

Chương 4

Mạch điện xoay chiều hình sin 1 pha

4.1 Khái niệm về dòng điện xoay chiều

4.1.1 Dòng điện xoay chiều

Trong kỹ thuật và đời sống, dòng điện xoay chiều được dùng rất rộng rãi vì nó có nhiều ưu điểm so với dòng điện một chiều. Dòng điện xoay chiều dễ dàng truyền tải đi xa, dễ dàng thay đổi điện áp nhờ máy biến áp. Máy phát điện và động cơ điện xoay chiều làm việc tin cậy, vận hành đơn giản, chỉ số kinh tế - kỹ thuật cao.

Ngoài ra trong trường hợp cần thiết ta dễ dàng biến đổi dòng điện xoay chiều thành dòng điện một chiều nhờ các thiết bị nắn dòng.

Điện năng thường được cung cấp cho các thiết bị kỹ thuật dưới dạng điện áp và dòng điện hình sin, thường gọi là điện áp và dòng điện xoay chiều (AC: alternating current).

Dòng điện xoay chiều là dòng điện có chiều và trị số thay đổi theo thời gian.

Dòng điện xoay chiều thường là dòng điện biến đổi tuần hoàn (biến đổi chu kỳ) nghĩa là cứ sau một khoảng thời gian nhất định nó lặp quá trình biến thiên như cũ.

4.1.2 Chu kỳ và tần số của dòng điện xoay chiều

Chu kỳ T là khoảng thời gian ngắn nhất để dòng điện lặp lại trị số và chiều biến thiên.

Tần số f là số chu kỳ của dòng điện trong một giây.

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{Đơn vị của tần số là héc, ký hiệu là Hz.}$$

Nước ta và phần lớn các nước trên thế giới đều sản xuất dòng điện công nghiệp có tần số danh định là 50Hz. Mỹ, Nhật và một số nước Tây Âu sử dụng dòng điện công nghiệp có tần số 60 Hz.

Tần số góc ω là tốc độ biến thiên của dòng điện hình sin, đơn vị là rad/s.

Quan hệ giữa tần số góc ω và tần số f là:

$$\omega = 2\pi f$$

4.1.3 Dòng điện xoay chiều hình sin.

a. Định nghĩa

Dòng điện xoay chiều hình sin là dòng điện xoay chiều biến thiên theo quy luật của hàm số sin.

Dòng điện xoay chiều hình sin là dòng điện xoay chiều đơn giản nhất nên được sử dụng rộng rãi. Từ đây nếu không có ghi chú gì đặc thì khi nói dòng điện xoay chiều là chỉ dòng điện xoay chiều hình sin.

- Dòng điện xoay chiều hình sin là dòng điện xoay chiều biến thiên theo quy luật của hàm số sin.

b. Cách tạo ra dòng điện xoay chiều hình sin.

Ứng dụng hiện tượng cảm ứng điện từ.

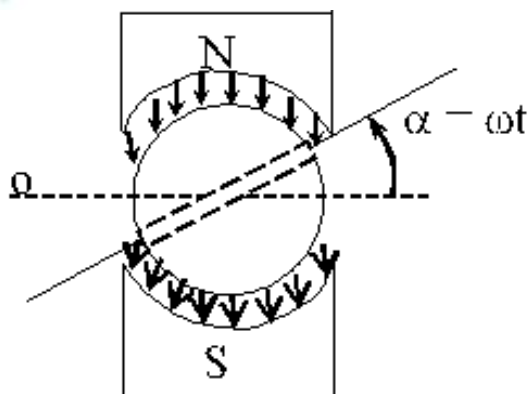
Dòng điện xoay chiều hình sin được tạo ra trong máy phát điện xoay chiều một pha và ba pha.

**** Cấu tạo***

Về nguyên tắc, máy phát điện xoay chiều một pha gồm có một hệ thống cực từ (phần cảm) đứng yên gọi là phần tĩnh hay stato và một bộ dây (phần ứng) đặt trên lõi thép chuyển động quay cắt từ trường của các cực từ được gọi là phần quay hay roto.

Ta xét một máy phát điện xoay chiều một pha đơn giản nhất có:

- Phần cảm (sinh ra từ trường) là cực từ N - S.
- Phần ứng là một khung dây.



Hình 4.1. Nguyên tắc cấu tạo máy phát điện một pha

**** Nguyên lý làm việc.***

- Hệ thống cực từ được chế tạo sao cho trị số từ cảm B phân bố theo quy luật hình sin trên mặt cực giữa khe hở roto và stato (gọi là khe hở không khí), nghĩa là khi khung dây ở vị trí bất kì trong khe hở, từ cảm ở vị trí đó có giá trị:

$$B = B_{\max} \cdot \sin \alpha.$$

Trong đó: $B_{\max}$: là trị số cực đại của từ cảm.

α : là góc giữa mặt phẳng trung tính oo' và mặt phẳng khung dây.

- Khi máy phát điện làm việc, roto mang khung dây quay với vận tốc góc ω (rad/s), mỗi cạnh khung dây nằm trên mặt roto sẽ quay với tốc độ v , theo phương vuông góc với đường sức từ và cảm ứng ra một sức điện động: $e_d = B \cdot v \cdot l$

Giả sử tại thời điểm ban đầu ($t = 0$) khung dây nằm trên mặt phẳng trung tính, thì tại thời điểm t khung dây ở vị trí $\alpha = \omega.t$ do đó:

$$B = B_{\max} \cdot \sin \alpha = B_{\max} \cdot \sin \omega t$$

Thay vào biểu thức sức điện động e_d :

$$e_d = B \cdot v \cdot l = B_{\max} \cdot v \cdot l \cdot \sin \omega t$$

Vì khung dây có hai cạnh nằm trên mặt phẳng roto có hai sđđ cảm ứng cùng chiều trong mạch vòng (xác định chiều sđđ cảm ứng theo quy tắc bàn tay phải đối với khung dây) nên mỗi vòng của khung dây có sđđ:

$$e_v = 2 \cdot e_d = 2 \cdot B_{\max} \cdot v \cdot l \cdot \sin \omega t = E_{\max} \cdot \sin \omega t$$

Ở đây, $E_{\max} = 2 \cdot B_{\max} \cdot v \cdot l$ là biên độ của sđđ

Như vậy ở hai đầu khung dây ta lấy ra được một sđđ biến thiên theo quy luật hình sin đối với thời gian.

Tốc độ roto thường được biểu thị bằng n (vòng/phút). Ở những máy điện có hai cực N-S (tức là có 1 đôi cực), khi roto quay hết một vòng sđđ thực hiện được một chu kỳ. Ở máy có $2p$ cực tức là máy có p đôi cực (p gọi là số đôi cực), do đó sẽ thực hiện được p chu kỳ. Trong một phút (hay 60 giây) roto quay được n vòng sđđ sẽ thực hiện được $p \cdot n$ chu kỳ. Như vậy tần số của sđđ là: $f = p \cdot n / 60$

4.1.4 Các đại lượng đặc trưng

a. Trị số tức thời (kí hiệu: $i, u, e \dots$)

Trị số tức thời là trị số ứng với mỗi thời điểm t . Trong biểu thức $i = I_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$ trị số tức thời phụ thuộc vào biên độ $I_{\max}$ và góc pha $(\omega t + \psi_i)$

b. Trị số biên độ (kí hiệu $I_{\max}, U_{\max}, E_{\max} \dots$)

Trị số biên độ là trị số lớn nhất mà lượng hình sin đạt được trong quá trình biến thiên. Biên độ $I_{\max}$ là trị số cực đại, nói lên dòng điện lớn hay nhỏ.

c. Trị số hiệu dụng của dòng điện hình sin.

Trị số tức thời chỉ đặc trưng cho tác dụng của lượng hình sin ở từng thời điểm. Để đặc trưng cho tác dụng trung bình của lượng hình sin trong cả chu kỳ về mặt năng lượng, người ta đưa vào khái niệm về trị số hiệu dụng của lượng xoay chiều.

Định nghĩa: "Trị số hiệu dụng của dòng điện xoay chiều là giá trị tương đương với dòng điện một chiều khi chúng đi qua cùng một điện trở trong thời gian một chu kỳ thì toả ra cùng một năng lượng (dưới dạng nhiệt) như nhau."

Trị số hiệu dụng kí hiệu bằng chữ cái in hoa: $I, U, E \dots$

Ta biết rằng trong khoảng thời gian ngắn dt , dòng điện i đi qua điện trở R toả ra một năng lượng là: $dW = i^2.R.dt$

Trong một chu kì, dòng điện i toả ra một nhiệt lượng là:

$$W = \int_0^T dW = \int_0^T i^2.R.dt$$

Năng lượng này bằng năng lượng do dòng điện một chiều toả ra trên điện trở R trong một chu kì: $W = \int_0^T dW = I^2.R.T$

Suy ra: $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$ thay biểu thức $i = I_{\max} \cdot \sin \omega t$,

Ta có: $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_{\max}^2 \cdot \sin^2 \omega t \cdot dt} = \sqrt{\frac{I_{\max}^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t \cdot dt}$

Tính tích phân: $\int_0^T \sin^2 \omega t \cdot dt = \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt = \frac{1}{2} \int_0^T dt - \frac{1}{2} \int_0^T \cos 2\omega t \cdot dt = \frac{T}{2} - 0 = \frac{T}{2}$

Vậy: $I = \sqrt{\frac{I_{\max}^2}{T} \times \frac{T}{2}} = \frac{I_{\max}}{\sqrt{2}}$

Tương tự ta có trị số hiệu dụng của điện áp và của sức điện động là:

$$U = \frac{U_{\max}}{\sqrt{2}} \approx 0.707.U_{\max}, \quad E = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} \approx 0.707.E_{\max}$$

Nhận xét: Trị số hiệu dụng của lượng hình sin bằng trị số cực đại chia cho $\sqrt{2}$.

4.1.5 Pha và sự lệch pha.

Góc pha $(\omega t + \psi_i)$ nói lên trạng thái của dòng điện ở thời điểm t , ở thời điểm $t=0$ góc pha của dòng điện là ψ_i , ψ_i được gọi là góc pha ban đầu (hoặc gọi ngắn gọn là pha đầu) của dòng điện.

Góc pha đầu ψ phụ thuộc vào thời điểm chọn làm gốc thời gian (thời điểm $t=0$).

Ở trên đã xét biểu thức trị số tức thời của dòng điện

$$i = I_{\max} \sin(\omega t + \psi_i)$$

Một cách tương tự, ta có biểu thức trị số tức thời của điện áp

$$u = U_{\max} \sin((\omega t + \psi_u))$$

Trong đó $U_{\max}$, ψ_u - biên độ, pha đầu của điện áp. Điện áp và dòng điện biến thiên cùng tần số, song phụ thuộc vào tính chất mạch điện, góc pha của chúng

có thể không trùng nhau, người ta gọi giữa chúng có sự lệch pha. Góc φ thường được dùng để ký hiệu góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện.

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

Khi $\varphi > 0$: điện áp vượt trước dòng điện (hoặc dòng điện chậm sau điện áp).

$\varphi < 0$: điện áp chậm sau dòng điện (hoặc dòng điện vượt trước điện áp).

$\varphi = 0$: điện áp trùng pha với dòng điện.

4.1.6 Biểu diễn lượng hình sin bằng đồ thị véc-tơ

a. Nguyên tắc biểu diễn lượng hình sin dưới dạng vector

Ta biết hàm số sin chính là tung độ điểm cuối bán kính vector trên đường tròn lượng giác khi cho bán kính này quay quanh gốc toạ độ với một tốc độ góc không đổi.

Giả sử trên đường tròn lượng giác ta lấy một bán kính vector OM, có độ dài bằng biên độ của lượng hình sin theo tỉ lệ xích đã chọn (ví dụ: $OM = E_{\max}$).

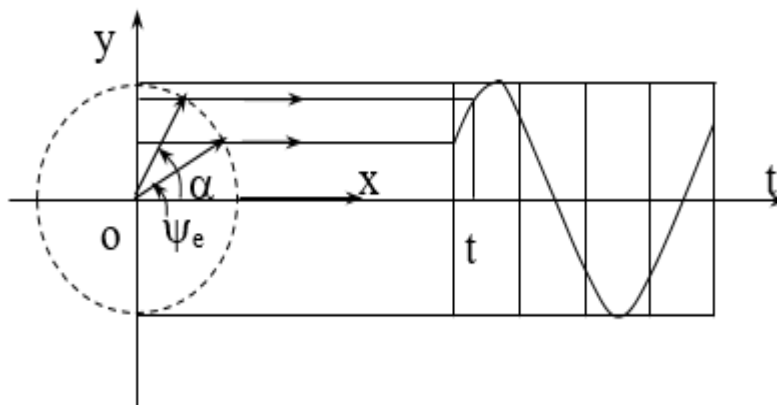
Bán kính vector này làm với trục hoành một góc bằng góc pha đầu (ví dụ: ψ_e).

Cho bán kính vector OM quay quanh gốc với vận tốc góc của lượng hình sin ω .

Tại thời điểm t bất kì, vector OM làm với trục hoành một góc: $\alpha = \omega t + \psi_e$

Tung độ điểm cuối bán kính vector là: $y = OM \cdot \sin \alpha = E_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_e) = e$.

Đó chính là trị số tức thời của lượng hình sin. Đồ thị tương ứng của lượng hình sin này:



Hình 4.2. Biểu diễn lượng hình sin dưới dạng đồ thị

Như vậy một lượng hình sin: $a = A_{\max} \cdot \sin(\omega t)$ được biểu diễn dưới dạng một vector quay như sau:

Bước 1: Chọn tỉ lệ xích thích hợp.

Bước 2: Trên mặt phẳng tọa độ, lấy bán kính vector có gốc nằm ở gốc tọa độ, làm với trục hoành một góc bằng pha đầu của lượng hình sin ψ , có độ dài (môđun của vector) bằng biên độ lượng hình sin $A_{\max}$ theo tỉ lệ xích đã chọn.

Bước 3: Cho vector OM quay quanh gốc với tốc độ bằng tốc độ góc của lượng hình sin ω , theo chiều dương là chiều ngược chiều kim đồng hồ.

Vậy: Vector OM là vector biểu diễn lượng hình sin đã cho và được gọi là đồ thị vector của lượng hình sin a.

* Từ đồ thị vector ta có thể xác định được:

- Biên độ của lượng hình sin ($I_{\max}, U_{\max}, E_{\max} \dots$)
- Góc pha đầu ($\psi_i, \psi_u, \psi_e \dots$)
- Vận tốc góc ω , do đó xác định được tần số f , chu kì T , nghĩa là hoàn toàn xác định được lượng hình sin.

* **Chú ý:**

- Để tiện cho tính toán, người ta chọn độ dài bán kính vector OM bằng trị số hiệu dụng.

- Khi có nhiều lượng hình sin cùng tần số góc (tức cùng tần số), vị trí tương đối giữa chúng ở mọi thời điểm đều như nhau. Do đó người ta biểu diễn chúng dưới dạng một hệ vector tại thời điểm $t = 0$ và khảo sát hệ đó với tốc độ góc như nhau là ω .

- Để chỉ vector A biểu diễn lượng hình sin: $a = A_{\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_a)$, ta kí hiệu là vector a hay $\vec{A}$.

b. Cộng và trừ các lượng hình sin bằng đồ thị

Cách đơn giản để cộng và trừ các lượng hình sin là dùng đồ thị. Có hai loại đồ thị: đồ thị hình sin và đồ thị vector.

- Để cộng và trừ bằng đồ thị hình sin, ta vẽ các lượng hình sin thành phần lên cùng một hệ trục tọa độ, rồi cộng (hay trừ), các tung độ ở cùng thời điểm (tức là cùng hoành độ), ta có tung độ tương ứng của lượng hình sin tổng (hay hiệu) ở thời điểm ấy.

Phương pháp dùng đồ thị hình sin có ưu điểm là có thể cộng hoặc trừ các lượng hình sin không cùng tần số và kết quả cho ta luôn đồ thị của lượng hình sin tổng (hay hiệu). Tuy nhiên thực hiện phương pháp này khó khăn và mất thời gian.

- Phương pháp cộng và trừ bằng đồ thị vector chỉ thực hiện được đối với các lượng hình sin cùng tần số góc (cùng tần số). Vì các lượng hình sin cùng tốc độ

góc nên vị trí tương đối của chúng ở mọi thời điểm là như nhau. Như vậy ta có thể áp dụng nguyên tắc cộng và trừ các vector.

* Cho hai lượng hình sin: $e_1 = E_{1\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_1)$

$$e_2 = E_{2\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_2)$$

- Tổng hai lượng hình sin: $e = e_1 + e_2$ được biểu diễn bởi vector như sau:

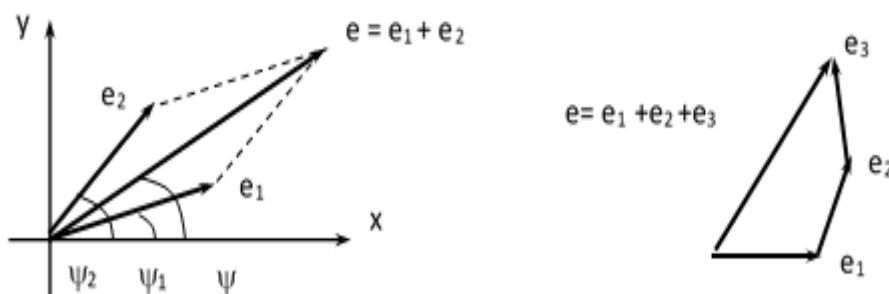
Đặt liên tiếp vector e_2 với vector e_1 (gốc e_2 trùng với ngọn e_1). Nối gốc e_1 với ngọn e_2 , đó chính là vector tổng e .

Vector e cũng có thể suy ra từ quy tắc hình bình hành như sau: đặt hai vector thành phần e_1 và e_2 cùng gốc, lấy e_1 và e_2 làm 2 cạnh, vẽ hình bình hành thì vector tổng $e = e_1 + e_2$ là đường chéo hình bình hành cùng xuất phát từ gốc chung. Nếu có nhiều lượng hình sin $e_1, e_2, e_3 \dots$ ta cũng tìm vector tổng của chúng theo nguyên tắc trên.

Phép trừ vector được suy ra từ pháp cộng với vector đối: $e = e_1 + e_2 = e_1 + (-e_2)$.

Ta cũng có thể tìm vector hiệu như sau: hiệu hai vector là vector có gốc là ngọn của vector trừ Từ biểu thức trị số tức thời dòng điện

$$i = I_{\max} \sin(\omega t + \psi_i) = I\sqrt{2} \sin(\omega t + \Psi_i)$$



Hình 4.3. Cộng các vectơ

Ta thấy khi tần số đã cho, nếu biết trị số hiệu dụng I và pha đầu Ψ_i , thì dòng điện i hoàn toàn xác định.

Từ toán học, vector được đặc trưng bởi độ dài (độ lớn, mô đun) và góc (argumen), từ đó ta có thể dùng vector để biểu diễn dòng điện hình sin (hình như sau:

Độ dài của vector biểu diễn trị số hiệu dụng.

Góc của vector với trục ox biểu diễn góc pha đầu. Ta ký hiệu như sau:

Vector dòng điện: $\vec{I} = I \angle \Psi_i$

Vector điện áp: $\vec{U} = U \angle \Psi_u$

Ví dụ 4.1: Hãy biểu diễn dòng điện, điện áp bằng vectơ và chỉ ra góc lệch pha φ , cho biết:

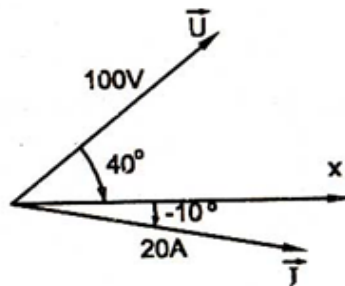
$$i = 20\sqrt{2} \sin(\omega t - 10^\circ) \text{ A}$$

$$u = 100\sqrt{2} \sin(\omega t + 40^\circ) \text{ V}$$

Giải:

Vectơ dòng điện: $\vec{I} = 20 \angle -10^\circ$

Vectơ điện áp: $\vec{U} = 100 \angle 40^\circ$



Hình 4.4. Đồ thị vectơ của ví dụ 4.1

Chọn tỷ lệ xích cho dòng điện, và tỷ lệ xích cho điện áp sau đó biểu diễn chúng bằng vectơ. Chú ý góc pha dương, âm được xác định theo quy ước trên hình.

Góc lệch pha φ giữa điện áp và dòng điện là góc giữa 2 vectơ $\vec{U}$ và $\vec{I}$

Phương pháp biểu diễn chúng bằng vectơ giúp ta dễ dàng cộng hoặc trừ các đại lượng dòng điện, điện áp xoay chiều hình sin.

Ví dụ 4.2: Tính dòng điện i_3 trong hình a) Cho biết trị số tức thời

$$i_1 = 16\sqrt{2} \sin \omega t; \quad i_2 = 12\sqrt{2} \sin(\omega t + 90^\circ)$$

Giải: áp dụng định luật Kirchoff 1 tại nút ta có: $i_3 = i_1 + i_2$

Ta không cộng trực tiếp trị số tức thời đã cho, mà biểu diễn chúng thành vectơ hình b

$$\vec{I}_1 = 16 \angle 0^\circ$$

$$\vec{I}_2 = 12 \angle 90^\circ$$

Rồi tiến hành cộng vectơ:

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$$

Trị số hiệu dụng của dòng điện I_3 là:

$$I_3 = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ A}$$

Góc pha của dòng điện i_3 là:

$$\operatorname{tg} \psi_3 = \frac{12}{16} = 0,75$$

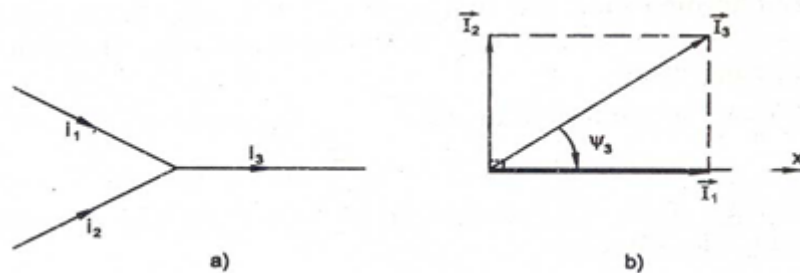
$$\text{Góc } \psi_3 = 36,87^\circ$$

Biết được trị số hiệu dụng I và góc pha đầu ψ_1 ta xác định dễ dàng trị số tức thời.

Trị số tức thời của dòng điện i_3

$$i_3 = 20 \sqrt{2} \sin(\omega t + 36,87^\circ)$$

Việc ứng dụng vector để biểu diễn các đại lượng và các quan hệ trong mạch điện cũng như để giải mạch điện sẽ được đề cập trong các mục tiếp theo.



Hình 4.5. Đồ thị vectơ cho ví dụ 3.2

4.1.7 Biểu diễn lượng hình sin bằng số phức.

a. Khái niệm và các phép tính của số phức.

Trong mặt phẳng tọa độ phức, số phức được biểu diễn dưới 2 dạng sau.

- Dạng đại số

$$C = a + jb$$

Trong đó a là phần thực; jb là phần ảo.

$j = \sqrt{-1}$ là đơn vị ảo (trong toán học đơn vị ảo ký hiệu là i , ở đây để khỏi nhầm lẫn với dòng điện i , ta ký hiệu là j)

- Dạng mũ

$$C = Ce^{j\alpha} = C \angle \alpha$$

Trong đó: C là mô đun (độ lớn)

α là argumen (góc)

- Đổi từ dạng mũ sang dạng đại số

$$C = Ce^{j\alpha} = C \angle \alpha = a + jb$$

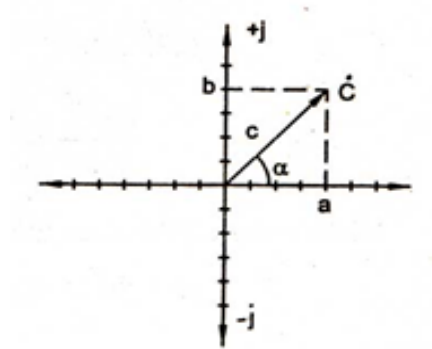
$$a = C \cos \alpha; \quad b = C \sin \alpha;$$

- Đổi từ dạng đại số sang dạng mũ

$$a + jb = Ce^{j\alpha}$$

Trong đó:

$$C = \sqrt{a^2 + b^2}; \quad \alpha = \arctan \frac{b}{a}$$



Hình 4.6. Biểu diễn số phức

b. Một số phép tính đối với số phức

- Cộng, trừ

Gặp trường hợp phải cộng, trừ số phức, ta biến đổi chúng về dạng đại số, rồi cộng, trừ phần thực với phần thực, phần ảo với phần ảo.

$$(4 + j2) + (3 + j1) = (4 + 3) + j(2 + 1) = 7 + j3$$

$$(4 + j2) - (3 + j1) = (4 - 3) + j(2 - 1) = 1 + j1$$

- Nhân, chia

Khi phải nhân, chia, ta nên đưa về dạng mũ: Nhân (chia) hai số phức, ta nhân (chia) môđun còn argumen (góc) thì cộng (trừ) cho nhau.

$$6e^{j20^\circ} \cdot 2e^{j10^\circ} = 6 \cdot 2 e^{j(20^\circ + 10^\circ)} = 12e^{j30^\circ}$$

$$\frac{6e^{j20^\circ}}{2e^{j10^\circ}} = \frac{6}{2} e^{j(20^\circ - 10^\circ)} = 3e^{j10^\circ}$$

Phép nhân cũng có thể thực hiện dưới dạng đại số như bình thường

$$\begin{aligned} (a + jb)(c + jd) &= ac + jbc + jad + j^2bd \\ &= (ac - bd) + j(bc + ad) \end{aligned}$$

vì $j^2 = -1$

Khi chia ta nhân tử số và mẫu số với số phức liên hợp của mẫu số

$$\frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2}$$

c. Biểu diễn lượng hình sin bằng số phức

Cách biểu diễn các đại lượng điện hình sin bằng số phức như sau:

- Môđun (độ lớn) của số phức là trị số hiệu dụng (I, U, E...);
- Argumen (góc) của số phức là pha ban đầu ($\psi_i, \psi_u, \psi_e \dots$)

Dòng điện phức: $\dot{I} = I \angle \psi_i = I e^{j\psi_i}$

Điện áp phức: $\dot{U} = U \angle \psi_u = U e^{j\psi_u}$

Tổng trở phức của nhánh R, X_L , X_C nối tiếp

$$\dot{Z} = z e^{j\varphi} = z \cos \varphi + j z \sin \varphi = R + j(X_L - X_C)$$

Trong đó: $z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

$$\varphi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R}$$

Ví dụ 4.3: Tính dòng điện i_3 cho biết:

$$i_1 = 5\sqrt{2} \sin(\omega t + 40^\circ) A$$

$$i_2 = 10\sqrt{2} \sin(\omega t - 30^\circ) A$$

Giải:

Biểu diễn các dòng điện bằng số phức

$$\dot{I}_1 = 5 e^{j40^\circ} = 5 \cos 40^\circ + j 5 \sin 40^\circ = 3,83 + j 3,21$$

$$\dot{I}_2 = 10 e^{-j30^\circ} = 10 \cos(-30^\circ) + j \sin(-30^\circ) = 8,66 - j 5$$

Áp dụng định luật Kirchoff 1 tại nút:

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 3,83 + j 3,21 + 8,66 - j 5 = 12,49 - j 1,79 = 12,61 e^{-j8,15^\circ}$$

Vậy, trị số hiệu dụng và pha đầu của dòng điện i_3 là:

$$I_3 = 12,61 A$$

$$\psi_3 = -8,15^\circ$$

Trị số tức thời: $i_3 = 12,61 \sqrt{2} \sin(\omega t - 8,15^\circ) A$

a. Hai định luật Kirchoff dạng phức

Định luật Kirchoff 1 cho một nút:

$$\sum_{nut} \dot{I} = 0$$

Định luật Kirchoff 2 cho mạch vòng kín:

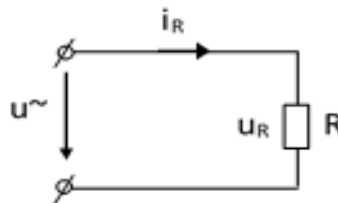
$$\sum_{\text{machvong}} \dot{Z}I = \sum_{\text{machvong}} \dot{E}$$

Các quy ước về dấu tương tự như đã làm ở mạch điện một chiều, điều chú ý ở đây là các đại lượng phải viết dưới dạng số phức.

4.2 Giải mạch xoay chiều không phân nhánh

4.2.1 Giải mạch R-L-C

a. Mạch điện chỉ có điện trở R



Hình 4.7. Mạch điện chỉ có điện trở R

- Quan hệ dòng áp

Xét mạch điện đơn giản chỉ có một phần tử là điện trở R được nối vào nguồn điện áp hình sin.

Ta có: $u = u_R = U_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_R})$

Tại mọi thời điểm theo định luật Ôm ta có:

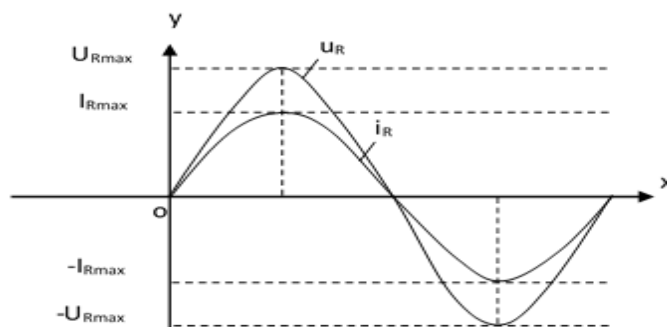
$$i_R = \frac{u_R}{R} = \frac{U_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_R})}{R} = I_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_R})$$

Trong đó: $I_{R\max} = \frac{U_{R\max}}{R}$, $\psi_{i_R} = \psi_{u_R}$

Nhận xét: Dòng điện và điện áp trên điện trở biến thiên cùng tần số và trùng pha nhau.

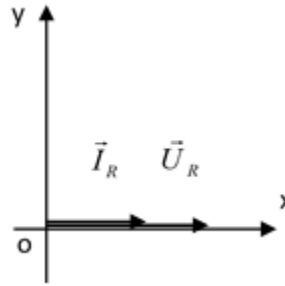
Góc lệch pha: $\varphi = \psi_{u_R} - \psi_{i_R} = 0$

* Đồ thị hình sin:



Hình 4.8. Đồ thị hình sin của mạch điện chỉ có điện trở R

* Đồ thị vectơ:



Hình 4.9. Đồ thị vectơ của mạch điện chỉ có điện trở R

- Định luật Ôm - dạng phức

Ta có: $I_{R\max} = \frac{U_{R\max}}{R}$ chia cả 2 vế cho $\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \boxed{I_R = \frac{U_R}{R}}$$

* Dạng phức:

$$\dot{I}_R = I_R \cdot e^{j\psi_{i_R}} = I_R \angle \psi_{i_R}$$

$$\dot{U}_R = U_R \cdot e^{j\psi_{u_R}} = U_R \angle \psi_{u_R}$$

$$\Rightarrow \dot{U}_R = (I_R \cdot R) \cdot e^{j\psi_{i_R}} = \dot{I}_R \cdot R$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{I}_R = \frac{\dot{U}_R}{R}}$$

- Công suất

+ Công suất tức thời p_R .

$$\begin{aligned} p_R &= u_R \cdot i_R = U_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_R}) \cdot I_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_R}) \\ &= (I_{R\max} \cdot R) \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_R}) \cdot I_{R\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_R}) \\ &= I_{R\max}^2 \cdot R \cdot \sin^2(\omega t + \psi_{i_R}) \end{aligned}$$

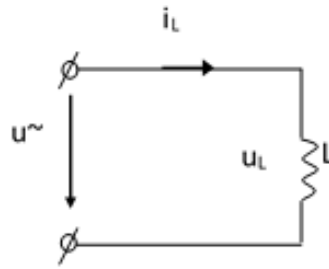
Nhận xét: Công suất tức thời $p_R \geq 0$ với $\forall t$, nghĩa là ở điện trở luôn có sự tiêu hao năng lượng điện năng được biến đổi thành điện năng.

+ Công suất tác dụng P_R .

Công suất tác dụng là giá trị trung bình của công suất tức thời trong một chu kỳ của dòng điện.

$$\begin{aligned} P_R &= \frac{1}{T} \int_0^T p_R \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_{R\max}^2 \cdot R \cdot \sin^2(\omega t + \psi_{i_R}) \cdot dt = \frac{I_{R\max}^2 \cdot R}{T} \int_0^T \frac{1 - \cos(\omega t + \psi_{i_R})}{2} \cdot dt \\ &= \frac{I_{R\max}^2 \cdot R}{T} (T - 0) = I_R^2 \cdot R \text{ (W)} \end{aligned}$$

b. Mạch điện chỉ có điện cảm L



Hình 4.10. Mạch điện chỉ có điện cảm L

- Quan hệ dòng áp

Xét mạch điện đơn giản chỉ có một phần tử là điện cảm L được nối vào nguồn điện áp hình sin.

Ta có: $i_L = I_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_L})$

Điện áp trên điện cảm:

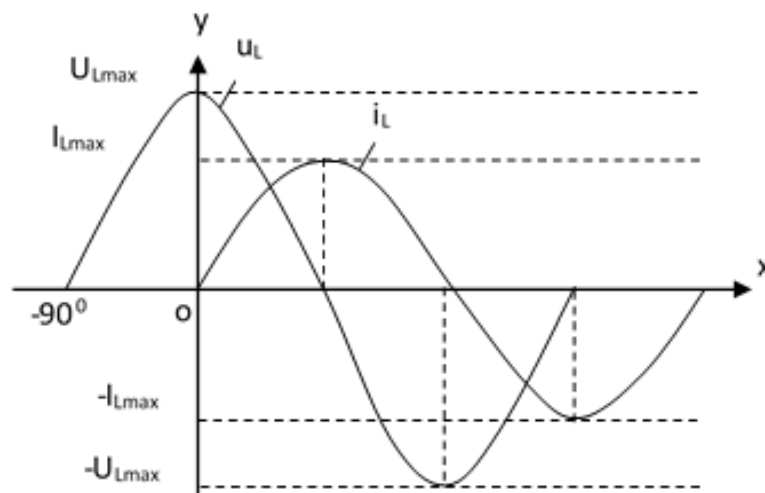
$$u_L = L \frac{di_L}{dt} = \frac{d[I_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_L})]}{dt} = \omega L I_{L\max} \cdot \cos(\omega t + \psi_{i_L})$$
$$= U_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_L} + 90^\circ) = U_{L\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_L})$$

Trong đó: $U_{L\max} = \omega L I_{L\max}$, $\psi_{u_L} = \psi_{i_L} + 90^\circ$

Nhận xét: Dòng điện và điện áp trên điện cảm biến thiên cùng tần số, nhưng điện áp nhanh pha hơn dòng điện một góc 90° .

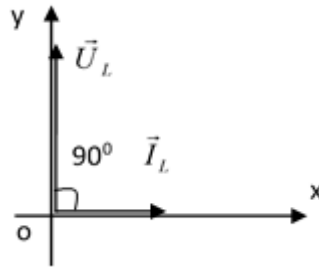
Góc lệch pha: $\varphi = \psi_{u_L} - \psi_{i_L} = 90^\circ$

* Đồ thị hình sin:



Hình 4.11. Đồ thị hình sin của mạch điện chỉ có điện cảm L

* Đồ thị vector:



Hình 4.12. Đồ thị vectơ của mạch điện chỉ có điện cảm \$L\$

- Định luật Ôm - dạng phức

Ta có: $U_{L\max} = \omega.L.I_{L\max} = X_L.I_{L\max}$

$I_{L\max} = \frac{U_{L\max}}{X_L}$ chia cả 2 vế cho $\sqrt{2}$

$$\Rightarrow \boxed{I_L = \frac{U_L}{X_L}}$$

* Dạng phức:

$$\dot{I}_L = I_L.e^{j\psi_{i_L}} = I_L \angle \psi_{i_L}$$

$$\dot{U}_L = U_L.e^{j\psi_{u_L}} = U_L \angle \psi_{u_L}$$

$$\Rightarrow \dot{U}_L = (I_L.X_L).e^{j(\psi_{i_L}+90^\circ)}$$

$$= X_L.e^{j90^\circ}.(I_L.e^{j\psi_{i_L}}) = \dot{I}_L.\dot{Z}_L \Rightarrow$$

$$\boxed{\dot{I}_L = \frac{\dot{U}_L}{\dot{Z}_L}}$$

Trong đó: X_L : là điện kháng (inductive reactance) của điện cảm (Ω).

$\dot{Z}_L$: là tổng trở phức (complex impedance) của điện cảm (Ω).

- Công suất

+ Công suất tức thời p_L .

$$p_L = u_L.i_L = U_{L\max}.\sin(\omega t + \psi_{u_L}).I_{L\max}.\sin(\omega t + \psi_{i_L})$$

$$= (I_{L\max}.X_L).\sin(\omega t + \psi_{i_L} + 90^\circ).I_{L\max}.\sin(\omega t + \psi_{i_L})$$

$$= I_{L\max}^2.X_L.\cos(\omega t + \psi_{i_R}).\sin(\omega t + \psi_{i_R})$$

$$= I_L^2.X_L.\sin 2(\omega t + \psi_{i_R})$$

Nhận xét: Công suất tức thời p_L dao động hình sin với tần số 2ω (gấp đôi tần số của dòng điện), với biên độ $I_L^2 \cdot X_L$.

+ Công suất tác dụng P_L

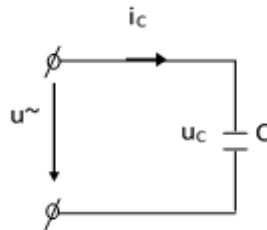
Công suất tác dụng là giá trị trung bình của công suất tức thời trong một chu kỳ của dòng điện.

$$P_L = \frac{1}{T} \int_0^T p_L \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T I_L^2 \cdot X_L \cdot \sin 2(\omega t + \psi_{i_L}) dt = 0$$

Về mặt vật lý điều này có nghĩa là ở điện cảm không có sự tiêu hao năng lượng mà chỉ có sự trao đổi năng lượng giữa nguồn và từ trường của cuộn dây. Trong mỗi chu kỳ năng lượng do nguồn đưa vào từ trường của điện cảm cũng bằng năng lượng mà từ trường trả lại nguồn.

Để đặc trưng cho cường độ của sự trao đổi năng lượng giữa nguồn và từ trường của điện cảm người ta dùng biên độ của công suất tức thời, gọi là công suất phản kháng (reactive power) của điện cảm: $Q_L = I_L^2 \cdot X_L$ (VAR: Vôn Ampe phản kháng).

c. Mạch điện chỉ có điện dung C



Hình 4.13. Mạch điện chỉ có điện dung C

- Quan hệ dòng áp

Xét mạch điện đơn giản chỉ có một phần tử là điện dung C được nối vào nguồn điện áp hình sin.

Ta có: $i_C = I_{C\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_C})$

Điện áp trên điện dung:

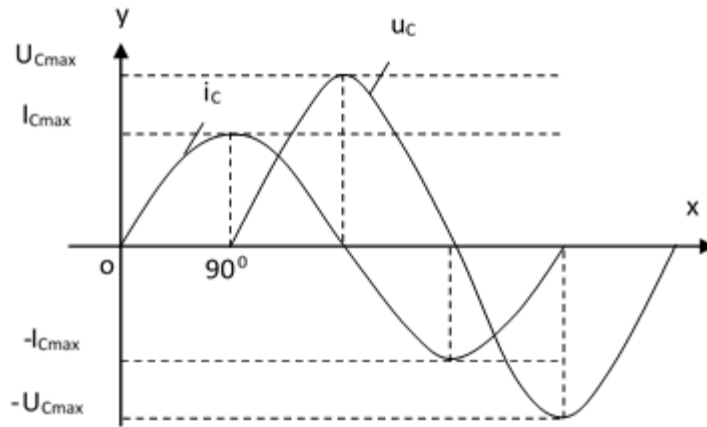
$$\begin{aligned} u_C &= \frac{1}{C} \int i_C \cdot dt = \frac{1}{C} \int I_{C\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_C}) \cdot dt \\ &= \frac{1}{\omega \cdot C} I_{C\max} \cdot [-\cos(\omega t + \psi_{i_C})] = U_{C\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{i_C} - 90^\circ) \\ &= U_{C\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{u_C}) \end{aligned}$$

Trong đó: $U_{C\max} = \frac{1}{\omega \cdot C} I_{C\max}$, $\psi_{u_C} = \psi_{i_C} - 90^\circ$

Nhận xét: Dòng điện và điện áp trên điện dung biến thiên cùng tần số, nhưng điện áp chậm pha sau dòng điện một góc 90° .

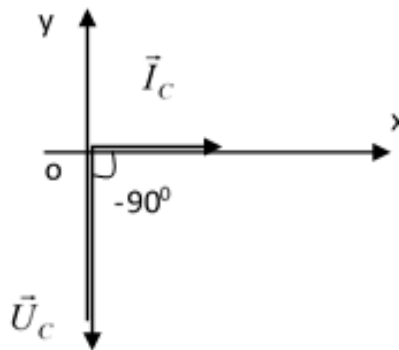
Góc lệch pha: $\varphi = \psi_{u_C} - \psi_{i_C} = -90^\circ$

* Đồ thị hình sin:



Hình 4.14. Đồ thị hình sin của mạch điện chỉ có điện dung C

* Đồ thị vectơ:



Hình 4.15. Đồ thị vectơ của mạch điện chỉ có điện dung C

- Định luật Ôm - dạng phức

Ta có: $U_{C\max} = \frac{1}{\omega \cdot C} I_{C\max} = X_C \cdot I_{C\max}$

$I_{C\max} = \frac{U_{C\max}}{X_C}$ chia cả 2 vế cho $\sqrt{2} \Rightarrow$

$$I_C = \frac{U_C}{X_C}$$

Trong đó: X_C : là điện kháng (capacitive reactance) của điện dung (Ω).

* Dạng phức:

$$\dot{I}_C = I_C \cdot e^{j\psi_{iC}} = I_C \angle \psi_{iC}$$

$$\dot{U}_C = U_C \cdot e^{j\psi_{uC}} = U_C \angle \psi_{uC}$$

$$\Rightarrow \dot{U}_C = (I_C \cdot X_C) \cdot e^{j(\psi_{iC} - 90^\circ)}$$

$$= X_C \cdot e^{-j90^\circ} \cdot (I_C \cdot e^{j\psi_{iC}}) = \dot{I}_C \cdot \dot{Z}_C \Rightarrow$$

$$\boxed{\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\dot{Z}_C}}$$

Trong đó: $\dot{Z}_C$: là tổng trở phức (complex impedance) của điện dung(Ω).

- Công suất

+ Công suất tức thời p_C

$$p_C = u_C \cdot i_C = U_{C\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{uC}) \cdot I_{C\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{iC})$$

$$= (I_{C\max} \cdot X_C) \cdot \sin(\omega t + \psi_{iC} - 90^\circ) \cdot I_{C\max} \cdot \sin(\omega t + \psi_{iC})$$

$$= I_{C\max}^2 \cdot X_C \cdot [-\cos(\omega t + \psi_{iC})] \cdot \sin(\omega t + \psi_{iC})$$

$$= -I_C^2 \cdot X_C \cdot \sin 2(\omega t + \psi_{iC})$$

Nhận xét: Công suất tức thời p_C dao động hình sin với tần số 2ω (gấp đôi tần số của dòng điện), với biên độ $I_C^2 \cdot X_C$

+ Công suất tác dụng P_C

Công suất tác dụng là giá trị trung bình của công suất tức thời trong một chu kì của dòng điện.

$$P_C = \frac{1}{T} \int_0^T p_C \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T -I_C^2 \cdot X_C \cdot \sin 2(\omega t + \psi_{iC}) dt = 0$$

Về mặt vật lí điều này có nghĩa là ở điện dung không có sự tiêu hao năng lượng mà chỉ có sự trao đổi năng lượng giữa nguồn và điện trường của tụ điện. Trong mỗi chu kì năng lượng do nguồn đưa vào điện trường của tụ điện cũng bằng năng lượng mà điện trường trả lại nguồn.

Để đặc trưng cho cường độ của sự trao đổi năng lượng giữa nguồn và điện trường của tụ điện người ta dùng biên độ của công suất tức thời, gọi là công suất phản kháng (reactive power) của điện dung: $Q_C = I_C^2 \cdot X_C$ (VAr: Vôn Ampe phản kháng).

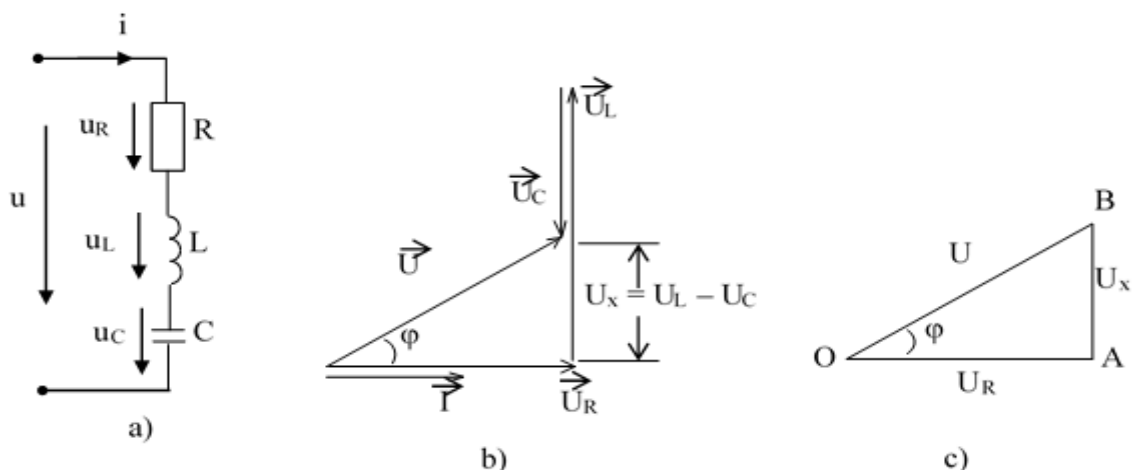
d. Mạch xoay chiều có RLC mắc nối tiếp

** Quan hệ dòng áp, tam giác điện áp*

Mạch xoay chiều không phân nhánh trong trường hợp tổng quát có cả ba thành phần điện trở R, điện cảm L, điện dung C nối tiếp (hình 4.16a). Giả sử khi đặt vào điện áp xoay chiều, mạch có dòng điện

$$i = I_m \sin \omega t$$

Dòng điện này đi qua điện trở, điện cảm, điện dung làm giáng trên nó những điện áp tương ứng:



Hình 4.16. Mạch RLC mắc nối tiếp

- Thành phần điện trở U_R gọi là thành phần tác dụng của điện áp, đồng pha với dòng điện, có trị số tính theo biểu thức:

$$U_R = I.R$$

- Thành phần điện cảm U_L vượt pha trước dòng điện 90° và có trị số tính theo biểu thức:

$$U_L = I.X_L$$

- Thành phần điện dung U_C chậm pha sau dòng điện 90° và có trị số tính theo biểu thức:

$$U_C = I.X_C$$

Hình 4.16b là đồ thị véc tơ của mạch. Điện áp đặt vào mạch bằng tổng ba điện áp thành phần:

$$u = u_R + u_L + u_C$$

hay cộng theo véc tơ:

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$$

Véc tơ điện áp $\vec{U}$ là cạnh huyền của tam giác vuông OAB, hai cạnh kia là:

- Cạnh OA = $U_R = I.R$ là thành phần tác dụng.
- Cạnh AB = $U_L - U_C = I(X_L - X_C) = U_x$ là thành phần phản kháng.

Tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là hai thành phần điện áp, cạnh huyền là véc tơ điện áp tổng, được gọi là tam giác điện áp của mạch xoay chiều không phân nhánh.

Từ tam giác điện áp, theo định lý Pitago, ta có:

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_x^2} = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

Về pha, điện áp lệch với dòng điện một góc φ . Xác định theo hàm số lượng giác.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{AB}{OA} = \frac{U_x}{U_R} = \frac{U_L - U_C}{U_R}$$

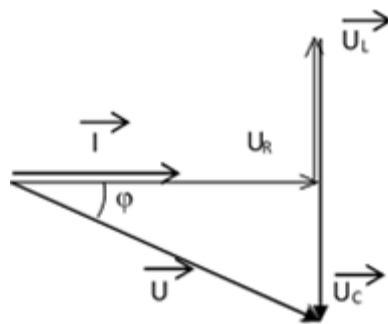
Biểu thức hình sin của điện áp:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi) = U\sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$$

Nếu $x_L > x_C$ thì $U_L > U_C$ và $\operatorname{tg}\varphi > 0$ nên $\varphi > 0$,

tức điện áp vượt pha trước dòng điện, hay dòng điện chậm pha sau điện áp (hình 4.16b) ta bảo mạch có tính điện cảm.

Nếu $x_L < x_C$ thì $U_L < U_C$ và $\operatorname{tg}\varphi < 0$ nên $\varphi < 0$, tức điện áp chậm pha sau dòng điện, hay dòng điện sớm pha trước điện áp (hình 4.17) ta bảo mạch có tính điện dung.



Hình 4.17. Tam giác điện áp khi $X_L < X_C$

Từ các quan hệ trong tam giác, nếu đã biết điện áp chung U và góc lệch pha φ , ta xác định được điện áp thành phần:

$$U_R = U \cos \varphi$$

$$U_x = U \sin \varphi$$