

BỘ NÔNG NGHIỆP VÀ PHÁT TRIỂN NÔNG THÔN
TRƯỜNG CAO ĐẲNG CƠ ĐIỆN HÀ NỘI



HCEM
CAO ĐẲNG CƠ ĐIỆN HÀ NỘI

GIÁO TRÌNH

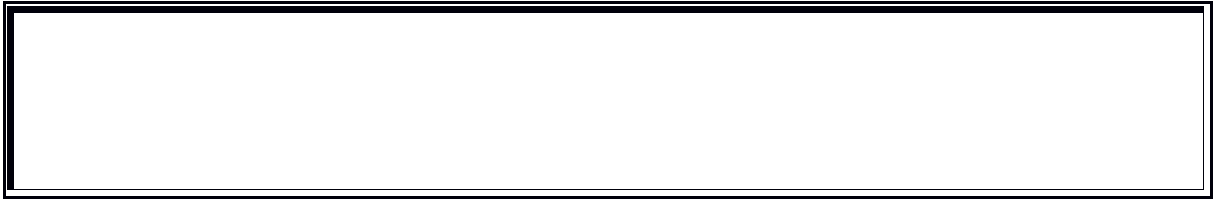
ROBOT CÔNG NGHIỆP

(Lưu hành nội bộ)

Tác Giả : Th.S Nguyễn Trung Dũng (chủ biên)

Th.S Lê Xuân Phong





MỤC LỤC

TRANG

Tailieu.vn

MÔ ĐUN RÔ BỐT CÔNG NGHIỆP

Mã mô đun: MĐ35

Vị trí, tính chất, ý nghĩa và vai trò của mô đun:

Mô đun Robot Công Nghiệp là một mảng kiến thức và kỹ năng không thể thiếu được với một công nhân kỹ thuật chuyên ngành Điện Tử Công nghiệp. Các kiến thức và kỹ năng từ mô đun này giúp học sinh, sinh viên nắm bắt các kiến thức và kỹ năng thực hành rô bốt trong công nghiệp. Để có thể thực hiện tốt các nội dung của mô đun này người học cần phải nắm một số kiến thức cơ bản về kỹ năng trong mô đun kỹ thuật cảm biến, mô đun điều khiển điện khí nén,...

Mục tiêu của mô đun:

Sau khi học xong mô đun này người học có kiến thức và kỹ năng:

- Trình bày được cấu trúc của rô bốt công nghiệp
- Mô tả được quá trình hoạt động của các rô bốt dùng trong công nghiệp
- Lập trình và mô phỏng được các chuyển động của rô bốt
- Sử dụng, bảo trì được các rô bốt công nghiệp đúng qui trình kỹ thuật
- Sửa chữa được một số hư hỏng thông thường trên các rô bốt công nghiệp
- Rèn luyện tính tỷ mỉ, chính xác, an toàn và vệ sinh công nghiệp

Nội dung của mô đun:

Số TT	Tên các bài trong mô đun	Thời gian				
			Tổng số	Lý thuyết	Thực hành	Kiểm tra*
1	Giới thiệu chung về Robot công nghiệp		5	5	0	0
2	Các phép biến đổi thuần nhất		30	19	10	1
3	Phương trình động học của Robot		40	18	21	1
4	Ngôn ngữ lập trình Robot		20	5	14	1

5	Truyền động và điều khiển Robot	20	5	15	0
6	Mô phỏng Robot trên máy tính	65	5	58	2
	Tổng	180	57	118	5

TaiLieu.vn

BÀI 1
GIỚI THIỆU CHUNG VỀ RÔ BỐT CÔNG NGHIỆP
Mã bài: MĐ35 – 1

Giới thiệu:

Trước khi bắt đầu tìm hiểu và học tập robot công nghiệp, thì người học cần nắm rõ những khái niệm về robot công nghiệp, cấu trúc cơ bản, phân loại và ứng dụng của robot công nghiệp

Mục tiêu:

- Trình bày được quá trình phát triển, các khái niệm và định nghĩa về rô bốt công nghiệp
- Trình bày được ứng dụng và xu hướng phát triển của Rôbốt công nghiệp trong tương lai.
- Rèn luyện tính tư duy, tác phong công nghiệp

Nội dung chính:

1. Sơ lược quá trình phát triển của robot công nghiệp (IR: Industrial Robot):

Mục tiêu: giới thiệu cho người học các kiến thức về quá trình phát triển của robot công nghiệp.

Thuật ngữ “Robot” xuất phát từ tiếng Sec (Czech) “Robota” có nghĩa là công việc tạp dịch trong vở kịch Rossum’s Universal Robots của Karel Capek, vào năm 1921. Trong vở kịch này, Rossum và con trai của ông ta đã chế tạo ra những chiếc máy gần giống với con người để phục vụ con người. Có lẽ đó là một gợi ý ban đầu cho các nhà sáng chế kỹ thuật về những cơ cấu, máy móc bắt chước các hoạt động cơ bắp của con người.

Đầu thập kỷ 60, công ty của Mỹ AMF (American Machine Foundary Company) quảng cáo một loại máy tự động vận năng gọi là “Người máy công nghiệp” (Industrial Robot).

Về mặt kỹ thuật, những robot công nghiệp ngày nay có nguồn gốc từ hai lĩnh vực kỹ thuật ra đời sớm hơn đó là các cơ cấu điều khiển từ xa (Teleoperators) và các máy công cụ điều khiển số (NC – Numerically Controlled machine tool).

Các cơ cấu điều khiển từ xa đã được phát triển mạnh trong chiến tranh thế giới lần thứ hai nhằm nghiên cứu các vật liệu phóng xạ. Các cơ cấu này thay thế cho cánh tay của người thao tác gồm có một bộ kẹp bên trong và hai

tay cầm bên ngoài. Cả tay cầm và bộ kẹp được nối với cơ cấu 6 bậc tự do để tạo ra hướng và vị trí tùy ý.

Robot công nghiệp đầu tiên được chế tạo là robot Versatran của công ty AMF. Cũng trong khoảng thời gian này ở Mỹ xuất hiện loại robot Unimate-1990 được dùng đầu tiên trong kỹ nghệ ô tô.

Tiếp theo Mỹ, thì các nước khác bắt đầu sản xuất robot công nghiệp như: Anh – 1967, Thụy Điển và Nhật – 1968 theo bản quyền của Mỹ, Cộng Hoà Liên Bang Đức – 1971, Pháp – 1972, Italia – 1973,...

Tính năng làm việc của robot ngày càng nâng cao, nhất là khả năng nhận biết và xử lý. Năm 1967, trường đại học Stanford (Mỹ) đã chế tạo ra mẫu robot hoạt động theo mô hình “mắt – tay”, có khả năng nhận biết và định hướng bàn kẹp theo vị trí vật kẹp nhờ các cảm biến. Năm 1974 công ty Cincinnati (Mỹ) đưa ra loại robot được điều khiển bằng máy vi tính gọi là robot T3 (The Tomorrow Tool), robot này có khả năng nâng vật có khối lượng lên đến 40kg.

Có thể nói, robot là sự tổng hợp khả năng hoạt động linh hoạt của các cơ cấu điều khiển từ xa với mức độ tri thức ngày càng phong phú của hệ thống điều khiển theo chương trình số cũng như kỹ thuật chế tạo các bộ cảm biến, công nghệ lập trình và các phát triển của trí tuệ nhân tạo, hệ chuyên gia,... Ngày nay, việc nâng cao tính năng của robot ngày càng được phát triển, nhiều robot thông minh hơn nhiều, đặc biệt là Nhật Bản đã chế tạo nhiều robot giống người như Asimo, robot có cảm giác,... Một vài số liệu về công nghiệp sản xuất robot như sau:

Nước sx	Năm 1990	Năm 1994	Năm 1998
Nhật	60.118	29.765	67.000
Mỹ	4.327	7.634	11.100
Đức	5.845	5.125	8.600
Italia	2.500	2.408	4.000
Pháp	1.488	1.197	2.000
Anh	510	1.086	1.500
Hàn Quốc	1.000	1.200	

2. Ứng dụng của robot công nghiệp trong sản xuất:

Mục tiêu: giới thiệu cho người học hiểu rõ tầm quan trọng và ứng dụng của robot công nghiệp trong sản xuất.

Từ khi mới vừa ra đời robot công nghiệp được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực dưới góc độ thay thế sức người. Nhờ vậy, các dây chuyền sản xuất được tổ chức lại, năng suất và hiệu quả sản xuất tăng lên rõ rệt.

Mức tiêu của việc ứng dụng robot công nghiệp nhằm góp phần nâng cao năng suất dây chuyền công nghệ, giảm giá thành, nâng cao chất lượng và khả năng cạnh tranh của sản phẩm, đồng thời cải thiện điều kiện lao động. Lợi

thế của robot là làm việc không biết mệt mỏi, có khả năng làm trong môi trường phóng xạ độc hại, nhiệt độ cao,...

Ngày nay, đã xuất hiện nhiều dây chuyền sản xuất tự động gồm các máy CNC với robot công nghiệp, các dây chuyền đó đạt mức độ tự động hoá và mức độ linh hoạt cao,...

Ngoài các phân xưởng, nhà máy, kỹ thuật robot cũng được sử dụng trong việc khai thác thềm lục địa và đại dương, trong y học, trong quốc phòng, trong việc chinh phục vũ trụ, trong công nghiệp nguyên tử,...

Như vậy, robot công nghiệp được sử dụng trong nhiều lĩnh vực bởi ưu điểm của nó, tuy nhiên nó chưa linh hoạt như con người nên cũng cần con người giám sát.

3. Các khái niệm và định nghĩa về robot công nghiệp:

Mục tiêu: trình bày cho người học nắm rõ các khái niệm và định nghĩa về robot công nghiệp.

3.1. Định nghĩa robot công nghiệp:

Hiện nay có rất nhiều định nghĩa về robot, có thể điểm qua một số định nghĩa như sau:

Định nghĩa theo tiêu chuẩn AFNOR (Pháp):

Robot công nghiệp là một cơ cấu chuyển động tự động có thể lập trình, lặp lại các chương trình, tổng hợp các chương trình đặt ra trên các trục tọa độ; có khả năng định vị, định hướng, di chuyển các đối tượng vật chất: chi tiết, dao cụ, gá lắp,... theo những hành trình thay đổi đã chương trình hoá nhằm thực hiện các nhiệm vụ công nghệ khác nhau.

Định nghĩa theo TIA (Robot Institute of America):

Robot là một tay máy vạn năng có thể lặp lại các chương trình được thiết kế để di chuyển vật liệu, chi tiết, dụng cụ hoặc các thiết bị chuyên dùng thông qua các chương trình chuyển động có thể thay đổi để hoàn thành các nhiệm vụ khác nhau.

Định nghĩa theo FOCT 25686 – 85 (Nga):

Robot công nghiệp là một máy tự động, được đặt cố định hoặc di động được, liên kết giữa một tay máy và một hệ thống điều khiển theo chương trình, có thể lập trình lại để hoàn thành các chức năng vận động và điều khiển trong quá trình sản xuất.

3.2. Bậc tự do của robot (DOF: Degrees of Freedom):

Bậc tự do là số khả năng chuyển động của một cơ cấu (chuyển động quay hoặc tịnh tiến). Để dịch chuyển được một vật thể trong không gian, cơ cấu chấp hành của robot phải đạt được một số bậc tự do. Nói chung cơ hệ của robot là một cơ cấu hở, do đó bậc tự do của nó có thể tính theo công thức.

$$(1.1)$$

Trong đó:

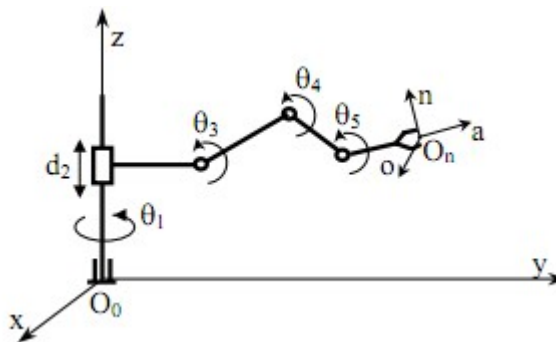
- n : số khâu động
- p_i : số khớp loại i ($i = 1, 2, \dots, 5$: số bậc tự do bị hạn chế).

Đối với các cơ cấu có các khâu được nối với nhau bằng khớp quay hoặc tịnh tiến (khớp động loại 5) thì số bậc tự do bằng số khâu động. Đối với cơ cấu hở, thì số bậc tự do bằng tổng số bậc tự do của các khớp động.

Để định vị và định hướng khâu chấp hành cuối một cách tùy ý trong không gian 3 chiều robot cần có 6 bậc tự do, trong đó 3 bậc tự do để định vị và 3 bậc tự do để định hướng. Một số công việc đơn giản nâng hạ, sắp xếp, ... có thể yêu cầu số bậc tự do ít hơn. Các robot hàn, sơn, ... thường yêu cầu 6 bậc tự do. Trong một số trường hợp cần sự khéo léo, linh hoạt hoặc khi cần phải tối ưu hoá quỹ đạo, ... người ta dùng robot với số bậc tự do lớn hơn 6.

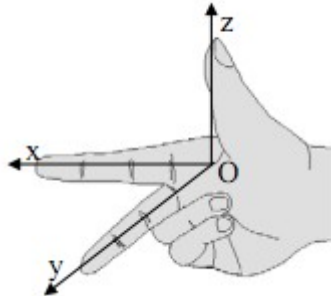
3.3. Hệ tọa độ (Coordinate frames):

Mỗi robot thường bao gồm nhiều khâu (links) liên kết với nhau qua các khớp (joints), tạo thành một xích động học xuất phát từ một khâu cơ bản đứng yên. Hệ tọa độ gắn với khâu cơ bản được gọi là hệ tọa độ cơ bản (hay tọa độ chuẩn). Các hệ tọa độ trung gian khác gắn với các khâu động gọi là hệ tọa độ suy rộng. Trong từng thời điểm hoạt động, các tọa độ suy rộng xác định cấu hình của robot bằng các chuyển dịch dài hoặc các chuyển dịch góc của các khớp tịnh tiến hoặc khớp quay (hình 1.1). Các tọa độ suy rộng còn được gọi là các biến khớp.



Hình 1.1 – Các tọa độ suy rộng của robot

Các hệ tọa độ gắn trên các khâu của robot phải tuân theo quy tắc bàn tay phải: dùng tay phải, nắm hai ngón tay út và áp út vào lòng bàn tay, xòe 3 ngón sao cho ngón cái, ngón trỏ và ngón giữa theo 3 phương vuông góc, nếu chọn ngón cái là phương và chiều của trục z, thì ngón trỏ chỉ phương và chiều của trục x và ngón giữa sẽ biểu thị phương và chiều của trục y (hình 1.2).

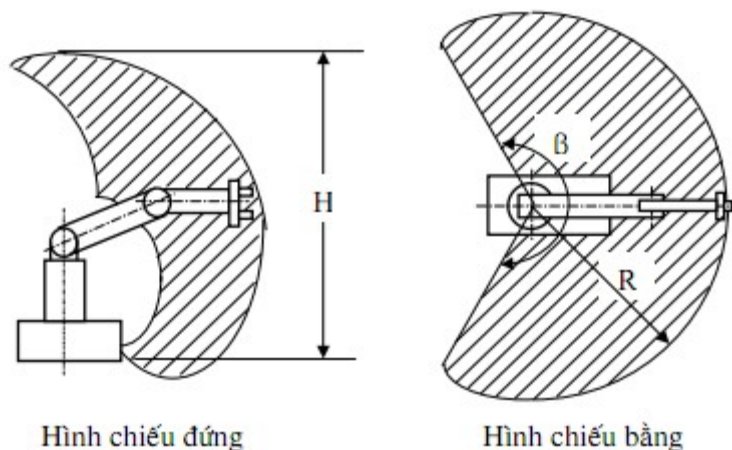


Hình 1.2 – Quy tắc bàn tay phải

Trong robot ta thường dùng chữ O và chỉ số n để chỉ hệ tọa độ gắn trên khâu thứ n. Như vậy, hệ tọa độ cơ bản sẽ được ký hiệu là O_0 , hệ tọa độ gắn trên các khâu trung gian tương ứng sẽ là $O_1, O_2, \dots, O_{n-1}$, hệ tọa độ gắn trên khâu chấp hành cuối ký hiệu là O_n .

3.4. Trường công tác của robot (Workspace or range of motion):

Trường công tác (hay vùng làm việc, không gian công tác) của robot là toàn bộ thể tích được quét bởi khâu chấp hành cuối khi robot thực hiện tất cả các chuyển động có thể. Trường công tác này bị ràng buộc bởi các thông số hình học của robot cũng như các ràng buộc cơ học của các khớp. Người ta thường dùng hai hình chiếu để mô tả trường công tác của một robot như hình 1.3.



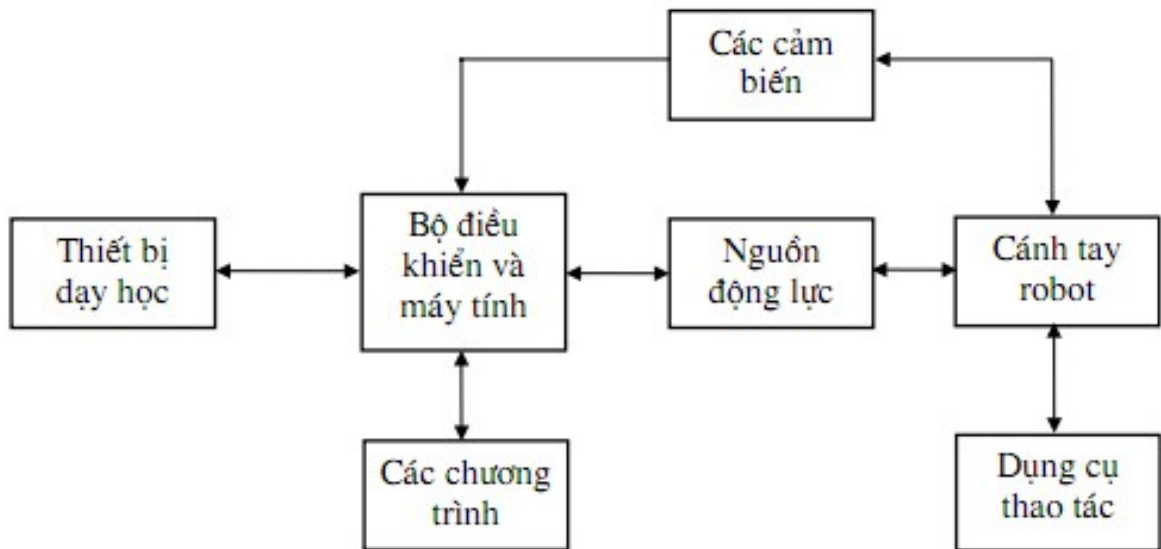
Hình 1.3 – Biểu diễn trường công tác của robot

4. Cấu trúc cơ bản của robot công nghiệp:

Mục tiêu: trình bày cho người học hiểu rõ cấu trúc cơ bản của robot công nghiệp.

4.1. Các thành phần chính của robot công nghiệp:

Một robot công nghiệp thường bao gồm các thành phần chính như: cánh tay robot, nguồn động lực, dụng cụ gắn lên khâu chấp hành cuối, các cảm biến, bộ điều khiển, thiết bị dạy học, máy tính,... các phần mềm lập trình cũng nên được coi là một thành phần của hệ thống robot. Mối quan hệ giữa các thành phần trong robot được mô tả như trong hình 1.4



Hình 1.4 – các thành phần chính của hệ thống robot

Cánh tay robot là kết cấu cơ khí gồm các khâu liên kết với nhau bằng các khớp động để có thể tạo nên những chuyển động cơ bản của robot.

Nguồn động lực là các động cơ điện, các hệ thống xy lanh khí nén, thủy lực để tạo động lực cho tay máy hoạt.

Dụng cụ thao tác được gắn trên khâu cuối cùng của robot, dụng cụ robot có thể có nhiều kiểu khác nhau như: dạng bàn tay để nắm bắt đối tượng hoặc các công cụ làm việc như mỏ hàn, đá mài, đầu phun sơn,...

Thiết bị dạy học dùng để dạy cho robot các thao tác cần thiết theo yêu cầu của quá trình làm việc, sau đó robot tự lặp lại các động tác đã được dạy để làm việc.

Các phần mềm để lập trình và các chương trình điều khiển robot được cài đặt trên máy tính, dùng để điều khiển robot thông qua bộ điều khiển. Bộ điều khiển còn được gọi là module điều khiển (hay Unit, Driver), chúng thường được kết nối với máy tính. Một module điều khiển có thể còn có các cổng Vào – Ra (I/O port) để làm việc với nhiều thiết bị khác nhau như các cảm biến giúp robot nhận biết trạng thái của bản thân, xác định vị trí của đối tượng làm việc hoặc các dò tìm khác,...

4.2. Kết cấu của tay máy:

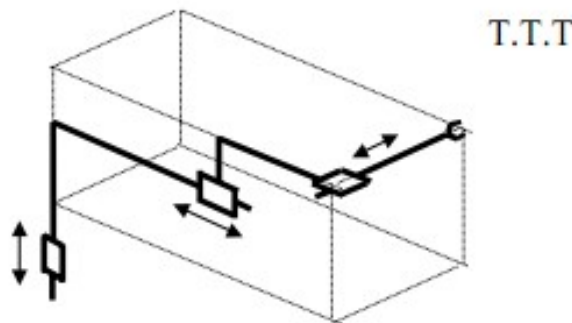
Các kết cấu của nhiều tay máy được phỏng theo cấu tạo và chức năng của tay người. Tuy nhiên, ngày nay tay máy được thiết kế rất đa dạng, nhiều cánh tay robot có hình dạng khác xa cánh tay người. Trong thiết kế và sử dụng tay máy, chúng ta cần quan tâm đến các thông số hình – động học, là những thông số liên quan đến khả năng làm việc của robot như: tầm với, số bậc tự do, độ cứng vững, lực kẹp,...

Các khâu của robot thường thực hiện hai chuyển động cơ bản sau:

- Chuyển động tịnh tiến theo hướng x, y, z trong không gian Đề Các, thông thường tạo nên các hình khối, các chuyển động này thường ký hiệu là T (Translation) hoặc P (Prismatic).
- Chuyển động quay quanh các trục x, y, z ký hiệu là R (Rotation).

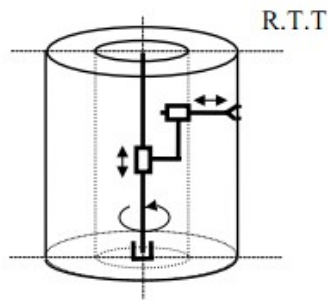
Tùy thuộc vào số khâu và sự tổ hợp các chuyển động mà tay máy có các kết cấu khác nhau với vùng làm việc khác nhau. Các kết cấu thường gặp của robot là robot kiểu tọa độ Đề Các, tọa độ trụ, tọa độ cầu, robot kiểu SCARA, hệ tọa độ góc,...

Robot kiểu tọa độ Đề Các: là tay máy có 3 chuyển động cơ bản tịnh tiến theo phương của các trục hệ tọa độ gốc (cấu hình T.T.T). Trường công tác có dạng khối chữ nhật. Do kết cấu đơn giản, loại tay máy này có độ cứng vững cao, độ chính xác cơ khí để đảm bảo, vì vậy nó thường dùng để vận chuyển phôi liệu, lắp ráp, hàn trong mặt phẳng,...



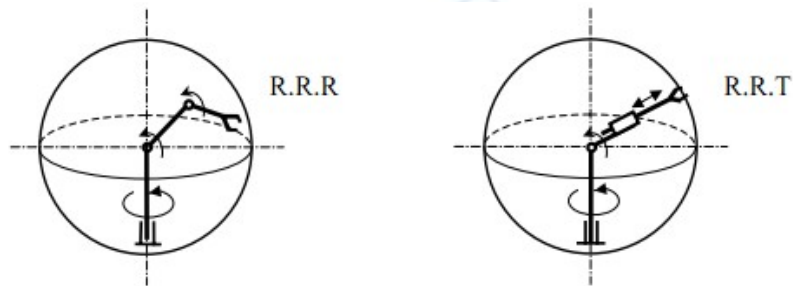
Hình 1.5 – Robot kiểu tọa độ Đề Các

Robot kiểu tọa độ trụ: vùng làm việc của robot có dạng hình trụ rỗng. Thông thường khớp thứ nhất chuyển động quay. Ví dụ, robot có 3 bậc tự do, cấu hình R.T.T như hình 1.6. Có nhiều robot kiểu tọa độ trụ như: robot Versatran của hãng AMF.



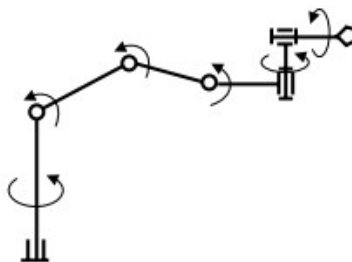
Hình 1.6 – Robot kiểu toạ độ trụ

Robot kiểu toạ độ cầu: vùng làm việc của robot có dạng hình cầu, thường độ cứng vững của robot loại này thấp hơn so với hai loại trên. Hình 1.7 cho ta thấy ví dụ về robot 3 bậc tự do, cấu hình R.R.R và R.R.T làm việc theo kiểu toạ độ cầu.



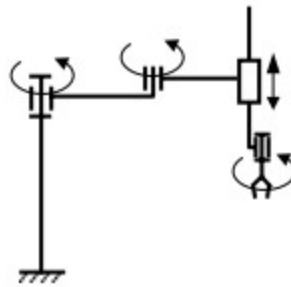
Hình 1.6 – Robot kiểu toạ độ cầu

Robot kiểu toạ độ góc (Hệ toạ độ phồng sinh): đây là kiểu robot được dùng nhiều. Ba chuyển động đầu tiên là các chuyển động quay, trục quay thứ nhất vuông góc với hai trục kia. Các chuyển động định hướng khác cũng là các chuyển động quay. Vùng làm việc của tay máy này gần giống một phần khối cầu. Tất cả các khâu đều nằm trong mặt phẳng thẳng đứng nên các tính toán cơ bản là bài toán phẳng. Ưu điểm nổi bật của các loại robot hoạt động theo hệ toạ độ góc là gọn nhẹ, tức là có vùng làm việc tương đối lớn so với kích cỡ của bản thân robot, độ linh hoạt cao,... Các robot hoạt động theo toạ độ góc như: robot PUMA của hãng Unimation – Nokia (Mỹ - Phần Lan), IRb-6, IRb-60 (Thụy Điển), Toshia (Nhật),... Hình 1.8 là một ví dụ về robot kiểu toạ độ góc có cấu hình RRR.RRR.



Hình 1.8 – Robot hoạt động theo hệ toạ độ góc

Robot kiểu SCARA: robot SCARA ra đời vào năm 1979 tại trường đại học Yamanashi (Nhật Bản) là một kiểu robot mới nhằm đáp ứng sự đa dạng của các quá trình sản xuất. Tên gọi SCARA là viết tắt của “Selective Compliant Articulated Robot Arm”: Tay máy mềm dẻo tùy ý. Loại robot này thường dùng trong công nghiệp lắp ráp nên SCARA đôi khi được giải thích là từ viết tắt của “Selective Compliant Assembly Robot Arm”. Ba khớp đầu tiên của kiểu robot này có cấu hình R.R.T, các trục khớp đều theo phương thẳng đứng. Sơ đồ của robot SCARA như hình 1.9.



Hình 1.9 – Robot kiểu SCARA

5. Phân loại robot công nghiệp:

Mục tiêu: trình bày cho người học hiểu rõ các phương pháp phân loại robot, các loại robot khác nhau.

5.1. Phân loại theo kết cấu:

Theo kết cấu của tay máy người ta phân thành robot kiểu tọa độ Đề Các, kiểu tọa độ trục, kiểu tọa độ cầu, kiểu tọa độ góc, robot kiểu SCARA.

5.2. Phân loại theo hệ thống truyền động:

Dựa vào hệ thống truyền động người ta phân loại robot công nghiệp theo các dạng như sau:

Hệ truyền động điện: Thường dùng các động cơ điện một chiều hoặc các động cơ bước. Loại truyền động này dễ điều khiển, kết cấu gọn.

Hệ truyền động thủy lực: có thể đạt được công suất cao, đáp ứng những điều kiện làm việc nặng. Tuy nhiên, hệ thống thủy lực thường có kết cấu cồng kềnh, tồn tại độ phí tuyến lớn khó xử lý khi điều khiển.

Hệ truyền động khí nén: có kết cấu gọn nhẹ hơn do không cần dẫn ngược nhưng lại phải gắn liền với trung tâm tạo ra khí nén. Hệ này làm việc với công suất trung bình và nhỏ, kém chính xác, thường chỉ thích hợp với các robot hoạt động theo chương trình định sẵn với các thao tác đơn giản như “nhất lên – đặt xuống”.

5.3. Phân loại theo ứng dụng:

Dựa vào ứng dụng của robot trong sản xuất người ta phân chia robot công nghiệp thành những loại robot sau: robot sơn, robot hàn, robot lắp ráp,...

YÊU CẦU VỀ ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ HỌC TẬP BÀI 1:

❖ **Nội dung:**

- Về kiến thức: Trình bày được lịch sử phát triển, các khái niệm, định nghĩa, ứng dụng, cấu trúc và phân loại rô bốt trong công nghiệp.
- Về kỹ năng: phân biệt được các loại rô bốt trong công nghiệp.
- Về thái độ: Đảm bảo an toàn và vệ sinh công nghiệp.

❖ **Phương pháp:**

- Về kiến thức: Được đánh giá bằng hình thức kiểm tra viết, trắc nghiệm, vấn đáp.

BÀI 2

CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI THUẦN NHẤT

Mã bài: MĐ35 – 2

Giới thiệu:

- Để có thể tính toán robot thì người học cần nắm rõ những kiến thức về vecto và ma trận, và các phép biến đổi.

Mục tiêu:

- Giải được các phép tính về vecto và ma trận
- Làm được các phép biến đổi
- Biến đổi hệ tọa độ

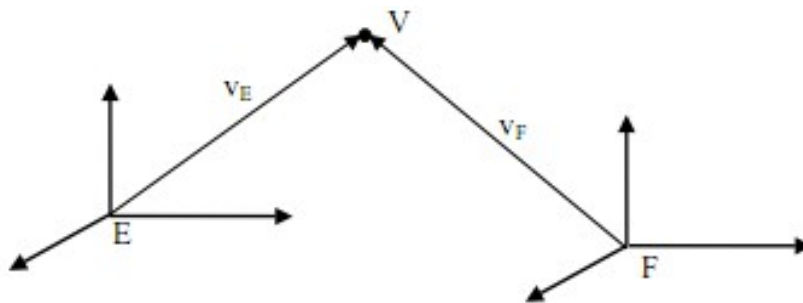
Nội dung chính:

1. Hệ tọa độ thuần nhất:

Mục tiêu: trình bày các kiến thức cơ bản về hệ tọa độ thuần nhất.

Để biểu diễn một điểm trong không gian 3 chiều, người ta dùng vecto điểm. Vecto điểm thường được ký hiệu bằng các chữ viết thường như u , v , $x_1, \dots$ để mô tả vị trí của điểm U , V , $X_1, \dots$

Tùy thuộc vào hệ qui chiếu được chọn, trong không gian 3 chiều, một điểm V có thể được biểu diễn bằng nhiều vecto điểm khác nhau.



Hình 2.1 – Biểu diễn 1 điểm trong không gian

v_E và v_F là hai vecto khác nhau, mặc dù cả hai vecto cùng mô tả điểm V . Nếu i, j, k là các vecto đơn vị của một hệ tọa độ nào đó, chẳng hạn E , ta có:

Với a, b, c là tọa độ vị trí của điểm V trong hệ đó.

Nếu quan tâm đồng thời vấn đề định vị và định hướng, ta phải biểu diễn vecto v trong không gian bốn chiều với suất vecto là một ma trận cột.

Trong đó:

- $x/w = a$
- $y/w = b$
- $z/w = c$

Với w là một hằng số thực nào đó.

w còn được gọi là hệ số tỉ lệ, biểu thị cho chiều thứ tư ngầm định. Nếu $w=1$ thì ta có:

Trong trường hợp này, thì tọa độ biểu diễn bằng với tọa độ vật lý của điểm trong không gian 3 chiều, hệ tọa độ sử dụng $w = 1$ được gọi là hệ tọa độ thuần nhất.

Với $w = 0$ thì ta có:

Giới hạn ∞ thể hiện hướng của các trục tọa độ.

Nếu w là một hằng số nào đó khác 0 và 1 thì việc biểu diễn điểm trong gian tương ứng với hệ số tỉ lệ w :

Ví dụ:

Với $w = 1$ thì $v = [3 \ 4 \ 5]^T$.

Với $w = -10$ thì biểu diễn tương ứng là: $v = [-30 \ -40 \ -50 \ -10]^T$.

Theo cách biểu diễn trên, ta qui ước:

$[0 \ 0 \ 0]^T$ là vecto không xác định

$[0 \ 0 \ 0 \ n]^T$ với $n \neq 0$ là vecto không, trùng với gốc tọa độ

$[x \ y \ x \ 0]^T$ là vector chỉ hướng

$[x \ y \ x \ 1]^T$ là vecto điểm trong hệ tọa độ thuần nhất

2. Nhắc lại các phép tính về vecto và ma trận:

Mục tiêu: nhắc lại các kiến thức về phép tính vecto và ma trận.

2.1. Phép nhân vector:

Cho 2 vecto:

Ta có tích vô hướng của 2 vecto là: $a \cdot b = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$

Và tích vector là:

2.2. Các phép tính về ma trận:

2.2.1. Phép cộng, trừ ma trận:

Cộng (trừ) các ma trận A và B cùng bậc sẽ có ma trận C cùng bậc, với các phần tử c_{ij} bằng tổng (hiệu) của các phần tử a_{ij} và b_{ij} (với mọi i, j).

$$A + B = C \quad \text{với } c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$

$$A - B = C \quad \text{với } c_{ij} = a_{ij} - b_{ij}$$

Phép cộng, trừ ma trận có các tính chất giống phép cộng, trừ số thực.

2.2.2. Tích hai ma trận:

Tích của ma trận A (kích thước $m \times n$) với ma trận B (kích thước $n \times p$) là ma trận C có kích thước $m \times p$.

Ví dụ: cho hai ma trận

Và

Ta có:

$$C = A.B = \begin{bmatrix} 1.1+2.3+3.5 & 1.2+2.4+3.6 \\ 4.1+5.3+6.5 & 4.2+5.4+6.6 \\ 7.1+8.3+9.5 & 7.2+8.4+9.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 28 \\ 49 & 64 \\ 76 & 100 \end{bmatrix}$$

Phép nhân hai ma trận không có tính chất giao hoán, nghĩa là: $A.B \neq B.A$.

Ma trận đơn vị I giao hoán được với bất kỳ ma trận nào: $I.A = A.I$.

Phép nhân ma trận tuân theo các qui tắc sau:

$$(k.A).B = k.(A.B) = A.(k.B)$$

$$A.(B.C) = (A.B).C$$

$$(A + B).C = A.C + B.C$$

$$C.(A + B) = C.A + C.B$$

2.2.3. Ma trận nghịch đảo của ma trận thuận nhất:

Một ma trận thuận nhất là ma trận 4×4 có dạng:

$$T = \begin{bmatrix} n_x & O_x & a_x & p_x \\ n_y & O_y & a_y & p_y \\ n_z & O_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ma trận nghịch đảo của T ký hiệu là T^{-1} :

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -p.n \\ O_x & O_y & O_z & -p.O \\ a_x & a_y & a_z & -p.a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Trong đó $p.n$ là tích vô hướng của vectơ p và n, nghĩa là:

$$p.n = p_x.n_x + p_y.n_y + p_z.n_z$$

$$p.O = p_x.O_x + p_y.O_y + p_z.O_z$$

$$p.a = p_x.a_x + p_y.a_y + p_z.a_z$$

Phương pháp tính tích ma trận nghịch đảo này nhanh hơn nhiều so với phương pháp chung. Tuy nhiên, nó không áp dụng được cho ma trận 4x4 bất kỳ mà kết quả chỉ đúng với ma trận thuần nhất.

2.2.4. Vết của ma trận:

Vết của ma trận vuông bậc n là tổng của các phần tử trên đường chéo:

Một số tính chất quan trọng của vết ma trận:

$$\text{Tr}(A) = \text{Tr}(A^T)$$

$$\text{Tr}(A + B) = \text{Tr}(A) + \text{Tr}(B)$$

$$\text{Tr}(A.B) = \text{Tr}(B.A)$$

$$\text{Tr}(ABC^T) = \text{Tr}(CB^T A^T)$$

2.2.5. Đạo hàm và tích phân ma trận:

Nếu các phần tử của ma trận A là hàm nhiều biến, thì các phần tử của ma trận đạo hàm bằng đạo hàm riêng của các phần tử ma trận A theo biến tương ứng.

Ví dụ:

Cho:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Thì:

$$dA = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_{11}}{\partial t} & \frac{\partial a_{12}}{\partial t} & \frac{\partial a_{13}}{\partial t} & \frac{\partial a_{14}}{\partial t} \\ \frac{\partial a_{21}}{\partial t} & \frac{\partial a_{22}}{\partial t} & \frac{\partial a_{23}}{\partial t} & \frac{\partial a_{24}}{\partial t} \\ \frac{\partial a_{31}}{\partial t} & \frac{\partial a_{32}}{\partial t} & \frac{\partial a_{33}}{\partial t} & \frac{\partial a_{34}}{\partial t} \\ \frac{\partial a_{41}}{\partial t} & \frac{\partial a_{42}}{\partial t} & \frac{\partial a_{43}}{\partial t} & \frac{\partial a_{44}}{\partial t} \end{bmatrix} dt$$

Tương tự, phép tích phân của ma trận A là một ma trận có:

$$\int A(t)dt = \left\{ \int a_{ij}(t)dt \right\}$$

3. Các phép biến đổi:

Mục tiêu: trình bày cho người học nắm rõ các kiến thức về các phép biến đổi ứng dụng trong robot công nghiệp.

3.1. Phép biến đổi tịnh tiến:

Cho u là vecto điểm biểu diễn điểm cần biến đổi, h là vecto dẫn được biểu diễn bằng một ma trận H gọi là ma trận chuyển đổi. Ta có:

$$v = H.u.$$

v là vecto biểu diễn sau khi đã biến đổi.

Giả sử cần tịnh tiến một điểm hoặc một vật thể theo vecto dẫn.

Trước hết ta có định nghĩa của ma trận chuyển đổi H:

$$H = \text{Trans}(a,b,c) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Gọi u là vecto biểu diễn điểm cần tịnh tiến: $u = [x \ y \ z \ w]^T$

Thì v là vecto biểu diễn điểm đã biến đổi tịnh tiến được xác định bởi:

$$v = H.u = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+aw \\ y+bw \\ z+cw \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x/w+a \\ y/w+b \\ z/w+c \\ 1 \end{bmatrix}$$

Như vậy, bản chất của phép biến đổi tịnh tiến là phép cộng vecto giữa vecto biểu diễn điểm cần chuyển đổi và vecto dẫn.

Ví dụ:

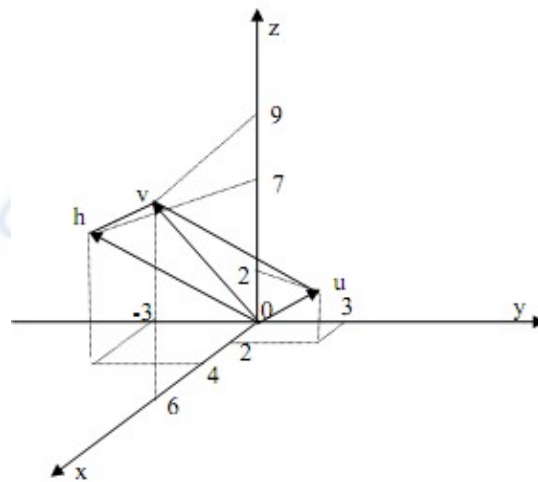
Cho:

$$\begin{aligned}\vec{u} &= 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{h} &= 4\vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k}\end{aligned}$$

Thì:

$$v = Hu = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+4 \\ 3-3 \\ 2+7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 0 \\ 9 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Và viết là: $v = \text{Trans}(a,b,c)u$



Hình 2.2 – Phép biến đổi tịnh tiến trong không gian

3.2. Phép quay quanh các trục toạ độ:

Giả sử ta cần quay một điểm hoặc một vật thể xung quanh trục toạ độ nào đó với góc quay θ , ta lần lượt có các ma trận chuyển đổi sau:

$$\text{Rot}(x, \theta^\circ) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\text{Rot}(y, \theta^\circ) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$