

**BỘ LAO ĐỘNG - THƯƠNG BINH VÀ XÃ HỘI
TỔNG CỤC DẠY NGHỀ**

GIÁO TRÌNH LẬP TRÌNH LÔGIC

**MÃ MÔN HỌC :
ITPRG3-01**

TRÌNH ĐỘ: CAO ĐẲNG NGHỀ



NĂM 2012

Tuyên bố bản quyền :

*Tài liệu này thuộc loại sách giáo trình
Cho nên các nguồn thông tin có thể được
phép dùng nguyên bản hoặc trích dùng cho các
mục đích về đào tạo và tham khảo .*

*Mọi mục đích khác có ý đồ lệch lạc hoặc
sử dụng với mục đích kinh doanh thiếu lành
mạnh sẽ bị nghiêm cấm.*

*Tổng Cục Dạy nghề sẽ làm mọi cách để bảo vệ
bản quyền của mình.*

*Tổng Cục Dạy Nghề cảm ơn và hoan nghênh
các thông tin giúp cho việc tu sửa
và hoàn thiện tốt hơn tài liệu này.*

Địa chỉ liên hệ:

*Dự án giáo dục kỹ thuật và nghề nghiệp
Tiểu Ban Phát triển Chương trình Học liệu*

.....

.....

LỜI TỰA

Đây là tài liệu được xây dựng theo chương trình của dự án giáo dục kỹ thuật và dạy nghề, để có được giáo trình này dự án đã tiến hành theo hai giai đoạn.

Giai đoạn 1 : Xây dựng chương trình theo phương pháp DACUM, kết quả của giai đoạn này là bộ khung chương trình gồm 230 trang cấp độ 2 và 170 trang cấp độ 3.

Giai đoạn 2 : 29 giáo trình và 29 tài liệu hướng dẫn giáo viên cho nghề lập trình máy tính 2 cấp độ.

Để có được khung chương trình chúng tôi đã mời các giáo viên, các chuyên gia đang làm việc trong lĩnh vực công nghệ thông tin cùng xây dựng chương trình.

Trong giai đoạn viết giáo trình chúng tôi cũng đã có những sự điều chỉnh để giáo trình có tính thiết thực và phù hợp hơn với sự phát triển của lĩnh vực công nghệ thông tin.

Tài liệu này được thiết kế theo từng mô đun/ môn học thuộc hệ thống mô đun/môn học của một chương trình, để đào tạo hoàn chỉnh nghề Lập trình máy tính ở cấp trình độ bậc cao và được dùng làm Giáo trình cho học viên trong các khoá đào tạo, cũng có thể được sử dụng cho đào tạo ngắn hạn hoặc cho các công nhân kỹ thuật, các nhà quản lý và người sử dụng nhân lực tham khảo.

Đây là tài liệu thử nghiệm sẽ được hoàn chỉnh để trở thành giáo trình chính thức trong hệ thống dạy nghề.

GIỚI THIỆU VỀ MÔN HỌC

Vị trí, ý nghĩa, vai trò môn học: là môn học chuyên ngành bắt buộc. Môn học được giảng dạy sau khi học sinh học xong các môn: Cơ sở toán học trong CNTT, Kỹ thuật lập trình nâng cao, Lý thuyết ngôn ngữ lập trình

Mục tiêu của môn học:

Nắm được các khái niệm cơ bản về kiểu lập trình logic, biết phân biệt các đặc trưng khác nhau cơ bản của lập trình logic và lập trình thủ tục, thực hiện giải các bài toán logic trong hệ cơ sở tri thức, nắm được các phương pháp thế, hợp giải, cơ chế đệ quy, quay lui và nắm được ngôn ngữ lập trình logic Prolog để giải các bài toán cụ thể.

Mục tiêu thực hiện của môn học:

Phân tích một bài toán thành các thành phần logic

Xây dựng cây cấu trúc logic của bài toán.

Xác định cách giải và lời giải của bài toán trên tập các luật và đích

Lập trình giải quyết một lớp các bài toán trên ngôn ngữ Prolog

Thực hành lập trình 3 ví dụ cơ bản trên Prolog

Nội dung chính của môn học:

1. Logic có ký hiệu hàm
2. Ước lượng Logic có chứa ký hiệu hàm
3. Xử lý logic từ trên xuống Bus mở rộng
4. Phép thế đồng nhất
5. Ước lượng logic từ trên xuống
6. Tính các quan hệ trong khi khai triển cây luật/đích
7. Thuật toán ước lượng cây luật/ đích
8. Đồ thị luật/đích
9. Làm các mẫu buộc (biding) thành duy nhất
10. Sắp thứ tự các đích con
11. Các khái niệm cơ bản về ngôn ngữ Prolog
12. Ngôn ngữ Prolog - mô tả chi tiết
13. Sử dụng cấu trúc dữ liệu
14. Cơ chế quay lui và toán tử rút gọn

Kỹ năng thực thành:

Đọc hiểu các khái niệm cơ bản về lập trình logic: các định nghĩa tính chất và các giải thuật

ứng dụng các kỹ thuật lập trình logic để giải quyết các bài toán tri thức mang tính đệ quy, suy luận

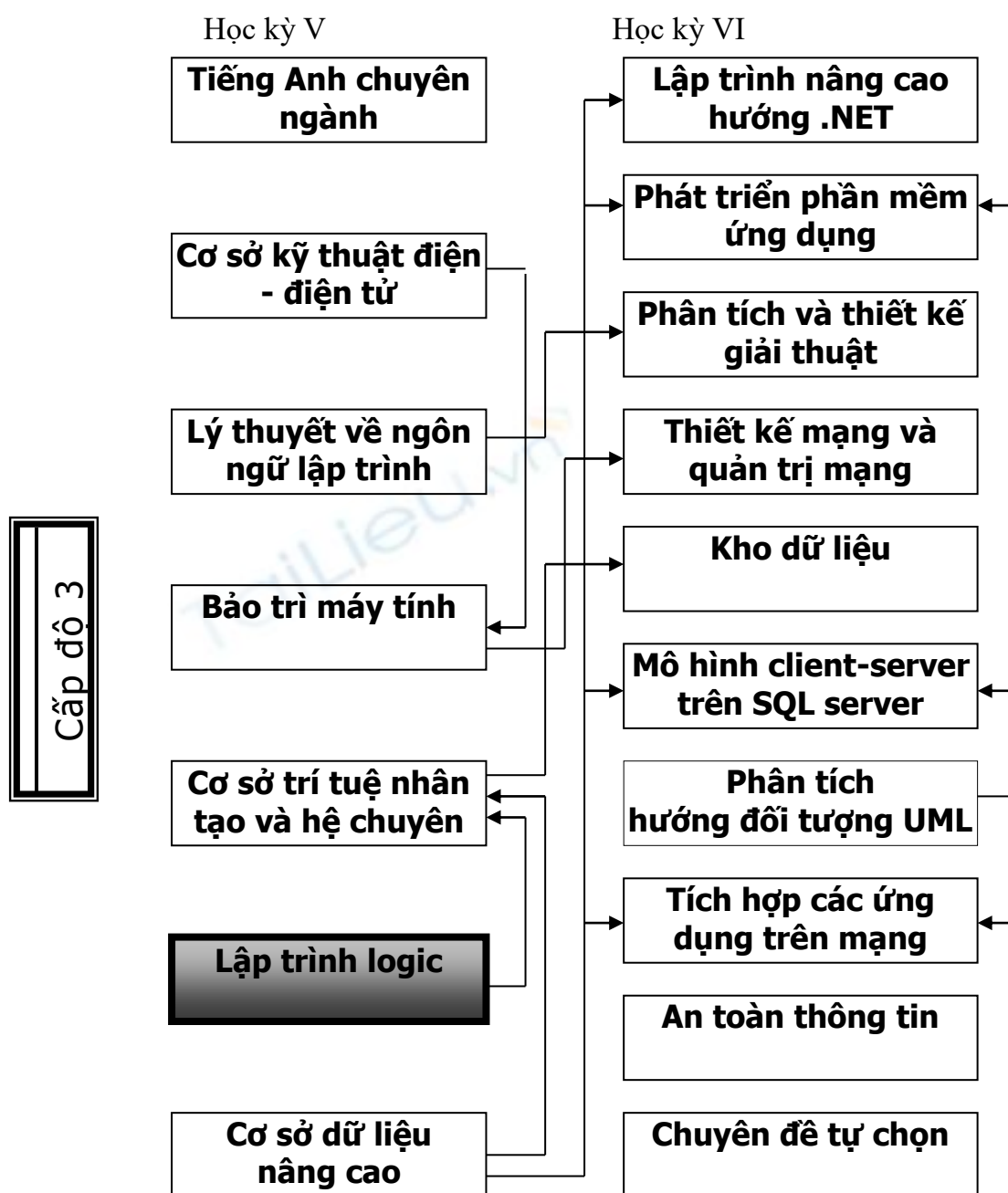
Lập trình lập trình logic có hiệu quả so với lập trình thủ tục

Từ bỏ thói quen lập trình truyền thống và sử dụng lợi thế của lập trình logic trong lớp các bài toán

Thái độ học viên:

Rèn tư duy logic để phân tích, tổng hợp các vấn đề cần giải quyết. Không bảo thủ với kiểu lập trình cũ. Thao tác cẩn thận chính xác trong lập trình. Tự tin trong khi làm việc. Kiên trì mạnh dạn khi thực hiện

Sơ đồ quan hệ theo trình tự học nghề



Lập trình logic là môn học bắt buộc. Mọi học viên phải học và đạt kết quả chấp nhận được đối với các bài kiểm tra đánh giá và thi kết thúc như đã đặt ra trong chương trình đào tạo.

Những học viên qua kiểm tra và thi mà không đạt phải thu xếp cho học lại những phần chưa đạt ngay và phải đạt điểm chuẩn mới được phép học tiếp các mô đun/ môn học tiếp theo.

Học viên, khi chuyển trường, chuyển ngành nếu đã học ở một cơ sở đào tạo khác

Đánh giá thông qua kiểm tra trắc nghiệm:

Kiểm tra trắc nghiệm được thực hiện trên máy tính và chấm cho kết quả ngay.

Xây dựng ngân hàng các câu hỏi. Học viên sẽ nhận được ngẫu nhiên Các câu hỏi trắc nghiệm 100 câu (mỗi chức năng 20 câu), Thời gian kiểm tra hạn chế trong 60 phút. Học viên có thể chưa qua lớp học máy tính nhưng tối thiểu biết gõ bàn phím và di chuột .

Thang điểm

- 0-49 : Không đạt
- 50-69 : Đạt trung bình
- 70-85 : Đạt khá
- 86-100 : Đạt Giỏi

Kỹ năng thực thành

- Đọc hiểu các khái niệm cơ bản về lập trình logic : các định nghĩa tính chất và các giải thuật
- Ứng dụng các kỹ thuật lập trình logic để giải quyết các bài toán tri thức mang tính đệ quy, suy luận
- Lập trình lập trình logic có hiệu quả so với lập trình thủ tục
- Từ bỏ thói quen lập trình truyền thống và sử dụng lợi thế của lập trình logic trong lớp các bài toán

Thái độ học viên

- Rèn tư duy logic để phân tích, tổng hợp các vấn đề cần giải quyết.
- Không bảo thủ với kiểu lập trình cũ.
- Thao tác cẩn thận chính xác trong lập trình.
- Tự tin trong khi làm việc.
- Kiên trì mạnh dạn khi thực hiện

MỤC LỤC	
BÀI 1 LOGIC HỌC	9
I. MỞ ĐẦU VỀ LOGIC HỌC	10
II. LOGIC MỆNH ĐỀ	12
III. LOGIC VỊ TỪ	16
IV. CÁC CÔNG THỨC CHÍNH	18
BÀI 2. PHÉP SUY DIỄN TRONG LOGIC VỊ TỪ	21
I. CÁC LUẬT SUY DIỄN	22
II. NGŨ NGHĨA CỦA LOGIC VỊ TỪ	23
III. QUAN HỆ GIỮA ĐỊNH LÝ VÀ HẬU QUẢ LOGIC	28
IV. PHÉP HỢP GIẢI	30
BÀI 3. PHÉP HỢP NHẤT	37
I. ĐỊNH NGHĨA PHÉP HỢP NHẤT	38
II. CÁC HỆ THỐNG BÁC BỎ BỞI LỜI GIẢI	46
BÀI 4. TỔNG QUAN VỀ NGÔN NGỮ PROLOG	50
I. GIỚI THIỆU NGÔN NGỮ PROLOG	51
II. CÁC KIỂU DỮ LIỆU SƠ CẤP CỦA PROLOG	53
III. SỰ KIỆN VÀ LUẬT TRONG PROLOG	55
BÀI 5. KIỂU DỮ LIỆU CẤU TRÚC CỦA PROLOG	69
I. GIỚI THIỆU	70
BÀI 6. CÁC PHÉP TOÁN VÀ SỐ HỌC	79
I. SỐ HỌC	80
II. CÁC PHÉP SO SÁNH CỦA PROLOG	87
III. ĐỊNH NGHĨA HÀM	91
TÀI LIỆU THAM KHẢO	102

Lôgic học

Mã bài học : ITPRG3-01.1

Mục tiêu thực hiện

Học xong bài này học viên sẽ có khả năng:

- Nắm được các khái niệm về lôgic học, ứng dụng của lôgic học.
- Nắm được lôgic mệnh đề và ngữ nghĩa của lôgic mệnh đề
- Hiểu lôgic vị từ, cú pháp của lôgic vị từ
- Nắm được các khái niệm hạng, nguyên tử, công thức chính

Nội dung bài

Lôgic mệnh đề

- Cú pháp của lôgic mệnh đề
- Ngữ nghĩa của lôgic mệnh đề

Lôgic vị từ

Cú pháp của lôgic mệnh đề

- Bảng chữ
- Hạng
- Nguyên tử

Các công thức chính

I. Mở đầu về lôgic học

Lôgic học (the lôgic) là môn khoa học về suy luận, hay lập luận (reasoning), mô tả suy luận hợp lý (characterizing the valid reasonings). Suy luận là để tạo ra thông tin mới từ những thông tin đã có nhờ các kỹ thuật biến đổi thông tin.

Lĩnh vực ứng dụng của lôgic học bao gồm :

- Cơ sở của mọi phép tính toán, chứng minh, suy luận hay diễn giải toán học.
- Tranh cãi, lập luận, hùng biện... trong cuộc sống hàng ngày của con người.
- Ứng dụng lôgic trong tin học :
 - Lập trình (programming) : chứng minh tính đúng đắn của thuật toán, tính khả thi của chương trình, lập trình lôgic.
 - Mạng (computer network) : chứng minh các tính chất của mạng.

- Trí tuệ nhân tạo (artificial intelligence) : tạo sinh phương án hoạt động (generation of plans) trong khoa học người máy (robotics), chẩn đoán sự cố, đối thoại người-máy, phân tích-tóm tắt văn bản, ...
- Cơ sở dữ liệu (CSDL) suy diễn (deductive database) : sử dụng suy diễn logic để tạo sinh các CSDL quan hệ...

Một số ví dụ về suy luận logic :

- Nếu trời mưa to thì đường đi ngập nước.
Mà trời đang mưa to.
Vậy thì đường đi ngập nước.
- Qua sông nên phải lụy đó
Tối trời nên phải lụy cô bán dầu. Ca dao)
- Cho trước n là một số nguyên dương lớn hơn 2, khi đó sẽ tìm được một số nguyên tố hoặc nhỏ thua n , hoặc bằng n .

Lôgic học có quan hệ chặt chẽ với lĩnh vực nghiên cứu xử lý ngôn ngữ (language processing). Theo quan điểm lôgic học, ngôn ngữ bao gồm các khái niệm từ vựng (lexicon), cú pháp (syntax) và ngữ nghĩa (semantics). Ngoài ra, người ta cũng đưa vào khái niệm tính thực dụng (pragmatics) để nghiên cứu cách lập luận, phân tích trong khi diễn đạt (nói, viết...) sử dụng các quy ước giao tiếp giữa con người với nhau.

Ví dụ cho tình huống như sau : «Mũi cu Tý chạm phải bức tường vừa cao, vừa rộng, vừa dày. ... ». Nếu nói tiếp rằng :

- « Cu Tý bước một cơn my », thì sai về mặt từ vựng.
- « Cu Tý bước một con mèo », thì đúng về mặt từ vựng nhưng sai cú pháp.
- « Cu Tý bước lên một con mèo », thì đúng cú pháp nhưng sai về mặt ngữ nghĩa.
- « Cu Tý bước lên một bước », thì đúng ngữ nghĩa nhưng sai về mặt thực tế.

Sai thực tế vì cu Tý đang đứng đối mặt với bức tường vừa cao, vừa rộng, vừa dày. Do đó nếu nói là :

- « Cu Tý lùi lại một bước », thì mới đúng về mặt thực tế.

Trong lôgic học, người ta phân biệt ba mức như sau :

- Ngôn ngữ : định nghĩa các câu, hay công thức, đúng đắn (well-formed formula).
- Lý thuyết về phép chứng minh (thuộc lĩnh vực tiên đề học – axiomatics) : định nghĩa các khái niệm có thể chứng minh được và suy diễn được.
- Lý thuyết các mô hình (về mặt nghĩa) : định nghĩa các khái niệm về tính hợp lệ (validity) và hệ quả lôgic (logical consequence)

Một cách lý tưởng người ta nói :

Tính hợp lệ = Tính chứng minh được (Validity=Demonstrability).

Người ta phân biệt lôgic học theo phương diện ứng dụng trong xử lý ngôn ngữ, gồm có các loại lôgic như sau :

- Logic mệnh đề (propositional logic) sử dụng các phép nối logic (logical connector) như và, hoặc, nếu, nếu và chỉ nếu, suy ra, không phải để liên kết các câu. Hầu hết các liên từ trong ngôn ngữ tự nhiên sử dụng phép nối logic.
- Logic vị từ (predicate logic), mở rộng từ logic mệnh đề, sử dụng các hạng (terms) và phép lượng hoá đối với biến logic, gồm hai lượng tử (quantifier) với mọi và tồn tại. Như vậy logic mệnh đề nằm trong logic vị từ, hay logic mệnh đề là logic vị từ đã bỏ đi các thành phần biến, hạng và lượng tử.
- Logic hình thái (modal logic), nghiên cứu các khả năng có thể hay tạm thời, sự bắt buộc, tin tưởng, hay có chủ ý. Một mệnh đề có thể đúng trong một tình huống nào đó, hoặc sai, hoặc không xác định, trong một tình huống khác.
- Logic định kiểu (types logic) cho phép lượng hoá không chỉ đối với các biến mà còn lượng hoá đối với các mệnh đề. Người ta kết hợp phép tính lambda (λ -calculus) với logic định kiểu để rút gọn, làm đơn giản hoá các mệnh đề phức tạp. Phép tính lambda được sử dụng trong các ngôn ngữ lập trình hàm (functional language programming), chẳng hạn như các ngôn ngữ họ Lisp.
- Logic động (dynamic logic) ứng dụng trong lý thuyết trình bày văn bản (DRT-Discourse Representation Theory) và logic giả định (presupposition logic) cho phép xử lý các mệnh đề thay đổi theo sự tiến triển của thông tin trong văn bản.

II. Logic mệnh đề

I.1. Cú pháp của logic mệnh đề

Mục đích của logic mệnh đề là nghiên cứu các mệnh đề (proposition) và các phép nối (combine) chúng với nhau. Trong logic mệnh đề, người ta sử dụng một bảng chữ (alphabet) $\square$ gồm các ký hiệu quy ước như sau :

- Chữ cái, chữ số và các dấu chấm câu trong một ngôn ngữ nào đó, chẳng hạn tiếng Anh, tiếng Việt, hay các ký hiệu, quy ước toán học...
- Các phép nối logic là $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ và $\leftrightarrow$ tương ứng với các phép phủ định, và, hoặc, kéo theo và tương đương, hay kéo theo lẫn nhau.
- Các dấu phân cách (separator signs) gồm dấu phẩy « $,$ », dấu mở ngoặc « $($ » và dấu đóng ngoặc « $)$ ».

Từ đó, người ta xây dựng mệnh đề là một câu (phát biểu) đúng đắn về mặt cú pháp. Có thể hình dung câu là sự ghép liên tiếp các ký hiệu của bảng chữ đã cho. Để biểu diễn những mệnh đề đang xét bất kỳ nào đó, người ta sử dụng các chữ cái in hoa P, Q, R. Như vậy, nếu P là một mệnh đề, người ta cũng có thể viết $P \in \square^*$.

Mỗi mệnh đề logic đều mang một ý nghĩa sử dụng trong thực tiễn. Người ta gán cho mỗi mệnh đề P một giá trị logic (hay trị chân lý – truth value) true (đúng, quy ước biểu diễn bởi số 1) hoặc false (sai, biểu diễn bởi số 0).

Người ta đưa vào khái niệm mệnh đề nguyên tử (atomic proposition), hay nói gọn, nguyên tử, là mệnh đề nhỏ nhất (không thể phân chia được nữa). Ví dụ các nguyên tử sau đây (ký hiệu bởi P, Q bên cạnh và khả năng nối với nhau) :

$x + a > 0$	P
Trời mưa P, đường đi ngập nước Q	$P \rightarrow Q$
Cô ấy nắm tay tôi P, chẳng nói năng gì Q	$P \wedge \neg Q$

Từ các nguyên tử, người ta xây dựng các mệnh đề phức hợp nhờ các phép nối logic. Cho trước P và Q là những mệnh đề, các mệnh đề phức hợp được xây dựng như sau :

- $\neg P$ phép phủ định (negation) của mệnh đề P.
Đọc «không P» hay «không phải P».
Ví dụ : Không phải trời mưa, $\neg(x + a > 0)$.
- $P \wedge Q$ phép hội (conjunction) của P và Q. Đọc «P và Q».
Ví dụ : - Biển một bên và em một bên.
- Chồng cây, vợ cây, con trâu đi bừa (ca dao).
- $(x \leq 0)$ và $(x \geq 0)$.
- $P \vee Q$ phép tuyển (disjunction) của P và Q hay phép hoặc không loại trừ lẫn nhau (inclusive or). Đọc «P hoặc Q», «P hay Q».
Ví dụ : - Có cả ánh trăng hoặc ánh nắng chiều.
- «Một là cứ phép gia hình, hai là lại cứ lầu xanh phó vờ» (Nguyễn Du).
- $(x > 0)$ hoặc $(x < 0)$.
- $P \rightarrow Q$ phép kéo theo (implication) của P và Q.
Đọc «P kéo theo Q»
(nếu P thì Q, vì có P nên có Q, P suy ra Q, P dẫn ra Q...)
Ví dụ : - Có lửa nên có khói.
- Không có sách thì không có tri thức.
- $(x + 1 > 0) \rightarrow (x > -1)$.
- $P \leftrightarrow Q$ phép tương đương (equivalence) của P và Q.
Đọc «P tương đương với Q».
Ví dụ : - Ông ăn chả, bà ăn nem (hiểu theo nghĩa cả hai cùng như nhau).
- Một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi tổng các chữ số của nó chia hết cho 3.
- $(|x| \leq 1) \leftrightarrow (x \leq 1) \text{ và } (x \geq -1)$.

Ngoài ra, người ta cũng sử dụng phép hoặc có loại trừ lẫn nhau (exclusive or), ký hiệu $P \oplus Q$. Đọc « hoặc là P, hoặc là Q ».

- Ví dụ : - Hoặc sắp xếp các từ theo thứ tự ABC có phân biệt chữ hoa chữ thường, hoặc sắp xếp không phân biệt chữ hoa chữ thường.
- « Đi thi cũng dở, ở không xong » (Hồ Xuân Hương).

Phép phủ định cũng còn được gọi là phép nối đơn, các phép nối còn lại là nhị phân. Sau đây là một số mệnh đề phức hợp viết đúng, phần bên phải là ví dụ giải thích theo ngôn ngữ tự nhiên (tiếng Việt) :

$\neg(P \wedge Q) \vee R$ Không phải ai cũng cưỡi xe đạp phố hoặc đi du lịch thật xa.

$Q \rightarrow (R \vee Q)$ Tôi có tiền nên tôi có thể mua ô tô hoặc mua nhà mới.

Sử dụng công thức siêu ngữ BNF (Backus-Naur Normal Form), người ta định nghĩa văn phạm (grammar) sinh ra lớp ngôn ngữ mệnh đề như sau :

formula ::= P, với mọi P là mệnh đề nguyên tử, $P \in \square^*$

formula ::= true | false

formula ::= $\neg$ formula

formula ::= (formula op formula)

op ::= $\wedge$ | $\vee$ | $\rightarrow$ | $\leftrightarrow$

I.2. Ngữ nghĩa của logic mệnh đề

Người ta xây dựng bảng chân lý (truth tables) cho các phép nối logic như sau :

P	Q	$\neg P$	$P \square\square Q$	$P \square\square Q$	$P \rightarrow Q$	$P \leftrightarrow Q$	$P \oplus Q$
0	0	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	0

Các cột của bảng được giải thích lần lượt như sau :

- $\neg P$ sai nếu P đúng, $\neg P$ đúng nếu P sai.
- $P \square\square Q$ đúng khi và chỉ khi cả P $\square$ và Q đều đúng.
- $P \square\square Q$ sai khi và chỉ khi cả P $\square$ và Q đều sai.
- $P \rightarrow Q$ chỉ sai khi và chỉ khi P đúng và Q sai.
- $P \leftrightarrow Q$ đúng khi và chỉ khi cả P $\square$ và Q đều đúng, sai khi và chỉ khi cả P $\square$ và Q đều sai.
- $P \oplus Q$ đúng khi và chỉ khi mệnh đề này là phủ định của mệnh đề kia

Ví dụ 1 :

Cho P, Q, R lần lượt là các mệnh đề $x \neq 0$, $y > 0$ và $x + 2y \leq 5$.

Với $x = 2$, $y = 4$ thì P đúng, Q đúng, còn R sai.

Từ đó $P \vee Q$ đúng, $\neg P$ sai, $P \vee Q$ đúng, $P \wedge R$ sai, v.v...

Sử dụng tính chất hai mệnh đề P và Q là tương đương khi có cùng giá trị đúng hoặc cùng sai, người ta xây dựng một số tính chất trên các phép nối logic như sau :

$$\neg(\neg P) \square P$$

$$(P \vee \text{false}) \square P$$

$$(P \vee \neg P) \square \text{true}$$

$$(P \vee \text{true}) \square \text{true}$$

$$(P \wedge \text{false}) \square \text{false}$$

$$(P \wedge \text{true}) \square P$$

$$(P \wedge \neg P) \square \text{false}$$

$$P \rightarrow (P \square \text{true})$$

Sau đây là các tính chất tương đương logic thường được sử dụng để biến đổi làm đơn giản các mệnh đề logic phức tạp, chúng tương tự tính chất các phép toán số học :

$$(P \wedge P) \leftrightarrow P \leftrightarrow (P \vee P)$$

$$(P \wedge Q) \leftrightarrow (Q \wedge P)$$

$$(P \vee P) \leftrightarrow (Q \vee P)$$

$$((P \wedge Q) \wedge R) \leftrightarrow (P \wedge (Q \wedge R))$$

$$((P \vee Q) \vee R) \leftrightarrow (P \vee (Q \vee R))$$

$$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \leftrightarrow (P = Q)$$

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow ((P \wedge Q) = P)$$

$$(P \rightarrow Q) \leftrightarrow ((P \vee Q) = Q)$$

$$(P \wedge (Q \vee R)) \leftrightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge R))$$

$$(P \vee (Q \wedge R)) \leftrightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R))$$

$$(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \wedge ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$$

Định luật De Morgan :

$$\neg (P \vee Q) \leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$$

$$\neg (P \wedge Q) \leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$$

Ví dụ 2 :

Để biểu diễn số thực x nằm ngoài đoạn $[-1,1]$, ta có thể viết : $(x < -1) \vee (x > 1)$.



Hình II.1. Biểu diễn số thực x nằm ngoài đoạn $[-1,1]$.

Ví dụ 3:

Để tính giá trị của mệnh đề logic phức tạp, người ta lập bảng chân lý.

Ví dụ : tính giá trị của mệnh đề $P \wedge \neg Q \vee \neg P \wedge Q$.

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \wedge \neg Q$	$\neg P \wedge Q$	$P \wedge \neg Q \vee \neg P \wedge Q$
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0

III. Logic vị từ

I.3. Cú pháp của logic vị từ

Trong logic vị từ, người ta sử dụng các khái niệm hạng (term), nguyên tử (atom), trực kiện (literal) và công thức chính (well-formed formula). Đó là những câu được xây dựng từ một bảng chữ đúng đắn về mặt cú pháp.

I.3.1. Bảng chữ

Bảng chữ gồm các ký hiệu đã được sử dụng trong logic mệnh đề, ngoài ra còn có :

- Trực kiện, hay hằng (constant), là một chuỗi ký tự a..z, 0..1 bất kỳ, bắt đầu bằng một chữ cái thường. Ví dụ : tom, jerry, a1...
- Các biến (variable) cũng có dạng một chuỗi ký tự A..Z, 0..1 bất kỳ, bắt đầu bằng một chữ cái hoa. Ví dụ : X, Y, NAME.
- Các vị từ cũng được viết tương tự các biến, là một chuỗi chữ cái hoa A..Z bất kỳ, bắt đầu bằng một chữ cái hoa P, Q, ON, BETWEEN...
- Các hàm (function), có cách viết tương tự các hằng, bắt đầu bằng một chữ cái thường như f, g, h1, successor, weighth.
- Hai dấu lượng từ là tồn tại (existential quantifier), ký hiệu $\exists$, và toàn thể (universal quantifier), ký hiệu $\forall$.

Mỗi hàm được xác định bởi bậc, hay số lượng các đối (number of arguments). Bậc của hàm là một số nguyên dương.

Người ta quy ước rằng các trực kiện hay hằng là những hàm bậc không.

Ví dụ : 5, 1.9, số $\square$... là các hằng được xem là hàm bậc 0.

Hàm $\sin(x)$ có bậc là 1, $\max(x, y)$ có bậc là 2, v.v...

Mỗi vị từ cũng được xác định bởi bậc. Khi vị từ có bậc là 0, vị từ là một mệnh đề, hay mệnh đề là những vị từ bậc không.

Ví dụ : Mệnh đề : «Mọi số bình phương đều là số dương» là vị từ bậc 0,
EMPTY(vector) là vị từ có bậc 1,
LOVE(X, Y) là vị từ có bậc 2,
BETWEEN (tom, X, jerry) là vị từ có bậc 3.

I.3.2. Hạng

Hạng (term) được định nghĩa như sau :

- Các hằng và các biến đều là các hạng, ký hiệu là t.
- Nếu f là hàm có bậc $n \geq 1$ và nếu $t_1, \dots, t_n$ đều là các hạng, thì hàm $f(t_1, \dots, t_n)$ cũng là một hạng.

Ví dụ :

Các hàm $\text{successor}(X, Y)$, $\text{weight}(b)$, $\text{successor}(b, \text{weight}(Z))$ đều là các hạng.
 $P(X, \text{blue})$ không phải là hạng, mà là một vị từ.
 $\text{weight}(P(b))$ cũng không phải là hạng,
 vì $P(b)$ là vị từ, không là hạng, không thể làm đối cho một hàm.

I.3.3. Nguyên tử

Nguyên tử (atom) được định nghĩa như sau :

- Các mệnh đề (vị từ bậc 0) là các nguyên tử.
- Nếu P là một vị từ bậc n ($n \geq 1$) và nếu $t_1, \dots, t_n$ đều là các hạng, thì $P(t_1, \dots, t_n)$ cũng là một nguyên tử.

Ví dụ :

Sau đây là các nguyên tử :

$\text{MAN}(X)$, $P(X, \text{blue})$, $\text{BETWEEN}(X, Y, Z)$

Còn sau đây thì không phải nguyên tử :

$\text{successor}(X, Y)$ là một hàm bậc 2

WINDOW là một biến, hay hàm bậc 0

II. Các công thức chỉnh

Các công thức chỉnh được tạo thành từ ba luật sau :

- Các nguyên tử đều là các công thức chỉnh.
- Nếu G và H biểu diễn các công thức chỉnh, thì (G) , $(G \wedge H)$, $(G \vee H)$, $(G \rightarrow H)$ và $(G \leftrightarrow H)$ cũng là các công thức chỉnh.
- Nếu G là một công thức chỉnh và X là một biến, thì $(\exists X)G$ và $(\forall X)G$ cũng là các công thức chỉnh.

Ví dụ :

Các công thức sau đây là chỉnh :

$$(\exists X) (\forall Y) ((P(X, Y) \wedge Q(X, Y)) \rightarrow R(X))$$

$$((P(a) \rightarrow P(b)) \rightarrow P(c))$$

còn $P(Q(a))$ và $f(P(a))$ không phải là công thức chỉnh.

Một công thức chỉnh được gọi là một trực kiện hay một trị đúng nếu nó là một nguyên tử hay có dạng $(\neg G)$, với G là một nguyên tử.

Trong một công thức chỉnh, trước hoặc sau các ký tự nối, ký tự phân cách, các hằng, các biến, các hàm, các vị từ, người ta có thể đặt tùy ý các dấu cách (space hay blank).

Từ nay về sau ta quy ước rằng, trong một công thức chỉnh, nếu có một biến được lượng tử hóa, tức là biến xuất hiện ngay theo sau ký hiệu $\exists$ hay $\forall$, thì từ vị trí đó trở đi, tất cả các biến có cùng tên này cũng được lượng tử hóa.

Một công thức chỉnh có thể chứa các biến không được lượng tử hóa, chúng được gọi là những biến tự do (free variable). Ví dụ : $P(X)$ và $(\exists Y) Q(X, Y)$ là các công thức chỉnh có chứa biến tự do X . Trong trí tuệ nhân tạo, người ta sử dụng công thức chỉnh dùng để diễn tả các nghĩa, biểu diễn tri thức (knowledge). Ví dụ công thức chỉnh dưới đây :

$$(\forall X) (MAN(X) \rightarrow MORTAL(X))$$

thể hiện câu «tất cả mọi người đều chết» với quy ước rằng $MAN(X)$ có nghĩa « X là một người» và $MORTAL(X)$ có nghĩa « X chết».

Không phải luôn luôn dễ dàng dùng một công thức chỉnh để biểu diễn một tri thức diễn tả theo ngôn ngữ tự nhiên (natural language). Chẳng hạn, để diễn tả rằng «Nếu hai vật bằng nhau thì chúng có cùng tính chất», người ta có thể viết :

$$(\forall P) (\forall X) (\forall Y) (EQUAL(X, Y) \rightarrow (P(X) \leftrightarrow P(Y)))$$

Nhưng biểu thức trên không phải là logic vị từ vì có lượng tử $\forall$ áp dụng cho một ký tự vị từ là P . Có thể viết lại $EQUAL(X, Y)$ thành $EQP(X, Y)$ để diễn tả nghĩa «hai vật bằng nhau», khi đó :

$$(\forall X) (\forall Y) (EQP(X, Y) \rightarrow (P(X) \leftrightarrow P(Y)))$$

Logic vị từ được gọi là «cấp một» (first-order) vì trong định nghĩa các công thức chỉnh không chứa các lượng tử cho vị từ hay cho hàm. Ví dụ :

$$(\forall P)P(a) \text{ và } (\forall f) (\forall X) P(f(X), b)$$

không phải là những công thức chỉnh logic vị từ, mà có cấp cao hơn (higher-order).

Bài tập

A. Logic mệnh đề

1. Cho biết với những giá trị nào của n thì mệnh đề sau đây là đúng :

$$((n = 1)) \rightarrow (n = 2))$$

$$((n = 1)) \square (n = 2))$$

2. Bằng cách đặt tên cho các mệnh đề và sử dụng các phép nối logic, hãy chuyển các câu sau đây thành mệnh đề phức hợp :

Hướng dẫn : Câu «Tom đã lớn tuổi hoặc còn trẻ tuổi» có hai mệnh đề :

P = «Tom đã lớn tuổi» và Q = «Tom còn trẻ tuổi». Từ đó nhận được $P \vee Q$.

1. Con người ta đều phải chết
2. Người ta không thể bơi lội khi chưa ngâm mình trong nước
3. Con người ta còn trẻ khi tuổi dưới 18.
4. Trong tháng 9, cu Tèo phải học suốt ngày, trừ phi nó không làm việc cả ngày.
5. Không thể giảng dạy ở bậc đại học mà không có bằng đại học.
3. Sử dụng bảng chân lý, hãy chứng minh các tính chất sau :
 1. $((F \rightarrow G) \vee (G \square H)) \square (F \square H)$
 2. $(F \leftrightarrow G) \square ((F \square G) \wedge (G \square F))$

3. $(F \sqcup G) \sqcup (\Box F \sqcup G)$
4. $(F \sqcup (G \wedge H)) \sqcup ((F \sqcup G) \wedge (F \sqcup H))$
5. $(F \wedge (G \sqcup H)) \sqcup ((F \wedge G) \sqcup (F \wedge H))$
6. $(\neg(F \sqcup G)) \sqcup (\Box F \wedge \Box G)$
7. $(\Box(F \wedge G)) \sqcup (\Box F \sqcup \Box G)$
8. $(F \sqcup (G \sqcup H)) \sqcup ((F \wedge G) \sqcup H)$
9. $(F \sqcup (G \wedge H)) \sqcup ((F \sqcup G) \wedge (F \sqcup H))$
10. $((F \wedge G) \sqcup H) \sqcup ((F \sqcup H) \sqcup (G \sqcup H))$
11. $(F \sqcup (G \sqcup H)) \sqcup ((F \sqcup G) \sqcup (F \sqcup H))$
12. $((F \sqcup G) \sqcup H) \sqcup ((F \sqcup H) \wedge (G \sqcup H))$
13. $((F \sqcup G) \sqcup H) \sqcup (F \sqcup (G \sqcup H))$

B. Logic vị từ

4. Cho R là một quan hệ nào đó trên tập hợp E .
Hãy giải thích ý nghĩa toán học của các phát biểu sau :
 1. $\forall X \exists Y \Box Z (R(X, Z) \sqcup Y = Z)$
 2. $\Box Y \Box X \Box Z (R(X, Z) \sqcup Y = Z)$
 3. $\Box X \Box Z \Box Y (R(X, Z) \sqcup Y = Z)$
5. Cho E là một tập hợp khác rỗng và một quan hệ nhị phân trên E , Trong các phát biểu dưới đây, các lượng từ áp dụng cho các biến lấy giá trị trong E .
 - (A1) $\Box X \Box Y \Box Z (R(X, Y) \wedge R(Y, Z) \sqcup R(X, Z))$
 - (A2) $\Box X \Box Y (\Box R(X, Y) \sqcup (X = Y \sqcup R(Y, X)))$
 - (A3) $\Box X \Box R(X, X)$
 - (A4) $\Box X \Box Y R(X, Y)$
 - (A5) $\Box X \Box Y R(Y, X)$
 - (A6) $\Box X \Box Y ((\Box Z (R(X, Z) \sqcup R(Z, Y))) \sqcup R(X, Y))$

Người ta xét 7 trường hợp như sau :

 1. $E = \aleph$ và $R(X, Y)$ có nghĩa là $X < Y$
 2. $E = \mathbb{Q}$ và $R(X, Y)$ có nghĩa là $X < Y$
 3. $E = \Re$ và $R(X, Y)$ có nghĩa là $X < Y$
 4. $E = \mathbb{R}^+$ và $R(X, Y)$ có nghĩa là $X < Y$
 5. $E = \mathbb{R}$ và $R(X, Y)$ có nghĩa là $X \sqcup Y$
 6. $E = \mathbb{R}^+$ và $R(X, Y)$ có nghĩa là $X < Y$

Với mỗi phát biểu từ (A1) đến (A6), cho biết phát biểu là đúng hay sai trong mỗi trường hợp từ 1 đến 6 ?
6. Hãy tìm các ví dụ về các vị từ trong cuộc sống, trong toán học... để xây dựng các công thức chỉnh (càng phức tạp càng tốt).

BÀI 2

Phép suy diễn trong logic vị từ

Mã bài học : ITPRG3-01.2

Mục tiêu thực hiện

Học xong bài này học viên sẽ có khả năng:

- Nắm được ngữ nghĩa của logic vị từ
- Nắm được các khái niệm về luật suy diễn trong logic vị từ.
- Nắm được các khái niệm hợp thức và thoả đáng của một công thức chính
- Hiểu cách vận dụng các công thức tương đương
- Hiểu phép hợp giải các dạng mệnh đề
- Nắm được cách chuyển đổi một công thức chính về dạng chuẩn
- Hiểu phép hợp giải đối với các mệnh đề cụ thể

Nội dung bài

Các luật suy diễn

Ngữ nghĩa của logic vị từ

- Khái niệm « diễn giải »
- Giá trị một công thức theo diễn giải
- Tính hợp thức và thoả đáng của một công thức
- Tính không quyết định được
- Công thức tương đương
- Hậu quả logic

Quan hệ giữa định lý và hậu quả logic

- Nhóm các luật suy diễn «đúng đắn»
- Nhóm các luật suy diễn «đầy đủ»
- Vì sao cần «đúng đắn» hay «đầy đủ» ?

Phép hợp giải

- Dạng chuẩn trước của một công thức chính
- Chuyển qua dạng chuẩn của công thức chính
- Quan hệ giữa công thức chính và các dạng mệnh đề
- Phép hợp giải đối với các mệnh đề cụ thể

I. Các luật suy diễn

Luật suy diễn (inference rule) là cách suy dẫn (derive) từ một hoặc nhiều công thức chính để chuyển thành một công thức chính khác.

Chẳng hạn các luật suy diễn sau đây :

- Luật suy diễn modus ponens : Từ hai công thức chính lần lượt là G và $(G \rightarrow H)$, có thể suy dẫn ra công thức chính H (ở đây vẫn quy ước rằng các tên như G, H phải được thay thế bởi các công thức chính mà chúng biểu diễn).
- Luật suy diễn modus tollens : Từ các công thức chính là $(\neg H)$ và $(G \rightarrow H)$, ta suy dẫn ra được $(\neg G)$.

Người ta viết quy ước hai luật suy diễn trên như sau :

$\frac{G \rightarrow H \quad G}{\therefore H}$	$\frac{\neg H \quad G \rightarrow H}{\therefore \neg G}$
Luật modus ponens	Luật modus tollens

- Luật suy diễn chuyên dụng (universal specialization) :
 Từ một công thức chính có dạng :
 $(\forall X) G(X)$
 và từ một hằng bất kỳ, chẳng hạn «a», có thể suy dẫn thành công thức chính :
 $G(a)$
 nghĩa là mọi vị trí X trong G được thay thế bởi a .

Cho trước một tập hợp các luật suy diễn, người ta có thể xét họ bài toán sau đây : Từ một tập hợp các công thức chính đã chọn, bằng cách áp dụng một số hữu hạn lần nào đó các luật suy diễn, có thể nhận được một công thức chính đã cho trước hay không ?

Các công thức chính được chọn lúc đầu được gọi là các tiên đề (axiom). Các công thức chính nhận được bằng cách áp dụng các luật suy diễn được gọi là các định lý (theorem). Một dãy các áp dụng các luật suy diễn từ các tiên đề dẫn đến định lý là một phép chứng minh (proving) của định lý.

Một số kỹ thuật hợp giải vấn đề (problem resolution) trong «Trí tuệ nhân tạo» như tìm kiếm trong không gian các trạng thái, được xem là chứng minh một định lý đã cho. Trong không gian các trạng thái, tập hợp các tiên đề là trạng thái đầu, các luật suy diễn đóng vai trò phép chuyển trạng thái, các trạng thái đích là tập hợp các công thức chính trong đó có chứa định lý cần chứng minh.

II. Ngữ nghĩa của logic vị từ

Sau đây, ta sẽ xét cách sử dụng các công thức chính để biểu diễn tri thức và suy luận trên các giá trị chân của các tri thức đã có để tìm được giá trị chân của các tri thức khác.

II.1. Khái niệm diễn giải

Một diễn giải (Interpretation) của một công thức chính G , ký hiệu I , được xác định từ năm bước sau đây :

- Chọn một miền diễn giải (interpretation domain) ký hiệu là D với $D \neq \emptyset$, nghĩa là miền diễn giải là một tập hợp khác rỗng các phần tử.