

Chuyên đề

# HỌC VÀ GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN LỚP 12

*(Phần I)*

Ngày 27/11/2016

## **Bài viết số 1**

MỘT SỐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM HÀM  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e} = \frac{u(x)}{v(x)}$

Hàm  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$  là một trong số các hàm hữu tỷ thường gặp. Mặc dầu không được khảo

sát nhưng các bài tập liên quan đến hàm như tính đơn điệu, cực trị, giá trị lớn nhất nhỏ nhất, tiệm cận, tiếp tuyến của đồ thị hàm... sẽ được đề cập đến trong bài thi trắc nghiệm kì thi TNTHPTQG.

Chúng tôi đề xuất các bài tập trắc nghiệm trên cơ sở khai thác một vài tính chất đặc biệt của hàm này liên quan đến cực trị – Bài tập được chọn lọc (tự biên soạn), có cân nhắc thời lượng làm bài để học sinh tập dượt.

Sau khi làm bài xong, học sinh đối chiếu với hướng dẫn giải có ở phần cuối bài viết để rút kinh nghiệm.

**I/ Một số bài tập trắc nghiệm chọn lọc liên quan đến cực trị hàm**  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$

**0001:** Đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - x + 2}{x + 2}$  có phương trình

- A.  $y = 2x - 1$                       B.  $y = 2x + 1$                       C.  $y = x - 2$                       D.  $y = -2x - 1$

**0002:** Gọi  $\Delta$  là đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$ .  $\Delta$  đi qua điểm

- A. M(3,4)                      B. N(3,1)                      C. P(3,0)                      D. Q(3,2)

**0003:** Tìm m để đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - mx - m}{x + 1}$  tạo với 2 trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 2. Giá trị m cần tìm là

- A.  $m = \pm 2\sqrt{2}$                       B.  $m = \pm 3\sqrt{3}$                       C.  $m = \pm 3$                       D.  $m = \pm 2$

**0004:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x - 4}{x + 1}$  có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. Đường thẳng qua 2 điểm cực trị là  $y = 2x - 2$ .                      B. (C) có 1 tiệm cận đứng.  
C. (C) không có tiệm cận ngang.                      D. (C) cắt (P):  $y = x^2 + m^2 + 2$  tại 3 điểm phân biệt.

**0005:** Cho hàm số  $y = \frac{x^2 - mx + 3}{mx + 1}$  và điểm A(2, 3). Tìm m để đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị B, C sao cho A, B, C thẳng hàng. Giá trị m cần tìm là

- A.  $m = -2$                       B.  $m = 0$                       C.  $m = \frac{1}{2}$                       D.  $m = \frac{-1}{2}$

**0006:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + ax + b}{x + 1}$  có một điểm cực trị (-2, -6), khi đó giá trị của a, b là

- A.  $a = -2$ ;  $b = -2$                       B.  $a = -2$ ;  $b = 2$                       C.  $a = 2$ ;  $b = -2$                       D.  $a = 2$ ;  $b = 2$

**0007:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + ax + b}{x + 1}$  có một điểm cực trị (-2, -6), khi đó điểm cực trị thứ hai là

- A. (0, -2)                      B. (0, 2)                      C. (1, -2)                      D. (1, 2)

**0008:** Độ dài đoạn nối 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$  là

Thân tặng các em học sinh-

A.  $10\sqrt{2}$

B.  $8\sqrt{2}$

C.  $5\sqrt{2}$

D.  $3\sqrt{2}$

**0009:** Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$  có 2 điểm cực trị A, B. Diện tích  $\Delta OAB$  (O là gốc tọa độ) bằng

A. 4

B. 2

C. 8

D. 6

**0010:** Các giá trị m để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 - mx - m}{x + 1}$  có 2 điểm cực trị A, B sao cho tam giác OAB (O là gốc tọa độ) có diện tích bằng 2 là

A.  $m = \pm 2$

B.  $m = \pm 1$

C.  $m = 1$

D.  $m = -2$

**0011:** Tìm m để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị  $y = \frac{x^2 - x - 1}{x + 1}$  tiếp xúc với (P) :  $y = x^2 - 2x + m$ . Giá trị m cần tìm là

A.  $m = 3$

B.  $m = 1$

C.  $m = -3$

D.  $m = -1$

**0012:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^2 - 4x + 1}{4x - 1}$  trên đoạn  $[\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{\sqrt[3]{4}}{3}]$  là

A.  $-\frac{3}{4}$

B.  $-\frac{2}{3}$

C.  $-\frac{4}{3}$

D.  $-\frac{3}{2}$

## **II/ Hướng dẫn giải các bài tập trong mục I**

Trước khi xem hướng dẫn giải, các em thử vận dụng các kiến thức cần nắm dưới đây để giải và so sánh cách làm của em trước đó - thử xem có gọn và nhanh hơn không nhé.

### A/ Một số kiến thức cần nắm:

Xét hàm  $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e} = \frac{u(x)}{v(x)}$  ( $ad \neq 0$ ;  $u(x)$  và  $v(x)$  không có nghiệm chung)

$$\bullet y' = \frac{adx^2 + 2.aex + \begin{vmatrix} b & c \\ d & e \end{vmatrix}}{(dx + e)^2} = \frac{adx^2 + 2.aex + be - cd}{(dx + e)^2}$$

• Hàm số có 2 cực trị hoặc không có cực trị.

•  $x_1, x_2$  là 2 điểm cực trị của hàm (1) thì  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm của phương trình  $y' = 0$  hay  $adx^2 + 2.aex + be - cd = 0$  (\*)

• Đường thẳng  $\Delta$  qua 2 điểm cực trị (nếu có) là đường thẳng  $y = \frac{u'}{v'} = \frac{2a}{d}x + \frac{b}{d}$

Chú ý Nếu hàm không có cực trị thì đường thẳng  $\Delta : y = \frac{u'}{v'}$  không có điểm chung với (C)

• Cho tam giác ABC. Giả sử có  $\overrightarrow{AB} = (x_1, y_1), \overrightarrow{AC} = (x_2, y_2)$ . Khi đó diện tích tam giác ABC là

$$S = \frac{1}{2} |x_1 y_2 - x_2 y_1|$$

### B. Hướng dẫn giải

**0003:**  $\Delta : y = 2x - m$ ,  $\Delta$  cắt ox, oy tại A(0, -m) B(m/2; 0)

Diện tích  $\Delta OAB$  bằng  $\frac{1}{2} \cdot OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot |m| \cdot |m/2| = 2 \Rightarrow m^2 = 8 \Rightarrow m = \pm 2\sqrt{2}$

**0004:** có thể thấy ngay hàm không có cực trị  $\Rightarrow$  chọn A.

**0005:**  $y' = \frac{mx^2 + 2x - 4m}{mx + 1}$  ( $m \neq 0$ )  $\Rightarrow$  hàm có 2 cực trị  $\forall m \neq 0$

Thân tặng các em học sinh-

Đường thẳng qua 2 điểm cực trị là  $\Delta: y = \frac{2x-m}{m}$ . A,B,C thẳng hàng  $\Rightarrow A(2, 3) \in \Delta \Rightarrow m = -2$

(chú ý điểm A(2,3) không thể là điểm cực trị  $\forall m$  vì  $y'(2) \neq 0$ )

**0006:** Đường thẳng qua 2 điểm cực trị là  $\Delta: y = 2x + a$

$$(-2, -6) \in \Delta \Rightarrow a = -2.$$

$$(-2, -6) \in (C) \quad y = \frac{x^2 - 2x + b}{x + 1} \Rightarrow b = -2$$

Vậy  $a = b = -2$ .

**0007:** Đường thẳng qua 2 điểm cực trị là  $\Delta: y = 2x + a$

$$(-2, -6) \in \Delta \Rightarrow a = -2.$$

$$y' = \frac{x^2 + 2x + a - b}{---} = 0 \text{ có 1 nghiệm là } -2 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow y' = 0 \text{ có 2 nghiệm } -2, 0 \Rightarrow \text{điểm cực trị}$$

thứ 2 là (0, -2)

**0008:**  $y' = \frac{x^2 + 4x - 6}{---}$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2 \Rightarrow$  đồ thị có 2 điểm cực trị A, B

Đường thẳng qua 2 điểm cực trị là  $\Delta: y = 2x - 2$

$$AB^2 = (x_1 - x_2)^2 + (2(y_1 - y_2))^2 = (x_1 - x_2)^2 + [2(x_1 - x_2)]^2 = 5(x_1 - x_2)^2 = 5[(x_1 - x_2)^2 - 4x_1x_2] = 5.(4^2 + 4.6) = 200$$

$$\Rightarrow AB = 10\sqrt{2}$$

**0009:**  $y' = \frac{x^2 + 4x - 6}{---}$  có 2 nghiệm  $x_1, x_2 \Rightarrow$  đồ thị có 2 điểm cực trị A, B

Đường thẳng qua 2 điểm cực trị là  $\Delta: y = 2x - 2$

$$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (x_1, y_1), \overrightarrow{OB} = (x_2, y_2)$$

$$\text{Diện tích } \Delta OAB = \frac{1}{2} \cdot |x_1y_2 - x_2y_1| = \frac{1}{2} \cdot |x_1(2x_2 - 2) - x_2(2x_1 - 2)| = |x_1 + x_2| = 4$$

**0010:** giải như bài 9

**0012:**  $y' = \frac{4x^2 - 2x}{---} = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{1}{2} \quad (x = \frac{1}{2} \in [\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{\sqrt[3]{4}}{3}])$

Hàm có mỗi điểm  $x = \frac{1}{2}$  là điểm cực trị (điểm cực tiểu) trên đoạn  $[\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{\sqrt[3]{4}}{3}]$

$\Rightarrow$  giá trị cực tiểu của hàm cũng là giá trị nhỏ nhất của hàm trên đoạn  $[\frac{\sqrt{3}}{4}; \frac{\sqrt[3]{4}}{3}]$

$$\text{Min}_y = y(\frac{1}{2}) = \frac{-3}{4}.$$

## **Bài viết số 2**

MỘT SỐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM HÀM  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$

Hàm  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$  được khảo sát đầy đủ chi tiết trong chương trình học. Có thể hiểu biết của

các em về hàm này (nói riêng) là chưa sâu sắc nên khi giải toán các em có thể lúng túng, không xác lập được lời giải (phương án) hoặc giải không nhanh.

Các em thử giải một số bài tập dưới đây liên quan đến lớp hàm  $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ . Bài tập được

chọn lọc (tự biên soạn), có cân nhắc thời lượng làm bài để học sinh tập dượt.

Sau khi làm bài xong, học sinh đối chiếu với hướng dẫn giải có ở phần cuối bài viết để rút kinh nghiệm .

**I/ Một số bài tập trắc nghiệm chọn lọc liên quan đến hàm**  $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

**0001:** Tìm m để hàm  $y = \frac{x-m+1}{mx-2}$  nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của hàm. Giá trị m cần tìm là

- A.  $-1 < m < 2$  và  $m \neq 0$ .      B.  $-1 < m < 2$       C.  $-1 \leq m \leq 2$       D.  $-2 < m < 1$

**0002:** Tìm m để hàm  $y = \frac{x+m+1}{mx+2}$  đồng biến trên R. Giá trị m cần tìm là

- A.  $m = 0$ .      B.  $m > 1$  hoặc  $m < -2$       C.  $m \geq 1$  hoặc  $m \leq -2$       D.  $m \in \emptyset$

**0003:** Tìm m để đường thẳng  $y = m(x-1)+2$  cắt đồ thị  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  tại 2 điểm phân biệt

- A.  $m > 0$       B.  $m < 0$       C.  $m < 0$  hoặc  $m > 3/2$       D.  $0 < m < 3$

**0004:** Số các giá trị m để phương trình  $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{m^2-1}{2m+1}$  vô nghiệm là

- A. 1      B. 0      C. 2      D. 3

**0005:** Phương trình  $\frac{2x+1}{x-1} = x^3+m$  ( m là tham số) có nhiều nhất

- A. 1 nghiệm      B. 2 nghiệm      C. 3 nghiệm      D. 4 nghiệm

**0006:** Cho (C)  $y = \frac{2x+1}{2x-m}$  và A(1,2) . Tìm m để đường thẳng  $y = 3x-1$  cắt đồ thị (C) tại 2 điểm phân

biệt B,C và A là trung điểm đoạn BC. Giá trị m phải tìm là

- A.  $m=1$       B.  $m=2$       C.  $0 < m < 2$       D.  $m=0$  hoặc  $m=1$

**0007:** Tìm giá trị nhỏ nhất của x biết  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  và  $16 \leq y \leq 17$ .

Giá trị nhỏ nhất của x gần nhất với giá trị

- A. 1.21      B. 1.24      C. 1.23      D. 1.22

**0008:** Hàm số có cực trị là hàm số

- A.  $y = \frac{2x+1}{x-1}$       B.  $y = \frac{2|x|+1}{|x|-1}$       C.  $y = \frac{1}{x-1}$       D.  $y = \left| \frac{1}{x-1} \right|$

**0009:** Cho hàm số  $y = \frac{2x^2+1}{x^2-1}$  có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. (C) có 3 tiệm cận.

B. Phương trình  $\frac{2x^2+1}{x^2-1} = m^2 - m + 3$  có 2 nghiệm với mọi m.

C. Hàm số là nghịch biến trên mỗi khoảng xác định

D. (C) có một trục đối xứng.

**0010:** Cho hàm số  $y = \frac{x-m^2+m}{x+2}$ . Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[1,2]$  là lớn nhất.

- A.  $m = \frac{1}{2}$       B.  $m = -\frac{1}{2}$       C.  $m = 2$       D.  $m = -2$

**0011:** Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{2x-1}$  có đồ thị (C). M là bất kì điểm trên (C). Tích các khoảng cách từ điểm

M đến 2 tiệm cận là

- A.  $\frac{3}{4}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{3}{2}$       D.  $\frac{1}{2}$

**0012:** Biết đường thẳng  $x+2y+1=0$  là tiếp tuyến của (C):  $y = \frac{x+b}{x-1}$  Tọa độ tiếp điểm là:

- A. (-1,1)                      B. (-1,0)                      C. (0,1)                      D. (1,0)

**II/ Hướng dẫn giải các bài tập trong mục I**

A/ Một số kiến thức cần nắm:

Xét hàm  $y = \frac{ax+b}{cx+d} (c \neq 0, ad - bc \neq 0)$

•  $y' = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$

• Hàm số không có cực trị.

• Đồ thị có 1 tiệm cận đứng, 1 tiệm cận ngang- giao điểm 2 tiệm cận là tâm đối xứng

• Tiếp tuyến của đồ thị tại một điểm M bất kì cắt 2 tiệm cận tại A,B- khi đó M là trung điểm AB và diện tích tam giác IAB không đổi ( I là giao điểm 2 tiệm cận)

• Tích các khoảng cách từ một điểm M bất kì trên đồ thị đến 2 tiệm cận là không đổi.

...

B. Hướng dẫn giải

**0001:**

Chú ý:  $m=0$  hàm nghịch biến trên R nên nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của hàm.

$m \neq 0, \dots m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow -1 < m < 2$

kết luận:  $-1 < m < 2$ .

**0002:**

$m=0$  hàm đồng biến trên R.

$m \neq 0$  hàm nếu đồng biến thì chỉ đồng biến trên mỗi khoảng xác định, không thể đồng biến trên R.

**0003:** Để ý đường thẳng qua giao điểm 2 tiệm cận .

Hàm nghịch biến ( hình dung đồ thị) nên để đường thẳng  $y = m(x-1)+2$  cắt đồ thị  $\frac{2x+1}{x-1}$  tại 2 điểm

phân biệt thì đường thẳng phải có hệ số góc dương  $\Rightarrow m > 0$

**0004:** Đường thẳng  $\Delta : y = \frac{m^2 - 1}{2m + 1}$  không có điểm chung với đồ thị (C) :  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  khi chỉ khi  $\Delta$  là tiệm cận ngang của (C).

Phương trình  $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{m^2 - 1}{2m + 1}$  vô nghiệm  $\Leftrightarrow \frac{m^2 - 1}{2m + 1} = 2 (*)$

(\*) có 2 nghiệm  $m \Rightarrow$  chọn phương án C.

**0005:** Trên mỗi khoảng xác định của phương trình, Vt là hàm nghịch biến , VP là hàm đồng biến nên phương trình có nhiều nhất 1 nghiệm  $\Rightarrow$  phương trình có nhiều nhất 2 nghiệm trên R.

Chú ý khi  $m=0$  pt có đúng 2 nghiệm.

Chọn phương án B

**0006:**

Nghĩ ngay đến A phải là giao điểm 2 tiệm cận  $\Rightarrow \underline{m=2}$

**0007:**

Hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$  nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Phác họa đồ thị - ( chú ý tiệm cận ngang  $y=2$ ) ta thấy ngay giá trị x nhỏ nhất là giá trị x mà  $f(x)=2017$

$\frac{2x+1}{x-1} = 2017 \Rightarrow x=1.2$ . Chọn phương án A.

Thân tặng các em học sinh-

**0008:** Cách 1: Đồ thị  $y = \frac{2|x|+1}{|x|-1}$  có một trục đối xứng là Oy, hàm nghịch biến trên khoảng  $(0, +\infty)$

$\Rightarrow$  đồng biến trên  $(-\infty, 0)$ .

Điểm cực trị nằm trên Oy. Chọn phương án B

Cách 2: Sử dụng đạo hàm hàm hợp tính  $y'$  của  $y = \frac{2|x|+1}{|x|-1}$

$$y' = \left( \frac{2|x|+1}{|x|-1} \right)' = \frac{-3}{(|x|-1)^2} \cdot (|x|)' = \frac{-3}{(|x|-1)^2} \cdot (\sqrt{x^2})' = \frac{-3}{(|x|-1)^2} \cdot \frac{x}{2|x|}$$

$y'$  đổi dấu khi qua  $x=0$  – hàm có cực trị. Chọn phương án B

**0009:** Cách 1: (C) có một trục đối xứng là Oy, hàm nghịch biến trên khoảng  $(1, +\infty)$  thì sẽ đồng biến trên  $(-\infty, -1) \Rightarrow$  chọn phương án C.

Cách 2: tính  $y' \Rightarrow y'$  đổi dấu hàm có cực trị nên không thể nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.  $\Rightarrow$  chọn phương án C.

**0010:** hàm số  $\frac{x-m^2+m}{x+2}$  đồng biến trên  $[1,2] \Rightarrow$  giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[1,2]$  bằng

$$y(1) = \frac{1-m^2+m}{3} = \frac{5-(m-\frac{1}{2})^2}{3} \leq \frac{5}{3} = \frac{5}{12} \text{ (dấu = xảy ra khi } m = \frac{1}{2} \text{)}$$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn  $[1,2]$  là lớn nhất khi  $m = \frac{1}{2}$ . Chọn A

**0011:** Tích các khoảng cách từ điểm M đến 2 tiệm cận là không đổi (từ yêu cầu bài toán) – Chọn  $M(0,-1) \in (C)$ . Khoảng cách từ M  $(0,-1)$  đến tiệm cận  $x = \frac{1}{2}$ ;  $y = \frac{1}{2}$  lần lượt là  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$  nên tích các khoảng cách từ điểm M đến 2 tiệm cận là  $\frac{3}{4}$ . Chọn phương án A.

**0012:** (C) có 2 tiệm cận  $x=1, y=1$ .

Tiếp tuyến cắt 2 tiệm cận tại  $A(1,-1)B(-3,1)$ .

Đoạn AB có trung điểm  $I(-1,0)$  – I là tiếp điểm (xem phần kiến thức cần nắm)

Chọn phương án B.

---

Học sinh có thể thấy toán 12 gồm rất nhiều nội dung – nội dung nào cũng phải quan tâm và học một cách sâu sắc. Một vài bài viết như thế này cũng chỉ để xới lên như là một gợi ý giúp các em học tốt hơn, cẩn thận hơn để giải toán trắc nghiệm nhanh và hiệu quả.

### **Bài viết số 3**

MỘT SỐ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VỀ THỂ TÍCH KHỐI ĐA DIỆN.

Bài tập liên quan đến thể tích đa diện, hoặc đa diện là phong phú. Để giải quyết tốt bài tập phần này học sinh phải có kiến thức thật vững (lớp 10: hệ thức lượng trong tam giác thường, trong tam giác vuông- lớp 11 là quan hệ song song, đặc biệt là quan hệ vuông góc – lớp 12 là các công thức tính thể tích khối đa diện...), có kĩ năng tính toán, phát hiện các mối liên hệ giữa các đối tượng, phân tích tìm tòi nhanh cách thức giải..., có khả năng tư duy về hình không gian (sự hình dung- tưởng tượng...).

Vì đặc trưng bài toán hình là thường phải vẽ hình, các em cần phải vẽ nhanh hình hoặc chỉ một phần của hình và tư duy trên hình đó – vì điều này chúng tôi đã cân nhắc các câu hỏi, yêu cầu đến mức độ nào thì vừa phải.

Hầu hết các câu hỏi chúng tôi tự biên soạn. Bài viết có thể mắc lỗi về diễn đạt... và có thể mắc cả lỗi đánh máy.

Sau khi làm bài xong, học sinh đối chiếu với hướng dẫn giải có ở phần cuối bài viết để rút kinh nghiệm.

**I/ Một số bài tập trắc nghiệm chọn lọc liên quan đến thể tích khối đa diện.**

Thân tặng các em học sinh-

**0001:** Cho khối chóp ABCD có  $AB = m$  ( $m$  thay đổi), các cạnh còn lại đều bằng 1. Thể tích lớn nhất của khối chóp ABCD bằng

- A.  $\frac{1}{8}$  .                      B.  $\frac{1}{6}$  .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  .                      D.  $\frac{\sqrt{3}}{6}$  .

**0002:** Cho khối chóp ABCD có  $AB = CD = x$  ( $x$  thay đổi), các cạnh còn lại đều bằng 1. Tìm  $x$  để thể tích của khối chóp ABCD lớn nhất. Giá trị  $x$  cần tìm là:

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  .                      B.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  .                      C.  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  .                      D.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  .

**0003:** Cho khối chóp tam giác đều A.BCD biết khoảng cách từ B đến mp(ACD) bằng  $m$ ; góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng  $30^\circ$ . Thể tích của khối chóp ABCD là

- A.  $\frac{8\sqrt{3}}{27}m^3$                       B.  $\frac{8}{9}m^3$                       C.  $\frac{8}{27}m^3$                       D.  $\frac{8}{9\sqrt{3}}m^3$

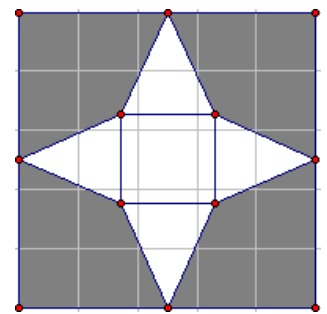
**0004:** Cho hình chóp tam giác có độ dài các cạnh đáy bằng 3,4,5. Chiều cao hình chóp bằng độ dài một cạnh bên và bằng 3. Gọi  $h$  là chiều cao mặt bên ứng với cạnh là cạnh của tam giác đáy. Giá trị lớn nhất của  $h$  gần nhất với số

- A. 4.95                      B. 4.97                      C. 4.96                      D. 4.98

**0005:** Từ một miếng bìa hình vuông có cạnh bằng 5, người ta cắt 4 góc bìa 4 tứ giác bằng nhau và gập lại phần còn lại của tấm bìa để được một khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $x$  ( xem hình). Nếu chiều cao khối

chóp tứ giác đều này bằng  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  thì  $x$  bằng

- A.  $x=1$ .                      B.  $x=2$ .                      C.  $x=3$ .                      D.  $x=4$



**0006:** Cho lăng trụ đều ABC.A'B'C' có tất cả các cạnh đều bằng 3. Gọi I là trung điểm của đoạn nối 2 tâm của 2 mặt đáy. Mặt phẳng  $\alpha$  qua I cắt các cạnh bên AA',BB',CC' lần lượt tại M,N,P. Thể tích của khối đa diện ABCMNP có giá trị gần đúng ( làm tròn đến 2 chữ số thập phân) là

- A. 5.87                      B. 5.83                      C. 5.85                      D. 5.89

**0007:** (SGK12 nâng cao) Cho hình hộp có tất cả các mặt là các hình thoi cạnh  $a$  và có một góc nhọn bằng  $60^\circ$ . Thể tích hình hộp bằng:

A. ....

**0008:** Cho lăng trụ ABC.A'B'C' có diện tích mặt bên BCC'B' bằng  $S$  và khoảng cách giữa AA' và mặt phẳng (BB'C'C) bằng  $h$ . Thể tích lăng trụ bằng

- A.  $\frac{1}{2}Sh$                       B.  $Sh$                       C.  $\frac{1}{3}Sh$                       D.  $\frac{2}{3}Sh$

**0009:** Biết hình hộp ABCD.A'B'C'D' có thể tích  $V$ , khi đó thể tích tứ diện AB'CD' bằng

- A.  $\frac{1}{3}V$                       B.  $\frac{1}{5}V$                       C.  $\frac{1}{6}V$                       D.  $\frac{1}{4}V$

**0010:** Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D' có thể tích  $V$ . Hình bát diện có 6 đỉnh là 6 tâm của 6 mặt hình hộp có thể tích bằng

- A.  $\frac{1}{3}V$                       B.  $\frac{1}{12}V$                       C.  $\frac{1}{6}V$                       D.  $\frac{1}{8}V$



**0011:** Gọi  $k$  là tỷ số giữa thể tích hình chóp tứ giác đều và thể tích hình chóp lục giác đều. Tính  $k$  biết 2 hình chóp này có chiều cao bằng nhau và độ dài cạnh đáy bằng nhau. Giá trị  $k$  cần tìm là

- A.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$       B.  $\frac{2}{3\sqrt{3}}$       C.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       D.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

**0012:** Cho hình chóp lục giác đều, nếu độ dài đường chéo qua tâm lục giác đều tăng lên 2 lần thì thể tích hình chóp lục giác đều tăng lên

- A. 4 lần      B. 6 lần      C. 8 lần      D. 16 lần

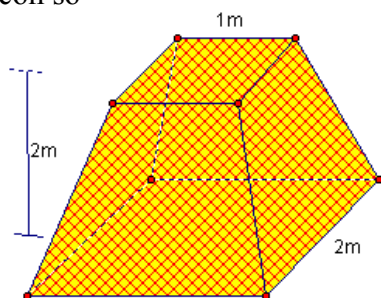
**0013:** Cho hình chóp tam giác ABCD. M là điểm  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \vec{0}$ . Mặt phẳng  $\alpha$  qua M và song song với mặt phẳng (BCD) cắt AB, AC, AD lần lượt tại P, Q, R. Tỷ số giữa thể tích hình chóp APQR và thể tích hình chóp ABCD bằng

- A.  $\frac{27}{64}$       B.  $\frac{8}{27}$       C.  $\frac{8}{19}$       D.  $\frac{64}{125}$

**0014:** Cho khối chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành. Mặt phẳng  $\alpha$  chứa cạnh AB và đi qua trọng tâm của tam giác SCD chia khối chóp S.ABCD thành 2 khối đa diện. Tính tỷ số  $k$  của thể tích 2 khối đa diện này ( $k \geq 1$ ). Giá trị  $k$  cần tìm là

- A.  $\frac{5}{4}$       B.  $\frac{3}{2}$       C.  $\frac{4}{3}$       D.  $\frac{6}{5}$

**0015:** Một đồng đất được vun thành hình một khối chóp cụt tứ giác đều có cạnh đáy lớn bằng 2m, cạnh đáy nhỏ bằng 1m và chiều cao bằng 2m. Khối lượng (thể tích) đồng đất có giá trị gần nhất với con số



- A.  $4,55m^3$       B.  $4,65m^3$       C.  $4,7 m^3$       D.  $4,75m^3$

## **II/ Hướng dẫn giải các bài tập trong mục I**

### A/ Một số kiến thức cần nắm:

Ngoài các công thức tính thể tích các khối đa diện như khối chóp, khối hộp, khối lăng trụ học sinh nắm thêm

+ công thức tính tỷ thể tích 2 khối chóp tam giác

$A', B', C'$  nằm trên các tia SA, SB, SC (không đồng phẳng) thì  $\frac{V_{SABC}}{V_{SA'B'C'}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'}$

Nếu 2 khối chóp đồng dạng thì tỷ thể tích bằng lập phương tỉ đồng dạng

Nếu 2 khối chóp có cùng chiều cao thì tỷ số thể tích 2 khối chóp bằng tỉ số diện tích 2 đáy tương ứng của 2 khối chóp.

Ta cũng có điều tương tự với đối với tam giác:

$A', B'$  nằm trên các tia SA, SB thì  $\frac{S_{SAB}}{S_{SA'B'}} = \frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'}$  ( $S_{SAB}$  là diện tích tam giác ABC)

Thân tặng các em học sinh-

B/ Hướng dẫn giải:

**0001:** Dựng  $AH \perp mpBCD$ , M là trung điểm ABC  
 $AH \leq AM$ . Thể tích của khối chóp ABCD lớn nhất khi  $H \equiv$

M. Khi đó chiều cao khối chóp là AM bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  và thể tích

$$\text{của khối chóp là } V = \frac{1}{3} S_{BCD} \cdot AM = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{8}$$

Chọn A

**0002:** M,N là trung điểm AB,CD. Dễ thấy  $AB \perp mp CDM$

$$V = \frac{1}{3} AB \cdot S_{CDM} = \frac{1}{6} AB \cdot CD \cdot MN = \frac{1}{6} x^2 \cdot MN$$

$$MN^2 = BN^2 - BM^2 = BC^2 - CN^2 - BM^2 = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{x^2}{4} = \frac{4 - 2x^2}{4}$$

$$\text{Khi đó } V = \frac{1}{12} x^2 \sqrt{4 - 2x^2} = \frac{1}{12} \sqrt{x^2 \cdot x^2 (4 - 2x^2)}$$

$$V \text{ lớn nhất chỉ khi } x^2 = 4 - 2x^2 \Rightarrow x = \frac{2}{\sqrt{3}}. \text{ Chọn B.}$$

$$\text{0003: } BM = \frac{BH}{\sin 30^\circ} = 2m \Rightarrow BC = \frac{BM}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4m}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Diện tích } \Delta BCD = \frac{1}{2} BM \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 2m \cdot \frac{4m}{\sqrt{3}} = \frac{4m^2}{\sqrt{3}}$$

$$AO = OM \cdot \tan 30^\circ = \frac{1}{3} BM \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2m}{3\sqrt{3}}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{BCD} \cdot AO = \frac{1}{3} \cdot \frac{4m^2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2m}{3\sqrt{3}} = \frac{8}{27} m^3. \text{ Chọn C}$$

**0004:**

Hình chóp S.ABC có đáy là tam giác vuông tại A,  $AB=3$ ,  $AC=4$ ,  $BC=5$

Từ giả thiết chiều cao hình chóp bằng độ dài một cạnh bên suy ra hình chóp có một cạnh bên vuông góc với đáy.

$$\bullet SA \perp ABC \text{ (SA=3)} \Rightarrow h = \sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2 + 3^2} \approx 3,84$$

$$\bullet SB \perp ABC \text{ (SB=3)} \Rightarrow h = SA = 3\sqrt{2}$$

$$\bullet SC \perp ABC \text{ (SC=3)} \Rightarrow h = SA = 5$$

Chọn D

**0005:** Hình chóp tứ giác đều đỉnh S. O là tâm đáy.

M là trung điểm một cạnh đáy.  $h = SO = \sqrt{SM^2 - OM^2}$

$$= \sqrt{\left(\frac{5-x}{2}\right)^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{25 - 10x} = \frac{\sqrt{5}}{2} \sqrt{5 - 2x} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow x = 2.$$

Chọn B

**0006:** Với cách thức phát biểu bài toán như vậy, em phải hiểu biểu thức thể tích khối đa diện ABCMNP có giá trị không đổi. Xét trường hợp mặt phẳng qua I song song với đáy- lúc này M,N,P là trung điểm các cạnh bên và ABC.MNP là

