

PHẦN II

CƠ HỌC VẬT RẮN BIẾN DẠNG

CHƯƠNG VIII

NHỮNG KHÁI NIỆM CƠ BẢN

8.1. Nhiệm vụ và đối tượng nghiên cứu của sức bền vật liệu

8.1.1. Nhiệm vụ

SBVL là môn học có nhiệm vụ nghiên cứu sự làm việc của kết cấu kỹ thuật chủ yếu là thanh dưới tác dụng của lực để đề ra những phương pháp kỹ thuật. . Tính kết cấu ở 3 mặt:

* Đủ độ bền: Nghĩa là kết cấu có khả năng tiếp nhận được tất cả các tổ hợp lực đặt lên nó mà không bị phá hỏng trong suốt thời gian tồn tại

* Đủ độ cứng: nghĩa là khi tiếp nhận và truyền tất cả các tác động lực thì những thay đổi kích thước hõnh học của nó không vượt quá giá trị cho phép nhằm đảm bảo sử dụng cùng trình một cớch bõnh thường

* Độ ổn định: Là khả năng bảo toàn trạng thái cân bằng ban đầu của kết cấu cùng trình trong quỏ trình chịu lực

Ngoài ra để đảm bảo tính kinh tế của SBVL cũn cú nhiệm vụ tởm ra những phương pháp tính toán đơn giản , trung thực nhưng vẫn đảm bảo độ chính xác cần thiết để từ đó đưa được ra hõnh đồng hợp lý của kết cấu đảm bảo an toàn và tiết kiệm.

8.1.2. Đối tượng nghiên cứu của SBVL

Đối tượng nghiên cứu của SBVL là vật rắn thực tức là vật rắn có xét tới biến dạng của vật thể trong quỏ trình chịu lực.

8.2. Một số giả thiết cơ bản về vật liệu

8.2.1. Vật liệu có tính liên tục, đồng nhất và đẳng hướng

+ Tính liên tục : Tức là vật liệu chiếm đầy trong không gian của vật thể hoặc là vật liệu liên tục trong không gian nên các đại lượng biểu diễn tính chất của nó là những hàm liên tục, do đó ta có theeraps dụng phép tính vi phân và tích phân khi nghiên cứu đại lượng này.

+ Tính đồng nhất: Tức là các điểm khỏc nhau trong lũng vật thể đều có tính chất cơ học như nhau.

+ Tính đẳng hướng: Có nghĩa là tính chất cơ học của vật thể theo mọi phương như nhau.

8.2.2. Vật liệu có tính đàn hồi hoàn toàn

- Biến dạng của vật thể là biến dạng đàn hồi và là đàn hồi tuyệt đối(Dưới tác dụng của mọi lực thì vật thể biến dạng nhưng khi bỏ ngoại lực ra thì vật thể trở lại trạng thái, hõnh đồng, kớch thước ban đầu)

Từ giả thiết này ta thấy SBVL là môn học nêu lên các phương pháp tính toán, bộ phận cùng trình hay chi tiết máy dựa vào cơ sở vật liệu làm việc trong giai đoạn đàn hồi.

8.2.3. Giả thiết thứ ba:

Biến dạng của vật thể do ngoại lực gây ra là nhỏ so với kích thước và hình dạng của chúng. Từ giả thiết này cho phép ta coi điểm đặt của lực không đổi khi vật thể biến dạng, làm đơn giản hơn trong tính toán.

8.3. Ngoại lực, nội lực, ứng suất và phương pháp mặt cắt

8.3.1. Ngoại lực

Là tác dụng của môi trường bên ngoài hay từ vật thể khác lên vật thể đang xét. Đơn vị Lực là N, KN, MN, DaN

Ngoại lực bao gồm tải trọng và phản lực liên kết.

+ Tải trọng: Là ngoại lực tác dụng lên vật thể mà vị trí, điểm đặt và trị số đó cho trước

+ Tải trọng tập trung là tải trọng phân bố trên diện tích có kích thước rất nhỏ so với bề mặt vật thể.

+ Tải trọng phân bố: là tải trọng phân bố trên diện tích có kích thước dài so với bề mặt vật thể.

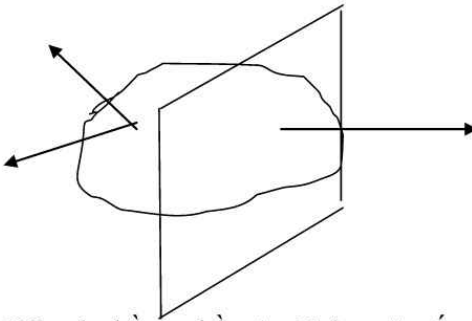
8.3.2. Nội lực, ứng suất và phương pháp mặt cắt

+ Định nghĩa: Nội lực là sự thay đổi các lực liên kết giữa các phần tử vật chất của vật thể khi có ngoại lực tác dụng. Đơn vị của nội lực là: N, KN, MN, DaN

+ Phương pháp mặt cắt và ứng suất

Xét vật thể đàn hồi cân bằng dưới tác dụng của hệ lực ($P_1, P_2, \dots, P_n$).

Dùng mặt phẳng tưởng tượng đi cắt qua C thuộc vật thể chia vật thể thành 2 phần A và B



Xét cân bằng phần A: Trên mặt cắt đi thuộc phần A tồn tại 1 hệ nội lực là lực tương hỗ do phần B tác dụng lên phần A cân bằng và những ngoại lực tác dụng lên phần A (P_1, P_2)

Trên mặt cắt đi ta lấy 1 phần tử mặt cắt ΔF thì nội lực tác dụng lên ΔF là ΔP

Ta có:

$$P_{TB} = \frac{\Delta P}{\Delta F}$$

Trong đó: P_{tb} là ứng suất tại C

$$P = \sigma_u + \tau_{uv}$$

Khi $\Delta F \rightarrow 0$ thì $P = P_{TB}$

σ là thành phần ứng suất pháp

τ Là thành phần ứng suất tiếp

U là phương pháp tuyến với mặt cắt

V Là phương tiếp tuyến với mặt cắt

$$P = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

Ứng suất là mật độ của nội lực trên mặt cắt bất kỳ của vật thể

CHƯƠNG IX

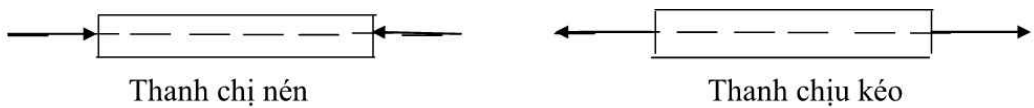
CÁC BIẾN DẠNG CƠ BẢN

9.1. Kéo nén đúng tâm

9.1.1. Định nghĩa, nội lực

9.1.1.1. Khái niệm

Một thanh thẳng chịu lực tác dụng của ngoại lực có phương song song và trùng với trục thanh thì trên mỗi mặt cắt ngang của nó tồn tại một nội lực duy nhất là lực dọc trục N_z khi đó ta nói thanh chịu nén hoặc chịu kéo.



9.1.1.2. Nội lực và biểu đồ nội lực dọc trục

a. Quy tắc tính nội lực dọc trục

- Lực dọc trục N_z tại mặt cắt ngang của thanh bằng tổng đại số hõnh chiếu của ngoại lực tác dụng lên phần đang xét chiều trên trục pháp tuyến với mặt cắt đang xét.

$$N_z = \sum P_{zi} + \sum q_{zi} \cdot z_i$$

Trong đó:

N_z – là lực dọc trục của thanh thứ i

P_{zi} – Là lực tập trung tác dụng lên đoạn thanh thứ i

q_{zi} – Là lực phân bố tác dụng lên đoạn thanh thứ i

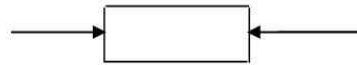
Z_i – là chiều dài của trục thanh thứ i

b. Quy ước về dấu

N_z mang dấu (+) khi lực tác dụng hướng ra ngoài mặt cắt và ngược lại



$N_z > 0$



$N_z < 0$

c. Biểu đồ nội lực

- Là đồ thị biểu diễn sự biến thiên của N_z trên toàn bộ thanh

* Cách vẽ: Chia thanh thành nhiều đoạn, mỗi đoạn được giới hạn bởi điểm có sự thay đổi của tải trọng, của tiết diện. Tại mỗi đoạn thanh cần mặt cắt bất kỳ và xác định biểu thức tính N_z .

Dựng một đường chuẩn đồng dạng với trục thanh. Cho z biến thiên và dựng những tung độ biểu diễn những độ lớn của lực dọc trục thanh

Quy ước: Các tung độ (+) của lực dọc dựng về phía bên trên hoặc bên phải đường chuẩn. Các tung độ (-) của lực dọc dựng về phía bên dưới hoặc bên trái của đường chuẩn

Ví dụ 1

Vẽ biểu đồ nội lực của thanh, Biết: $P_1 = 7\text{KN}$; $P_2 = 5\text{KN}$;

$P_3 = 2\text{KN}$

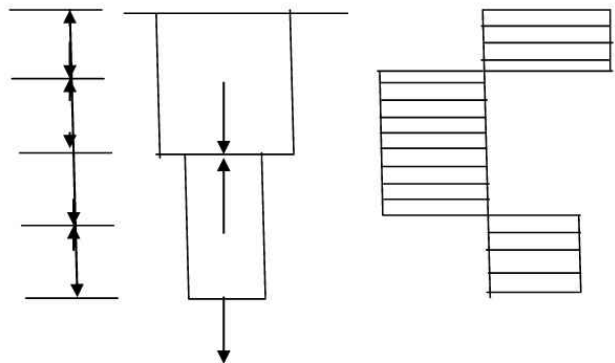
Giải:

Xét đoạn thanh DC:

Dùng mặt cắt 1-1 cắt thanh DC, khi đó xét cân bằng nửa dưới của thanh

DC

$N_{zDC} = + P_3 = 2 \text{ KN}$



Xét đoạn thanh CB: Dùng mặt cắt 2-2 cắt thanh và xét cân bằng nửa dưới của đoạn thanh:

$$N_{zBC} = + P_3 - P_2 = 2 - 5 = 3 \text{ KN}$$

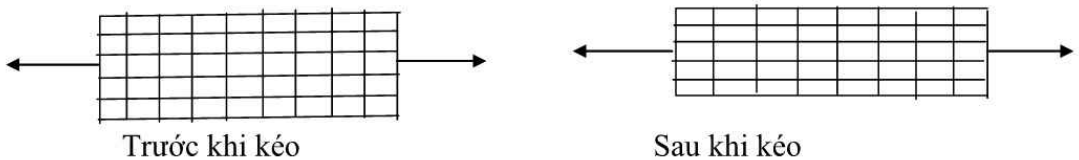
Xét đoạn thanh BA : Dùng mặt cắt 3-3 và xét cân bằng nửa dưới của đoạn thanh:

$$N_{zBA} = + P_3 - P_2 + P_1 = 2 - 5 + 7 = 4 \text{ KN}$$

Via dụ 2

9.1.2. Ứng suất, biến dạng, định luật Húc

a. Ứng suất



***. Ứng suất trên mặt cắt ngang**

Xét thanh chịu kéo bởi hệ lực cùng phương, ngược chiều, hợp lực P của hệ nằm dọc theo trục thanh.

Trước khi cho thanh chịu lực ta kẻ ở mặt ngoài của thanh những đường thẳng song song và vuông góc với trục thanh tạo thành lưới ô vuông.

+ Những đường thẳng vuông góc với trục thanh biểu diễn các mặt cắt ngang của thanh.

+ Những đường thẳng song song với trục thanh biểu diễn các lớp vật liệu nằm dọc trục thanh gọi là các thớ của thanh.

Sau khi kéo thanh, quan sát các biến dạng của thanh ta thấy: Những đường thẳng vẫn song song và vuông góc với trục thanh. Khoảng cách giữa các đường thẳng có sự thay đổi nhưng các góc vuông thờ khụng thay đổi. Qua đó ta đưa ra một số giả thiết về tính chất biến dạng như sau:

+ Giả thiết các thớ dọc: Trong quá trình biến dạng của thớ dọc không ép lên nhau cũng không đẩy nhau.

+ Giả thiết về các mặt cắt ngang: Trước và sau biến dạng các mặt cắt ngang vẫn thẳng và vuông góc với trục thanh.

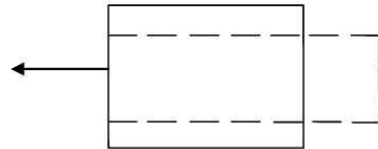
Với các giả thiết trên ta thấy các phân tử chỉ có biến dạng dài, không có

biến dạng dọc, tại mỗi điểm trên một mặt cắt ngang chỉ tồn tại một thành phần ứng suất pháp.

$$N_z = \int_F N_z . dF$$

Xét một đoạn thanh nằm giữa 2 mặt cắt cách nhau là dz

Vỡ sau khi biến dạng mặt cắt 2-2 vẫn vuông góc với trục thanh nên độ giãn dài của các thớ dọc là như nhau



Ta có: $\varepsilon_z = const$ $\sigma_z =$ không đổi

$$N_z = \int_F \sigma_z . dF$$

Từ công thức:

$$\rightarrow \sigma_z = \frac{N_z}{F}$$

Trong đó: σ_z là trị số ứng suất tại điểm bất kỳ trên mặt cắt đang xét

N_z là lực dọc

F là diện tích của tiết diện

Vậy ứng suất σ_z trên mặt cắt ngang thanh chịu kéo hay chịu nén đúng tâm là mật độ lực dọc trục trên mặt cắt ngang của thanh

b. Biến dạng

* Biến dạng dọc trục

Theo định luật Hooke: Biến dạng dọc trục của một đơn vị chiều dài thanh là:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{EF}$$

Biến dạng dài dọc trục của một vi phân chiều dài thanh dz là εdz . Khi đó biến dạng dài dọc của cả chiều dài thanh là:

$$\Delta l = \int_0^l \varepsilon \cdot dz = \int_0^l \frac{N}{E \cdot F} \cdot dz$$

Nếu thanh có tiết diện không đổi và lực dọc trục không đổi thì:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}$$

Δl là biến dạng dài tuyệt đối của thanh

Nếu thanh có nhiều mặt cắt khác nhau thì:

$$\Delta l = \sum \Delta l_i = \sum \frac{N_{zi} \cdot l_i}{E_i F_i}$$

Trong đó: N_{zi} là lực dọc trục của đoạn thanh thứ i

l_i là chiều dài của thanh

E_i là mô đun đàn hồi của thanh thứ i

F_i là tiết diện của đoạn thanh thứ i

c. Biến dạng dài theo phương ngang

Biến dạng dài theo phương ngang được tính theo công thức:

$$\varepsilon' = -\mu \cdot \varepsilon$$

Trong đó: ε là biến dạng dọc trục

μ là hệ số phụ thuộc vào vật liệu

d. Định luật Húc

Biến dạng của vật tỷ lệ thuận với lực tác động, quan hệ giữa biến dạng và nội lực là quadratic nhất, thuần nhất.

Khi phân tử chịu ứng suất pháp theo một phương, biến dạng dài theo phương ứng suất tác dụng tỷ lệ với ứng suất:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{N}{E.F}$$

Khi phân tử chỉ chịu ứng suất tiếp, biến dạng dài;

$$\gamma = \frac{\tau}{G}$$

Trong đó: τ là ứng suất tiếp
G là mô đun đàn hồi trượt của thanh

γ là biến dạng dài

9.1.3. Điều kiện bền và ba bài toán cơ bản

a. Điều kiện bền của thanh chịu kéo nén đúng tâm

$$[\sigma]_{\max} = \left[\frac{N}{F} \right]_{\max} \leq [\sigma] \quad (1-12)$$

Trong đó: $[\sigma]_{\max}$ là trị số ứng suất lớn nhất của thanh

$[\sigma]$ ứng suất cho phép

N là lực dọc trục

F là diện tích tiết diện thanh

b. Ba bài toán cơ bản

* Bài toán 1: Kiểm tra bền

Cho biết nội lực, lực dọc N, tiết diện mặt cắt ngang F của thanh và ứng suất cho phép. Thay các giá trị vào công thức (1-12) nếu thỏa mãn bất đẳng thức thanh đủ điều kiện bền. Nếu không thỏa mãn bất đẳng thức thì ta kết luận thanh không đủ điều kiện bền

* Bài toán 2: Thiết kế (Tìm tiết diện F)

Cho biết lực dọc trục thanh N và ứng suất cho phép $[\sigma]$. Tính chọn mặt cắt F hợp lý cho thanh tức là thỏa mãn điều kiện bền. Ta có:

$$F \geq \frac{[N]}{[\sigma]}$$

*Bài toán 3: Xác định tải trọng lớn nhất hay trị số an toàn của tải trọng

Cho biết thông số mặt cắt thanh và ứng suất cho phép. Xác định tải trọng cho phép lớn nhất để kết cấu làm việc an toàn tức là thỏa mãn điều kiện bền. Ta có:

$$N \leq F \cdot [\sigma] \quad \text{hay} \quad N_{\max} = F \cdot [\sigma]$$

Từ đó tính được tải trọng lớn nhất Pmax

9.1.4. Bài toán ví dụ:

Cho kết cấu thanh như hình vẽ

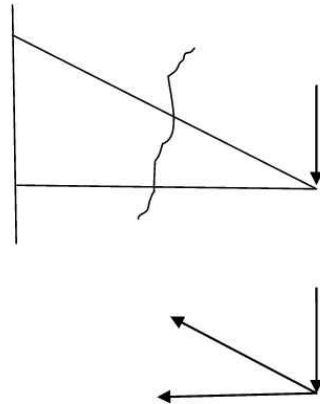
. Biết: $P = 50 \text{ kN}$

$$[\sigma] = 16 \text{ kN/cm}^2$$

1. Tiết diện mặt cắt ngang của các thanh:
cm²

$$F_{BC} = 2,2 \text{ cm}^2$$

Kiểm tra tiết diện, điều kiện bền của kết cấu



2. Xác định F_{AB} ; F_{BC} để kết cấu làm việc an toàn và tiết kiệm

3. Cho $F_{AB} = 2 \text{ cm}^2$; $F_{BC} = 2,2 \text{ cm}^2$ Xác định tải trọng Pmax mà kết cấu chịu được

Giải:

Tính lực dọc trục của thanh: Dùng mặt cắt 1-1 chia kết cấu làm 2 phần và xét cân bằng phần phải ta có:

$$\sum Y = N_{BA} \cdot \sin 30^0 - p = 0$$

$$\rightarrow N_{BA} = \frac{P}{\sin 30^0} = \frac{P}{\frac{1}{2}} = 2P$$

$$\sum X = -N_{BA} \cdot \cos 30^0 - N_{BC} = 0$$

$$\rightarrow N_{BC} = -N_{BA} \cdot \cos 30^0 = -2P \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -P \cdot \sqrt{3}$$

1. Kiểm tra điều kiện bền

+ Thanh AB;

$$\sigma_{AB} = \frac{[N_{AB}]}{\{F_{AB}\}} = \frac{2.P}{2} = P = 50KN / cm^2$$

$$\rightarrow \sigma_{AB} = 50KN / cm^2 \succ [\sigma] = 16KN / cm^2$$

Kết luận: Thanh AB không đảm bảo điều kiện bền

+ Thanh BC

$$\sigma_{BC} = \frac{[N_{BC}]}{[F_{BC}]} = \frac{P \cdot \sqrt{3}}{2,2} = \frac{50 \cdot \sqrt{3}}{2,2} = 39,3KN / cm^2$$

$$\rightarrow \sigma_{BC} = 39,3KN / cm^2 \succ [\sigma] = 16KN / cm^2$$

Kết luận : Thanh BC không đảm bảo điều kiện bền

2. Xác định tiết diện mặt cắt ngang của các thanh

Để kết cấu làm việc an toàn ở trạng thái giới hạn của các thanh phải thỏa mãn điều kiện bền:

$$F_{AB} \geq \frac{[N_{AB}]}{[\sigma]} = \frac{2.P}{16} = \frac{2.50}{16} = \frac{50}{8} = 6,25cm^2$$

$$F_{BC} \geq \frac{[N_{BC}]}{[\sigma]} = \frac{\sqrt{3}.P}{16} = \frac{\sqrt{3}.50}{16} = 5,4cm^2$$

Để đảm bảo tiết kiệm thép:

$$F_{AB} = 6,25 \text{ cm}^2$$

$$F_{BC} = 5,4 \text{ cm}^2$$

3. Xác định Pmax

Theo điều kiện bền của thanh AB ta có:

$$N_{AB} \leq F_{BC} \cdot [\sigma]$$

$$2 \cdot P \leq 2 \cdot 16$$

$$\rightarrow P \leq \frac{2 \cdot 16}{2} = 16 \text{ KN} \quad (1)$$

Theo điều kiện bền của thanh BC ta có:

$$N_{BC} \leq F_{BC} [\sigma]$$

$$\sqrt{3} \cdot P \leq 2 \cdot 16$$

$$\rightarrow P \leq \frac{2 \cdot 16}{\sqrt{3}} = 20,3 \text{ KN} \quad (2)$$

Để kết cấu làm việc an toàn thép phải đồng thời thỏa mãn 2 bất đẳng thức (1) và (2) vớ vậy phải lấy

9.2. Cắt – Dập

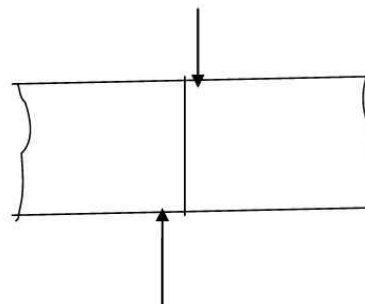
9.2.1. Định nghĩa, nội lực, ứng suất và biến dạng cắt-

Định luật Húc về cắt

9.2.1.1. Định nghĩa

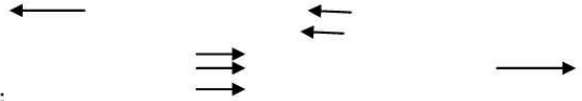
a. Khái niệm về cắt thanh

Một thanh được gọi là chịu cắt nếu chịu tác dụng của 2 lực song song P, có trị số bằng nhau nhưng ngược chiều nhau và nằm trong hai mặt phẳng gần nhau



b. Khái niệm về dập thanh

Dập là hiện tượng nén cục bộ xảy ra trên một diện tích truyền lực tương đối nhỏ của hai cấu kiện nén vào nhau



9.2.1.2. Ứng suất cắt, dập thanh và biến dạng cắt

a. Ứng suất cắt thanh

Dùng mặt phẳng tưởng tượng cắt thanh làm 2 phần. Xét cân bằng phần trái ta thấy trên tiết diện mặt cắt F_c xuất hiện các nội lực nằm trong mặt phẳng. Nội lực này chỉ gồm có ứng suất tiếp

τ Có hợp lực bằng P

Giả thiết ứng suất τ

Phân bố đều trên mặt cắt ta có:

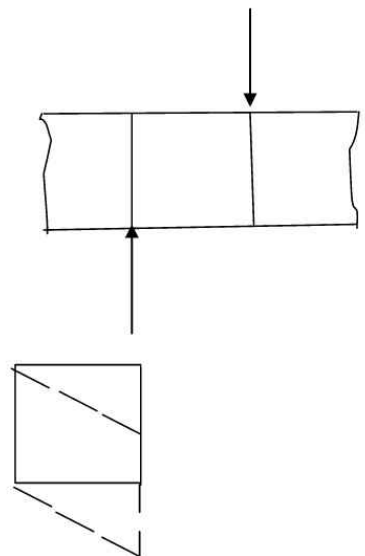
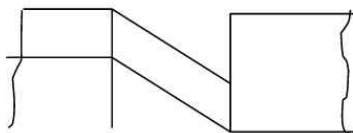
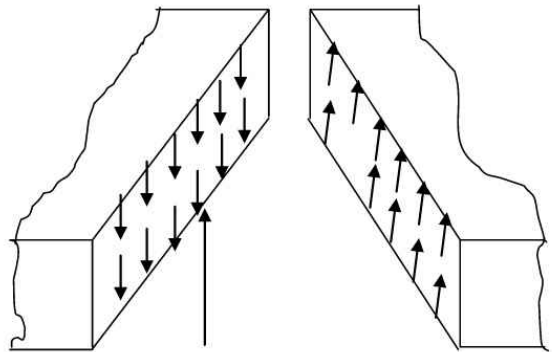
$$\tau \cdot F_c = P \rightarrow \tau = \frac{P}{F_c}$$

Trong đó: τ là ứng suất tiếp (ứng suất cắt)

F_c là diện tích tiết diện mặt cắt

P là lực cắt

b. Biến dạng cắt



Xét 2 mặt cắt a b và cd nằm gần nhau. Sau khi tác dụng lực cắt P ta thấy hình chữ nhật abcd biến dạng thành hình bình hành.

$\Delta s / bc = \gamma$ là độ trượt tương đối giữa 2 mặt cắt gần nhau

Xét theo điều kiện biến dạng bền ta có:

$$\frac{\Delta s}{bc} = \tan \gamma = \gamma$$

Trong đó: γ là độ trượt tương đối, đơn vị Radian

-Khi ứng suất cắt không vượt quá ứng suất cắt tỷ lệ ($\tau \leq \tau_{tl}$)

Ta có định luật Húc về cắt như sau: Ứng suất cắt tỷ lệ thuận với độ trượt tương đối

$$\tau = \gamma \cdot G$$

Trong đó: G là mô đun đàn hồi khi cắt của vật liệu (MN/m³)

-Điều kiện bền cắt: Kết cấu chịu cắt được đảm bảo điều kiện bền khi thỏa mãn điều kiện:

$$\tau = \frac{P}{F_c} \leq [\tau_c]$$

Trong đó: $[\tau_c]$ là ứng suất cắt cho phép

c. Ứng suất dập

Giả thiết ứng suất dập phân bố đều trên mặt dập thì ứng suất dập được tính

$$\sigma_d = \frac{P}{F_d}$$

Trong đó F_d là diện tích tiết diện dập

-Điều kiện bền dập

$$\sigma_d = \frac{P}{F_d} \leq [\sigma_d]$$

Trong đó $[\sigma_d]$

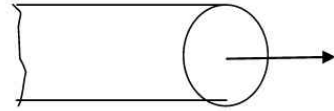
là ứng suất dập cho phép

9.3. Xoắn thuần túy

9.3.1. Định nghĩa, nội lực và ứng suất trong thanh tròn chịu xoắn

9.3.1.1. Định nghĩa

Thanh chịu xoắn thuần túy là thanh mà trên mọi mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là mô men xoắn



- Quy ước dấu nội lực: Nhón vào mặt cắt nếu M_z quay theo chiều kim đồng hồ thì M_z mang dấu (+) và ngược lại.

9.3.1.2. Nội lực và ứng suất trên mặt cắt ngang thanh

a. Tính và vẽ biểu đồ nội lực của thanh chịu xoắn thuần túy

-Giả sử thanh chịu tác dụng của mô men xoắn tập trung $M_1 ; M_2 \dots M_n$ và mô men xoắn phân bố m . Khi đó ta có công thức tổng quát để tính mô men xoắn tại một mặt cắt bất kỳ của thanh là:

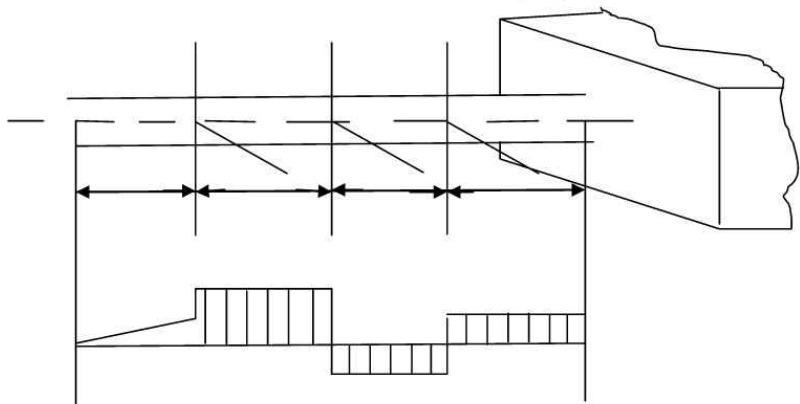
$$M_z = \sum M_i + \sum \int m_i . dz$$

Mô men xoắn của thanh bằng tổng đại số các thành phần mô men tập trung và mô men phân bố trên trục

Trong đó: $\sum M_i$ là tổng mô men tập trung tác dụng lên đoạn thanh thứ i

$\sum \int m_i . dz$ là tổng mô men phân bố trên đoạn thanh thứ i

*Ví dụ: Cho thanh ABCDE chịu xoắn thuần túy như hình vẽ. Biết $M_1 = 40\text{KNm}$, $M_2 = 80\text{KNm}$, $M_3 = 60\text{KNm}$, $m = 5\text{KNm/m}$. Vẽ biểu đồ nội lực của thanh.



+ Xét đoạn thanh AB

Dùng mặt cắt 1-1 và xét cân bằng phần bên trái ta có:

$$N_{zAB} = -m.z \quad (z \leq 2; z \geq 0)$$

Khi $z = 0$ thì $N_{zAB} = 0$

Khi $z = 2$ thì $N_{zAB} = -5.2 = -10 \text{ KNm}$

+ Xét Đoạn thanh BC:

Dùng mặt cắt 2-2 và xét cân bằng phần bên trái ta có:

$$N_{zBC} = -N_{zAB} - M_1 = -10 - 40 = -50 \text{ KNm}$$

+ Xét đoạn thanh CD

Dùng mặt cắt 3-3 và xét cân bằng phần bên trái ta có:

$$N_{zCD} = -N_{zAB} - M_1 + M_2 = -50 + 80 = 30 \text{ KNm}$$

+ Xét đoạn thanh DE

Dùng mặt cắt 4-4 và xét cân bằng phần bên trái ta có

$$N_{zDE} = -N_{zAB} - M_1 + M_2 - M_3 = 30 - 60 = -30 \text{ KNm}$$

+ Vẽ biểu đồ nội lực

b. Ứng suất trên mặt cắt ngang thanh

Quy luật phân bố ứng suất là một hàm bậc nhất đối với ρ

$$\rho = \frac{D}{2} = R \rightarrow \tau_{\rho} \max$$

Với

Ta có:

$$\tau_{\rho \max} = \frac{M_z}{J_{\rho}} \cdot \frac{D}{2} = \frac{M_z}{W_{\rho}}$$

$$W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{D/2} = \frac{J_{\rho}}{R}$$

gọi là mô men chống xoắn của mặt cắt ngang thanh

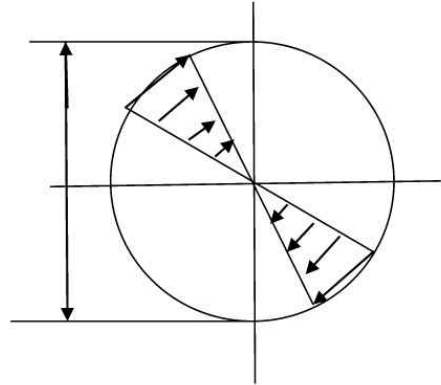
Đối với mặt cắt ngang tròn:

$$W = \frac{J_{\rho}}{D/2} = \frac{\pi D^2}{32 D/2} = \frac{\pi D^3}{16}$$

Đối với mặt cắt ngang thanh là hình vành khăn:

$$W = \frac{J_{\rho}}{D/2} = \frac{\pi D^4 (1 - \eta^4)}{32 D/2} = \frac{\pi D^3 \cdot (1 - \eta^4)}{16}$$

Biểu đồ ứng suất của mặt cắt ngang tròn và hình vành khăn



9.3.2. Kiểm tra thanh tròn chịu xoắn

$$\tau_{\max} = \frac{|M_z|}{W} \leq [\tau]$$

Với $[\tau] = \frac{\tau_0}{n}$ là ứng suất tiếp cho phép

τ_0 Là ứng suất nguy hiểm đối với vật liệu được xác định bằng thực nghiệm

$N > 1$ Là hệ số an toàn

*Điều kiện cứng

$$\theta_{\max} = \frac{|M_z|}{G \cdot J_{\rho}} \max \leq [\theta]$$

Với $[\theta]$ là góc xoắn tỷ đối cho phép

Đơn vị là o/m hoặc rad/m

Trong thực tế để thanh chịu xoắn làm việc an toàn phải đảm bảo đồng thời 2 điều kiện là điều kiện bền và điều kiện cứng

9.4. Uốn phẳng

9.4.1. Uốn phẳng – mô men uốn và lực cắt

9.4.1.1. Định nghĩa

Một thanh được gọi là chịu

uốn ngang phẳng khi trên mặt
cắt ngang thanh chỉ có thành
phần nội lực Q_X, M_Y hoặc $Q_Y,$
 M_X

Mặt phẳng có tất cả các ngoại
lực tác dụng lên thanh gọi là
mặt phẳng tác dụng

Giao tuyến giữa mặt phẳng tải trọng và mặt cắt ngang thanh gọi là đường tải trọng

Mặt phẳng chứa trục thanh và một trục quán tính chính trung tâm X hoặc Y gọi là đường tải trọng.

Mặt phẳng trung gian tiếp xúc giữa phần chịu kéo và phần chịu nén của thanh gọi là mặt trung hũ 9 Mặt trung hũ khụng chịu kéo cũng không chịu nén)

Giao tuyến giữa mặt trung hũ và mặt cắt ngang gọi là đường trung hũ.

9.1.1.2. Nội lực và biểu đồ nội lực

a. Quy tắc tính nội lực

- Lực cắt Q_Y hoặc Q_X trên mặt cắt ngang thanh bằng tổng hõnh chiếu lên trục Y hoặc trục X của những ngoại lực về một bên của mặt cắt.

$$Q_Y = \sum P_{i_y} + \int_{lben} q_y . d_z$$

$$Q_X = \sum P_{i_x} + \int_{lben} q_x . d_z$$

Mô men uốn M_X (Hoặc M_Y) trên mặt cắt ngang thanh bằng tổng mô men đối với trục X (hoặc Y) của mặt cắt những ngoại lực về một bên mặt cắt:

$$M_X = \sum M_{i_x} + \int_{lben} m_{i_x} . d_z$$

$$M_Y = \sum M_{i_y} + \int_{lben} m_{i_y} . d_z$$

$$Q_Y = \frac{dM_X}{d_z}$$

Quan hệ giữa lực cắt và mô men :

Trong đó: $q_x ; q_y$ là mật độ lực phân bố song song trục X hoặc Y

m_{ix} ; m_{iy} là mô men đối với trục X hoặc Y của ngoại lực phân bố

M_{ix} ; M_{iy} là mô men tập trung đối với trục X và Y

b. Quy ước dấu



Theo hướng nhón vượn góc với trục thanh nếu lực cắt hướng theo chiều thuận chiều kim đồng hồ thì mang dấu (+) và ngược lại

Theo hướng nhón vượn góc với trục thanh nằm ngang, nếu mô men uốn làm thanh bị cong thõ dưới (phần trên chịu nén, phần dưới chịu kéo) thì mô men mang dấu (+) và ngược lại nếu mô men uốn làm căng thõ trên (Phần trên chịu kéo, phần dưới chịu nén) thì mô men mang dấu (-)

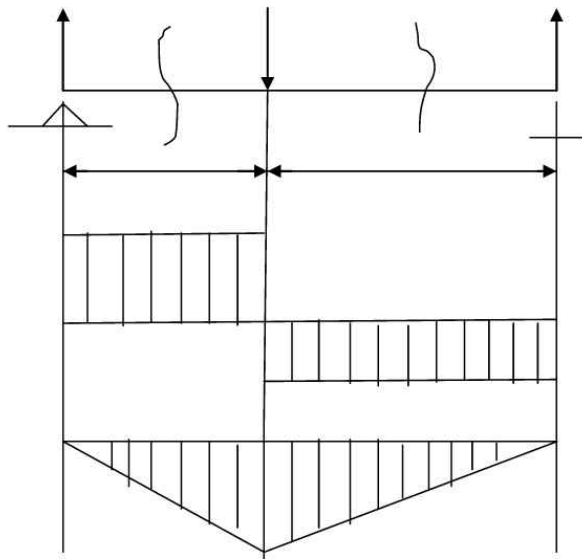
c. Biểu đồ nội lực

+ Biểu đồ nội lực được vẽ trên đường thẳng song song với trục thanh bằng cách căn cứ vào các bước nhảy của nội lực trên thanh chia thanh ra thành các đoạn thanh.

Trên mỗi đoạn thanh dùng một mặt cắt rồi xét cân bằng thanh để tính nội lực trên đoạn thanh đó.

*Ví dụ 1:

Vẽ biểu đồ lực cắt và mô men uốn của dầm cho như hình vẽ, biết: $P = 10\text{KN}$



+ Tổng phản lực ở hai gối đỡ V_A và V_B

$$\sum m_B = 3P - 5V_A = 0$$

$$\rightarrow V_A = \frac{3.P}{5} = \frac{3.10}{5} = 6KN$$

$$\sum m_A = V_A - P + V_B = 0$$

$$\rightarrow V_B = P - V_A = 10 - 6 = 4KN$$

+ Xét đoạn thanh AC dùng mặt cắt 1-1 và xét cân bằng phần bên trái ta có:

$$Q_Y = V_A = 6KN$$

$$M_X = V_A.Z_1 \quad (0 \leq Z \leq 2)$$

Khi $Z_1 = 0$ thì $M_X = 0$

Khi $Z_1 = 2$ thì $M_X = 6.2 = 12 KNm$

+ Xét đoạn thanh CB dùng mặt cắt 2-2 và xét cân bằng phần bên trái ta có:

$$Q_Y = V_A - P = 6 - 10 = -4KN$$

$$M_X = V_A.Z_2 - P(Z_1 - 1) \quad (2 \leq Z_2 \leq 5)$$

Khi $Z_2 = 2$ thì $M_X = 6.2 - 10(2 - 2) = 12KNm$

Khi $Z_2 = 5$ thì $M_X = 6.5 - 10(5 - 2) = 30 - 30 = 0$

*Cách vẽ biểu đồ nội lực

-Vẽ đường song song với trục thanh có độ dài bằng độ dài của thanh.

- Xác định các điểm đặc biệt có bước nhảy của nội lực.

- Dựa vào các giá trị nội lực tổng được tại các điểm đặc biệt và vẽ những đường vuông với đường thẳng vừa vẽ với một tỷ lệ nhất định

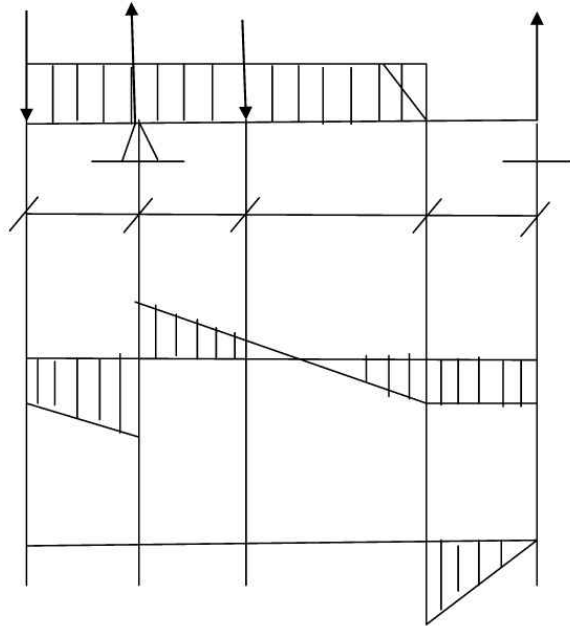
- Nối các điểm đặc biệt lại với nhau ta được biểu đồ nội lực của thanh và cốc chày ý sau:

+ Đối với thanh chỉ có lực tập trung thì biểu đồ của lực cắt là các đường thẳng song song với trục thanh, biểu đồ mô men là các đường thẳng hợp với trục thanh một góc nhất định.

+ Đối với thanh chịu tác dụng của lực tập trung và lực phân bố thì biểu đồ lực cắt là đường thẳng hợp với trục thanh một góc nhất định, biểu đồ mô men là đường cong bậc 2

*Ví dụ 2:

Tính và vẽ biểu đồ nội lực của dầm cho như hình vẽ



+ Xác định phản lực ở 2 gối đỡ V_A và V_B

$$\sum m_A = a.P - a.Q + 4a.V_B - M$$

$$\rightarrow = a, aq - a.4a + 4a.V_B - q.a^2$$

$$\rightarrow = a^2.q - 4a^2.q = 4a.V_B - q.a^2$$

$$\rightarrow -4a^2.q + 4a.V_B = 0$$

$$\rightarrow V_B = \frac{4.a^2.q}{4a} = aq$$