

các chuyên đề gt trên máy tính cầm tay
Chuyên đề 1: các bài toán về tính giá trị của biểu thức

1/ Phép tính trên màn hình :

a/ $A = 1.1! + 2.2! + 3.3! + 4.4! + \dots + 16.16!$

Vì $n \cdot n! = (n+1-1) \cdot n! = (n+1)! - n!$ nên:

$$A = 1.1! + 2.2! + 3.3! + 4.4! + \dots + 16.16! = (2! - 1!) + (3! - 2!) + \dots + (17! - 16!)$$

$$A = 17! - 1! = 6227020800 - 1 = 6227020799$$

b/ $A = 123456789 \times 97531$; $B = 246810^3 + 1357911^2$. (Đề thi HSG Casio Tỉnh Ninh Bình 03-04)

2/ Tính thông thường:

a/ $D = 26 : \left[\frac{3 : (0,2 - 0,1)}{2,5 \times (0,8 + 1,2)} + \frac{(34,06 - 33,81) \times 4}{6,84 : (28,57 - 25,15)} \right] + \frac{2}{3} : \frac{4}{21}$

b/ $\sqrt{2 - \sqrt[3]{3 + \sqrt[4]{4 - \sqrt[5]{5 + \sqrt[6]{6 - \sqrt[7]{7 + \sqrt[8]{8 - \sqrt[9]{9}}}}}}}$

3/ Tính giá trị của biểu thức có điều kiện kèm theo của biến:

a/ Cho biết $\sin^2 x = 0,5842$ ($0 < x < 90^\circ$). Tính $A = \frac{\sin x(1 + \cos^3 x) + \cos x(1 + \sin^3 x)}{(1 + \tan^2 x)(1 + \cot^2 x)\sqrt{1 + \cos^3 x}}$

b/ Cho biết $\tan x = \tan 33^\circ \tan 34^\circ \tan 35^\circ \dots \tan 55^\circ \tan 56^\circ$ ($0 < x < 90^\circ$)

$$\text{Tính } B = \frac{\tan^2 x(1 + \cos^3 x) + \cot^2 x(1 + \sin^3 x)}{(1 + \sin x + \cos x)\sqrt{\sin^3 x + \cos^3 x}}$$

c/ Tính giá trị của biểu thức : $A = \frac{5a^3 + 7a^2bc^2 + 3\frac{4}{11}ab^2c - 9,2768bc^2 + \sqrt{13} - 5,83}{2a^2 + 5ab - 7b^2 + 2,54 + 15\sqrt{23}}$

với $a = 45,2008$; $b = 16\frac{10}{2009}$; $c = 3 + 16\sqrt{10}$

4/ Tính giá trị của dãy quy luật tại giá trị của biến:

a/ $A = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{2005.2006.2007}$

b/ $B = \frac{1}{x^2 - 3x + 2} + \frac{1}{x^2 - 5x + 6} + \frac{1}{x^2 - 7x + 12} + \dots + \frac{1}{x^2 - 4015x + 4030056}$; với $x = \sqrt[2007]{2008}$

$$\Rightarrow B = \frac{1}{x - 2008} - \frac{1}{x - 1}$$

c/ $C = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}} + \frac{1}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x+2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x+2008} + \sqrt{x+2007}}$; với $x = \sqrt[2007]{2008}$

$$\Rightarrow C = \sqrt{x+2008} - \sqrt{x}$$

d/ Cho $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$. Tính S_{2012}

4/ Tìm x, y biết:

a/ $\left[\frac{\left(x - 4\frac{1}{2}\right) : 0,003}{\left(3\frac{1}{20} - 2,65\right) \times 4 : \frac{1}{5}} - \frac{\left(0,3 - \frac{3}{20}\right) \times 1\frac{1}{2}}{\left(1,88 + 2\frac{3}{25}\right) \times \frac{1}{8}} \right] : 62\frac{1}{20} + 17,81 : 0,0137 = 1301$

Chuyên đề 2: một số bài toán về dãy số

2/ Cho dãy số với số hạng tổng quát được cho bởi công thức

$$U_n = \frac{(13 + \sqrt{3})^n - (13 - \sqrt{3})^n}{2\sqrt{3}} \quad \text{với } n = 1, 2, 3, \dots, k, \dots$$

a) Tính $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6, U_7, U_8$

b) Lập công thức truy hồi tính U_{n+1} theo U_n và U_{n-1}

c) Lập quy trình ấn phím liên tục tính U_{n+1} theo U_n và U_{n-1}

2/ Cho dãy số $U_n = \frac{(5 + \sqrt{7})^n - (5 - \sqrt{7})^n}{2\sqrt{7}}$ với $n = 0; 1; 2; 3; \dots$

a/ Tính 5 số hạng đầu tiên U_0, U_1, U_2, U_3, U_4

b/ Chứng minh rằng $U_{n+2} = 10U_{n+1} - 18U_n$.

c/ Lập quy trình bấm phím liên tục tính U_{n+2} theo U_{n+1} và U_n .

HD giải:

a/ Thay $n = 0; 1; 2; 3; 4$ vào công thức ta được

$$U_0 = 0, U_1 = 1, U_2 = 10, U_3 = 82, U_4 = 640$$

b/ Chứng minh: Giả sử $U_{n+2} = aU_{n+1} + bU_n + c$. Thay $n = 0; 1; 2$ và công thức ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} U_2 = aU_1 + bU_0 + c \\ U_3 = aU_2 + bU_1 + c \\ U_4 = aU_3 + bU_2 + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + c = 10 \\ 10a + b + c = 82 \\ 82a + 10b + c = 640 \end{cases}$$

Giải hệ này ta được $a = 10, b = -18, c = 0$

c) Quy trình bấm phím liên tục tính U_{n+2} trên máy Casio 570MS

Chuyên đề 3: tính số lẻ thập phân thứ n sau dấu phẩy.

1/ Tìm chữ số lẻ thập phân thứ 105 của phép chia $17 : 13$

Giải:

Bước 1:

+ Thực hiện phép chia $17 : 13 = 1.307692308$ (thực chất máy đã thực hiện phép tính rồi làm tròn và hiển thị kết quả trên màn hình)

Ta lấy 7 chữ số đầu tiên ở hàng thập phân là: 3076923

$$+ \text{Lấy } 1,3076923 \cdot 13 = 16,9999999$$

$$17 - 16,9999999 = 0,0000001$$

$$\text{Vậy } 17 = 1,3076923 \cdot 13 + 0,0000001$$

(tại sao không ghi cả số 08)??? Không lấy chữ số thập cuối cùng vì máy có thể đã làm tròn.

Không lấy số không vì

$$17 = 1,30769230 \cdot 13 + 0,0000001 = 1,30769230 \cdot 13 + 0,0000001$$

Bước 2:

$$+ \text{lấy } 1 : 13 = 0,07692307692$$

11 chữ số ở hàng thập phân tiếp theo là: 07692307692

Vậy ta đã tìm được 18 chữ số đầu tiên ở hàng thập phân sau dấu phẩy là:

$$307692307692307692$$

$$\text{Vậy } 17 : 13 = 1, (307692) \text{ Chu kỳ gồm 6 chữ số.}$$

$$\text{Ta có } 105 = 6 \cdot 17 + 3 \quad (105 \equiv 3 \pmod{6})$$

Vậy chữ số thập phân thứ 105 sau dấu phẩy là chữ số thứ ba của chu kỳ. Đó chính là số 7

2/ Tìm chữ số thập phân thứ 13^{2007} sau dấu phẩy trong phép chia 250000 cho 19

Giải:

Ta có $\frac{250000}{19} = 13157 + \frac{17}{19}$. Vậy chỉ cần tìm chữ số thập phân thứ 13^{2007} sau dấu phẩy trong phép chia

$17 : 19$

Bước 1:

Ấn $17 : 19 = 0,8947368421$.

Ta được 9 chữ số đầu tiên sau dấu phẩy là 894736842

$$+ \text{Lấy } 17 - 0,894736842 \cdot 19 = 2 \cdot 10^{-9}$$

Bước 2:

Lấy $2 : 19 = 0,1052631579$.

Chín số ở hàng thập phân tiếp theo là: 105263157

$$+ \text{Lấy } 2 - 0,105263157 \cdot 19 = 1,7 \cdot 10^{-8} = 17 \cdot 10^{-9}$$

Bước 3:

Lấy $17 : 19 = 0,8947368421$.

Chín số ở hàng thập phân tiếp theo là

$$+ \text{Lấy } 17 - 0,894736842 \cdot 19 = 2 \cdot 10^{-9}$$

Bước 4:

- Lấy $2 : 19 = 0,1052631579$.

Chín số ở hàng thập phân tiếp theo là: 105263157

...

Vậy $17 : 19 = 0,894736842105263157894736842105263157 \dots$
 $= 0,(894736842105263157)$. Chu kỳ gồm 18 chữ số.

Ta có $13^3 \equiv 1 \pmod{18} \Rightarrow 13^{2007} = (13^3)^{669} \equiv 1^{669} \pmod{18}$

Kết quả số dư là 1, suy ra số cần tìm là số đứng ở vị trí đầu tiên trong chu kỳ gồm 18 chữ số thập phân.

Kết quả : số 8

Chuyên đề 4 : toán về liên phân số, số thập phân vth

1/ Tính giá trị của các biểu thức sau và biểu diễn kết quả dưới dạng phân số:

$$A = \frac{31}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4 + \frac{1}{5}}}}; B = \frac{10}{7 + \frac{1}{6 + \frac{1}{5 + \frac{1}{4}}}}; C = \frac{2003}{3 + \frac{2}{5 + \frac{4}{7 + \frac{8}{9}}}}$$

Đáp số: A) 2108/157 ; B) 1300/931 ; C) 783173/1315

2/ Biết $\frac{2003}{273} = 7 + \frac{1}{2 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c + \frac{1}{d}}}}}$. Tìm các số a, b, c, d.

3/ Tìm giá trị của x, y. Viết dưới dạng phân số từ các phương trình sau:

$$a) 4 + \frac{x}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}} = \frac{x}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}} ; b) \frac{y}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5}}} = \frac{y}{2 + \frac{1}{4 + \frac{1}{6}}}$$

5/ Phân số nào sinh ra số thập phân tuần hoàn sau:

$$a/ 0,(123) \quad \frac{1}{999} \cdot 123 = \frac{123}{999} = \frac{41}{333}$$

$$b/ 7,(37)$$

$$c/ 5,34(12)$$

Chuyên đề 5 : tìm ucln, bcnn của hai hay nhiều số

1/ Cho $a = 168599421$; $b = 2654176$. Tìm ước chung lớn nhất và bội chung nhỏ nhất của a và b

2/ Cho $a = 11994$; $b = 153923$; $c = 129935$. Tìm UCLN(a ; b ; c) và BCNN(a ; b ; c);

3/ Hãy tìm tất cả các số tự nhiên là bội của 2009 có dạng $\overline{7*13*1}$

Chuyên đề 6 : ĐA THỨC

1/ Tính tổng của tất cả các hệ số của đa thức sau :

$$P(x) = (2008 - 2008x + \sqrt{2} \cdot x^3)^{66} \cdot (7 - 2008x + 1003x^2 + 1004x^3 - 5x^5)^3$$

2/ Cho biểu thức $E = 5\sqrt{2} \cdot x^2 - \frac{4,5 - 3\sqrt{7}}{\sqrt{4,6} - 2,5} \cdot x - 7\sqrt{11} + 2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bthức E

3/ Cho đa thức $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x + 5 + m$

a/ Giả sử $m = 2010$. Tìm số dư r khi chia $P(x)$ cho $x + 4$.

b/ Tìm m để $P(x)$ chia hết cho $2x - 6$.

c/ Giả sử $m = 2010$. Tìm dư $R(x)$ khi chia $P(x)$ cho $(x + 4)(2x - 6)$.

4/ Cho đa thức $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Biết rằng: $P(45) = 45$; $P(54) = 54$; $P(75) = 75$. Tìm a, b, c

5/ Cho $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$. Biết $P(1) = 0$; $P(2) = 4$; $P(3) = 18$; $P(4) = 48$. Tính $P(2009)$

- Đặt $Q(x) = P(x) - (x-1) \cdot x^2 \Rightarrow Q(1) = Q(2) = Q(3) = Q(4) = 0 \Rightarrow 1, 2, 3, 4$ là nghiệm của $Q(x)$

Mà $P(x)$ có bậc 4 $\Rightarrow Q(x)$ có bậc 4

$$\Rightarrow Q(x) = P(x) - (x-1) \cdot x^2 = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) \Rightarrow P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + (x-1) \cdot x^2$$

Chuyên đề 7: toán phần trăm

1/ Tại một thời điểm gốc nào đó dân số của tỉnh Ninh Bình là a người; tỉ lệ tăng dân số trung bình mỗi năm của Ninh Bình là $m\%$

a/ Hãy xây dựng công thức tính dân số của Tỉnh Ninh Bình đến năm thứ n

b/ Giả sử dân số của Tỉnh Ninh Bình năm 2005 có khoảng 910 000 người. Hỏi dân số của Tỉnh ta đến năm 2010 là bao nhiêu người nếu tỉ lệ tăng dân số trung bình hàng năm là $1,2\%$? (Lấy kết quả là số tự nhiên)

c/ Đến năm 2025 muốn dân số của tỉnh ta có khoảng 1 200 000 người thì tỉ lệ tăng dân số trung bình hàng năm là bao nhiêu (Lấy kết quả với 1 chữ số thập phân)

2/ Một người lĩnh lương khởi điểm là 1 400 000 đồng/tháng. Cứ 3 năm anh ta lại được tăng lương thêm 7% .

a/ Hỏi sau 36 năm công tác anh ta được lĩnh tất cả bao nhiêu tiền?

b/ Hàng tháng bắt đầu từ tháng lương đầu tiên anh ta gửi tiết kiệm 200 000 đồng với lãi suất kép $0,4\%$ / tháng (hàng tháng anh ta không rút tiền lãi mà để lại số tiền đó làm gốc). Hỏi khi về hưu (sau 36 năm công tác) anh ta tiết kiệm được bao nhiêu tiền?

HD:

a/ Sau 36 năm công tác, anh ta được tăng lương 11 lần và được số tiền là :

$$\frac{3600 \cdot x_0}{r} \cdot \left[\left(1 + \frac{r}{100}\right)^{12} - 1 \right] = \frac{3600 \cdot 1400000}{7} \cdot \left[\left(1 + \frac{7}{100}\right)^{12} - 1 \right] = 901\,577\,944 \text{ đồng}$$

b/ Gọi số tiền gửi tháng đầu tiên là y_0 , lãi suất tiết kiệm là $m\%$ / tháng, sau 36 năm công tác anh ta gửi tiết kiệm là 36. 12 = 432 (lần)

- Cuối tháng thứ n anh ta tiết kiệm được:

$$\frac{y_0}{m} \cdot \left[(1+m)^{n+1} - (1+m) \right] = \frac{200000}{0,4\%} \cdot \left[(1+0,4\%)^{432+1} - (1+0,4\%) \right] = 231\,422\,695 \text{ đồng}$$

Chuyên đề 8: tìm số dư, chữ số tận cùng, số chữ số của 1 số

1/ Tìm số dư r trong phép của: $1978197819781978 : 2009$

- Chia 1978197819 chia cho 2009 ta được dư là 1816 thương $984\,667$

- Chia 1816781978 chia cho 2009 ta được dư là **1089** thương 904321

$\Rightarrow$ **1089** là số dư trong phép chia trên

2/ Tìm 4 số tận cùng của 32^{1978} .

3/ Tìm tất cả các chữ số x, y sao cho $N = \overline{1235679x6y}$ chia hết cho 24.

4/ Tìm số dư trong các phép chia sau: (trình bày cả cách giải)

a) $2009^{2010} : 2011$; b) $2009201020112012 : 2020$;

5/ Tìm số chữ số của số 2^{100} : $(\text{Log}2) \times 100 + 1 = 31,102 \dots \Rightarrow$ số chữ số của số 2^{100} là 31

6/ Số chính phương P có dạng $P = \overline{17712ab81}$. Tìm các chữ số a, b biết rằng $a + b = 13$

7/ Số chính phương Q có dạng $Q = \overline{15cd26849}$. Tìm các chữ số c, d biết rằng $c^2 + d^2 = 58$

8/ Số chính phương M có dạng $M = \overline{1mn399025}$ chia hết cho 9. Tìm các chữ số m, n

Chuyên đề 9: phương trình, hệ phương trình, phương pháp lập

1/ Tìm nghiệm của hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 4x^2 + y^2 + 4xy = 4 \\ x^2 + y^2 - 2(xy + 8) = 0 \end{cases}$$

2/ Tìm nghiệm gần đúng của phương trình sau bằng phương pháp lặp: $x^2 + \sin x - 1 = 0$

3/ Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 13x^3 - 26102x^2 - 2009x - 4030056 = 0 \\ (x + \sqrt{x^2 + 4017})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 4017\sqrt{3} \end{cases}$$

4/
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 7y - 13 = 0 \\ x^2 + y^2 - 5x + y - 6 = 0 \end{cases}$$
 5/
$$\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 3\frac{1}{7} \\ 3x^2 - y^2 = 5\frac{4}{13} \end{cases}$$

6/
$$\begin{cases} (x+y)(1 + \frac{1}{xy}) = 5 \\ (x^2 + y^2)(1 + \frac{1}{x^2 y^2}) = 9 \end{cases}$$
 6/ Cho
$$\begin{cases} xy + x + y = 12,34 \\ x^2 y + xy^2 = 34,12 \end{cases}$$
 Tính $P = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$

7/ Cho a, b thỏa mãn:
$$\begin{cases} a^3 - 3ab^2 = 19 \\ b^3 - 3a^2b = 98 \end{cases}$$
 Tính $P = a^2 + b^2$.

8/ Tìm nghiệm nguyên dương $x^2 + 2y^2 = 2008$

9/ Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $7(x+y) = 3(x^2 - xy + y^2)$