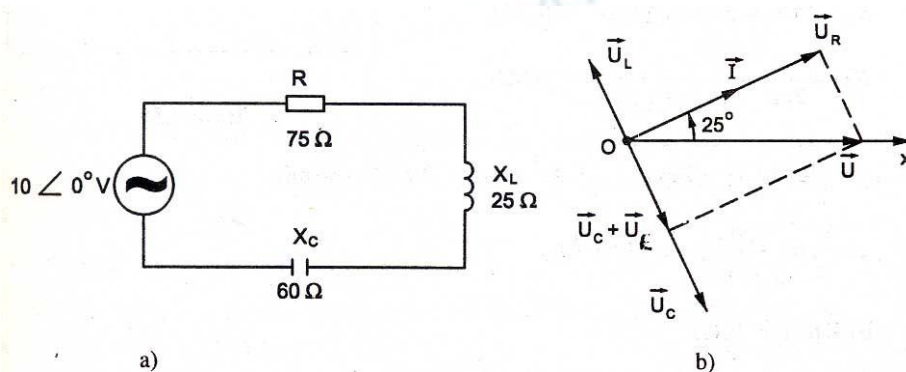
Hình 3.19. Tam giác công suất

2.2. Giải mạch có nhiều phần tử mắc nối tiếp.

Ví dụ 3.5: Cho mạch điện R, L, C nối tiếp biết điện áp đầu cực của nguồn $u = 10\sqrt{2} \sin \omega t$ (V)

Tính dòng điện I và điện áp trên các phần tử U_R, U_L, U_C . Vẽ đồ thị vector mạch điện.

Giải: Tổng trở của mạch điện R, L, C nối tiếp.



Hình 3.20. Mạch điện ví dụ 3.5

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{75^2 + (25 - 60)^2} = 82,8\Omega$$

Dòng điện I chạy trong mạch

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{10}{82,8} = 0,121\text{A}$$

Điện áp trên các phần tử

$$U_R = RI = 75 \cdot 0,121 = 9,08\text{V}$$

$$U_L = X_L I = 25 \cdot 0,121 = 3,03\text{V}$$

$$U_C = X_C I = 60 \cdot 0,121 = 7,27\text{V}$$

Góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện:

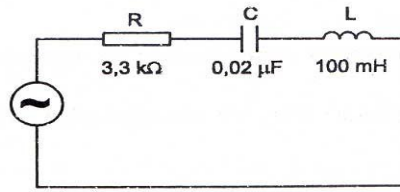
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = \frac{25 - 60}{75} = -0,466$$

$\varphi = -25^\circ$, $\varphi < 0$ cho ta biết dòng điện vượt trước điện áp.

Để vẽ đồ thị vector trước hết vẽ vector điện áp trùng với trục ox ($\psi_u = 0$) sau đó vẽ vector dòng điện $\vec{I}$ vượt trước điện áp $\vec{U}$ một góc 25° . Vector $\vec{U}_R$ trùng pha với $\vec{I}$, vector $\vec{U}_L$ vượt trước $\vec{I}$ một góc 90° , vector $\vec{U}_C$ chậm sau dòng điện $\vec{I}$ một góc 90° .

Ví dụ 3.6: Một mạch điện R, L, C nối tiếp. Điện áp đầu cực của nguồn $U = 20V$, tính dòng điện trong mạch khi tần số $f = 1kHz$ và $f = 2kHz$.

Giải:



Hình 3.21. Mạch điện ví dụ 3.6

a. Khi $f = 1kHz$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 628\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-8}} = 7960\Omega$$

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3300^2 + (628 - 7960)^2} = 8040\Omega$$

$$I = \frac{U}{z} = \frac{20}{8,04 \cdot 10^3} = 2,48 \cdot 10^{-3} A$$

b. Khi $f = 2kHz$

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 1260\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-8}} = 3980\Omega$$

$$z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{3300^2 + (1260 - 3980)^2} = 4280\Omega$$

$$I = \frac{U}{z} = \frac{20}{4,28 \cdot 10^3} = 4,67 \cdot 10^{-3} A$$

Ví dụ 3.7: Một mạch điện R, L, C nối tiếp. Biết điện trở $R=10k\Omega$, dòng điện $I=0,2mA$, tần số dòng điện $f = 10Hz$.

a. Xác định điện áp U_R , U_L , U và vẽ đồ thị vectơ của mạch.

b. Thay $L = C$, cho biết dòng điện I có trị số không đổi. Xác định C và vẽ đồ thị vectơ trong trường hợp này.

Giải:

a, Mạch RL nối tiếp:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 6280\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{10000^2 + 6280^2} = 11800\Omega$$

$$U = ZI = 11,8 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 2,36V$$

$$U_L = X_L I = 6,28 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 1,256V$$

$$U_R = RI = 10 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} = 2V$$

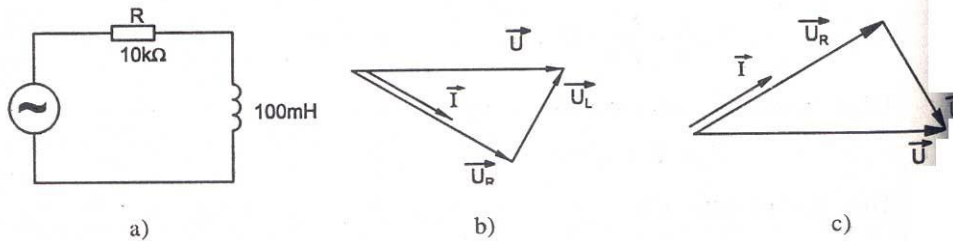
b. Mạch RC nối tiếp:

Vì I không đổi, nên tổng trở z không đổi. Từ biểu thức $z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$

ta có:

$$X_C = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{11800^2 - 10000^2} = 6280\Omega$$

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 6,28 \cdot 10^3} = 2,53 \cdot 10^{-9} F$$



Hình 3.22. Mạch điện ví dụ 3.7

2.3. Cộng hưởng điện áp.

Trong mạch điện xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp điện áp trên điện cảm và điện dung luôn ngược pha nhau một góc 180° . Khi trị số $U_L = U_C$ thì chúng sẽ triệt tiêu nhau, trong mạch chỉ còn điện áp trên điện trở và bằng điện áp nguồn $U_R = U$.

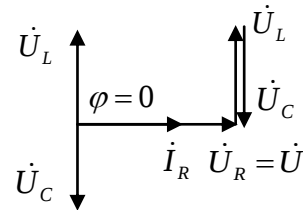
Khi có cộng hưởng điện áp, ta có:

Điện áp: $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = U_R$

Tổng trở: $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R$

Dòng điện: $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}$

Góc lệch pha: $\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R} = 0$



Hình 3.23. Đồ thị vectơ I, U khi cộng hưởng điện áp.

Điều kiện cộng hưởng điện áp:

$$U_L = U_C \text{ hay } X_L = X_C$$

$$\Leftrightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C} \Leftrightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 : \text{ là tần số góc riêng của mạch (rad/s).}$$

$$\text{Tần số: } f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = f_0 : \text{ tần số riêng của mạch (Hz).}$$

Như vậy tổng trở Z đạt giá trị nhỏ nhất tại $\omega = \omega_0$ do đó dòng điện $I = \frac{U}{Z}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm cộng hưởng.

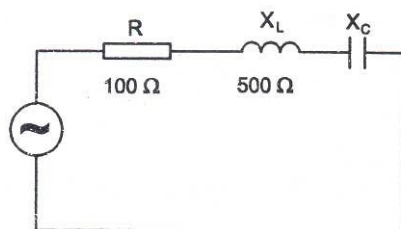
- Hiện tượng cộng hưởng có nhiều ứng dụng trong kỹ thuật như để tạo ra điện áp lớn (trên cuộn cảm hay tụ điện) khi điện áp nguồn vẫn nhỏ: thường dùng trong thí nghiệm, dùng trong mạch lọc theo tần số, ứng dụng trong kỹ thuật nắn điện hay thông tin... Tuy nhiên nếu xảy ra cộng hưởng trong mạch điện không ứng với chế độ làm việc bình thường sẽ dẫn đến hậu quả có hại như điện áp trên

cuộn cảm hay tụ điện quá lớn, vượt quá trị số cho phép sẽ gây nguy hiểm cho thiết bị và người vận hành.

Ví dụ 3.8: Một mạch điện R, L, C nối tiếp.

Điện áp đầu cực của nguồn $U = 200V$, $f = 50Hz$. Xác định C để mạch có cộng hưởng nối tiếp. Tính dòng điện I và điện áp trên các phần tử U_R , U_L , U_C .

Giải:



Hình 3.24. Mạch điện ví dụ 3.8

Để có cộng hưởng nối tiếp thì: $X_C = X_L = 500\Omega$

Điện dung C của mạch điện

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 500} = 6,37 \cdot 10^{-6} F$$

Dòng điện khi cộng hưởng

$$I = \frac{U}{R} = \frac{200}{100} = 2A$$

Điện áp trên điện trở bằng điện áp nguồn

$$U_R = U = 200V$$

Điện áp trên điện cảm

$$U_L = X_L I = 500 \cdot 2 = 1000V$$

Điện áp trên điện dung

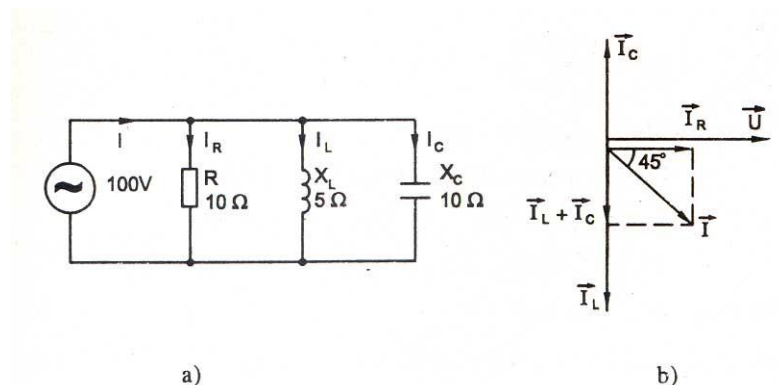
$$U_C = X_C I = 500 \cdot 2 = 1000V$$

Điện áp U_L , U_C lớn hơn điện áp nguồn rất nhiều.

3. Giải mạch xoay chiều phân nhánh.

3.1. Phương pháp đồ thị véc-tơ (phương pháp Fresnel).

Ví dụ 3.9: Cho mạch điện như hình 3.27



Hình 3.25. Mạch điện và đồ thị vector ví dụ 3.9

Giải:

Dòng điện trong các nhánh

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{100}{10} = 10A$$

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{100}{5} = 20A$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{100}{10} = 10A$$

Vẽ đồ thị vector của mạch điện chọn pha đầu của điện áp $\psi_u = 0$, vector $\vec{U}$ trùng với trục ox vẽ vector dòng điện $\vec{I}_R$ trùng pha với vector điện áp $\vec{U}$, vector dòng điện $\vec{I}_L$ chậm sau vector điện áp $\vec{U}$ một góc 90° , vector dòng điện $\vec{I}_C$ vượt trước vector điện áp $\vec{U}$ một góc 90° .

Áp dụng định luật Kirchooff 1 tại nút A ta có:

$$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$$

Trực tiếp cộng vector trên đồ thị ta có $\vec{I}$ ở mạch chính.

Trị số hiệu dụng I của mạch

$$I = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14,14A$$

Công suất tác dụng P của mạch

$$P = R I_R^2 = 10 \cdot 10^2 = 1000W$$

Công suất phản kháng Q của mạch

$$Q = Q_L + Q_C = X_L I_L^2 - X_C I_C^2 = 5 \cdot 20^2 - 10 \cdot 10^2 = 1000VAr.$$

Công suất biểu kiến của mạch

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{1000^2 + 1000^2} = 1414VA$$

Hệ số công suất của mạch

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{1000}{1414} = 0,707$$

Ta cũng có thể tính P, Q, S như sau:

$$P = UI \cos\varphi = 100 \cdot 14,14 \cos 45^\circ = 1000W$$

$$Q = UI \sin\varphi = 100 \cdot 14,14 \sin 45^\circ = 1000VAr$$

$$S = UI = 100 \cdot 14,14 = 1414VA$$

3.2. Phương pháp tổng dẫn

Xét mạch điện xoay chiều gồm các phần tử điện trở R, điện cảm L, điện dung C mắc song song, đặt vào nguồn điện áp xoay chiều hình sin có $i = I_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$