

HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI 1,2,3,4,5,6 TRANG 25,26 SGK HÌNH HỌC 12:

KHÁI NIỆM VỀ THỂ TÍCH CỦA KHỐI ĐA DIỆN

Hướng dẫn Giải bài 1,2,3,4 trang 25; bài 5,6 trang 26 hình 12: Khái niệm về thể tích của khối đa diện.

A. Tóm tắt lý thuyết về thể tích của khối đa diện

1. Có thể đặt tương ứng cho mỗi khối đa diện H một số dương V_H thỏa mãn các tính chất sau:

- Nếu H là khối lập phương có cạnh bằng một thì $V_H = 1$.
- Nếu hai khối đa diện H_1 và H_2 bằng nhau thì $V_1 = V_2$.
- Nếu khối đa diện H được phân chia thành hai khối đa diện: H_1 và H_2 thì $V_H = V_{H_1} + V_{H_2}$. Số dương V_H nói trên được gọi là thể tích của khối đa diện H .

Khối lập phương có cạnh bằng một được gọi là khối lập phương đơn vị.

Nếu H là khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ chẳng hạn thì thể tích của nó còn được kí hiệu là $V_{ABC.A'B'C'}$

2. Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

$$V = B.h$$

Đặc biệt thể tích của khối hộp chữ nhật bằng tích của ba kích thước của nó.

3. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là $V = \frac{1}{3}Bh$

Kiến thức bổ sung :

4. Cho hình chóp $S.ABC$. Trên ba tia SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' .

$$\text{Khi đó } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

5. Nếu H' là ảnh của H qua một phép dời hình thì $V_{H'} = V_H$.

Nếu H' là ảnh của H qua một phép vị tự tỉ số k thì $V_{H'} = |k|^3 \cdot V_H$

6. Bảng tóm tắt của năm loại khối đa diện đều :

Loại	Tên gọi	Số đỉnh	Số cạnh	Số mặt
$\{3;3\}$	Tứ diện đều	4	6	4
$\{4;3\}$	Lập phương	8	12	6
$\{3;4\}$	Bát diện đều	6	12	8
$\{5;3\}$	Mười hai mặt đều	20	30	12
$\{3;5\}$	Hai mươi mặt đều	12	30	20

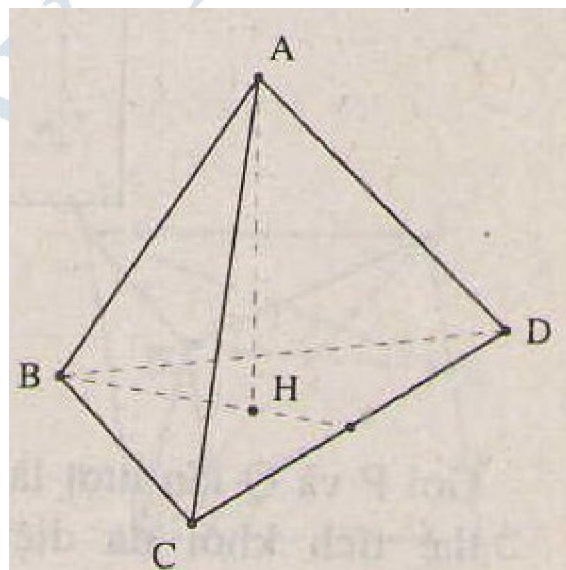
Ở đây diện tích toàn phần và thể tích được tính theo cạnh a của đa diện đều.

B. Giải bài tập sách giáo khoa hình 12 trang 25, 26

Bài 1. (Trang 25 SGK Hình 12 chương 1)

Tính thể tích khối tứ diện đều cạnh a .

Hướng dẫn giải bài 1.



Cho tứ diện đều ABCD. Hạ đường cao AH của tứ diện thì do các đường xiên AB, AC, AD bằng nhau nên các hình chiếu của chúng: HB, HC, HD bằng nhau. Do BCD là tam giác đều nên H là



trọng tâm của tam giác BCD.

$$\text{Do đó } BH = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

Từ đó suy ra $AH^2 = a^2 - BH^2 = \frac{6}{9}a^2$

Nên $AH = \frac{\sqrt{6}}{3}a$

$$\text{Thể tích tứ diện đó } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 \cdot \frac{\sqrt{6}}{3}a = a^3 \frac{\sqrt{2}}{12}.$$

Thể tích tứ diện đó $V =$

Bài 2. (Trang 25 SGK Hình 12 chương 1)

Tính thể tích khối bát diện đều cạnh a .

Hướng dẫn giải bài 2:

Chia khối tám mặt đều cạnh a thành hai khối chóp tứ giác đều cạnh a .

Gọi h là chiều cao của khối chóp thì dễ thấy

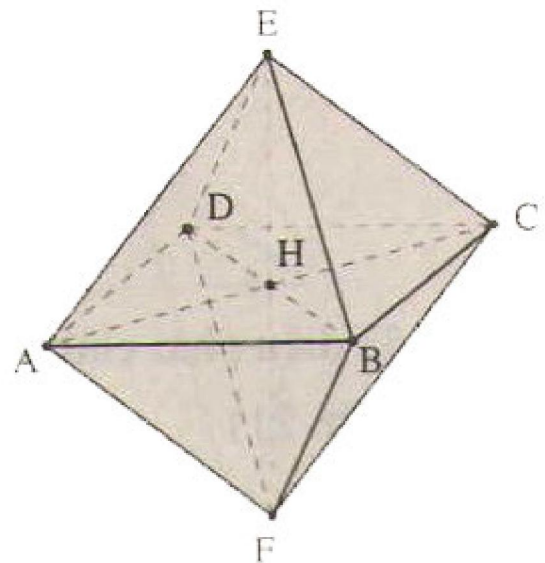
$$h^2 = a^2 - \left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$$

Nên

$$h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

từ đó thể tích khối tám mặt đều cạnh a là:

$$V = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}a}{2} \cdot a^2 = a^3 \frac{\sqrt{2}}{3}$$



Bài 3. (Trang 25 SGK Hình 12 chương 1)

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tính thể tích của khối hộp đó và thể tích của khối tứ diện

ACB'D'.

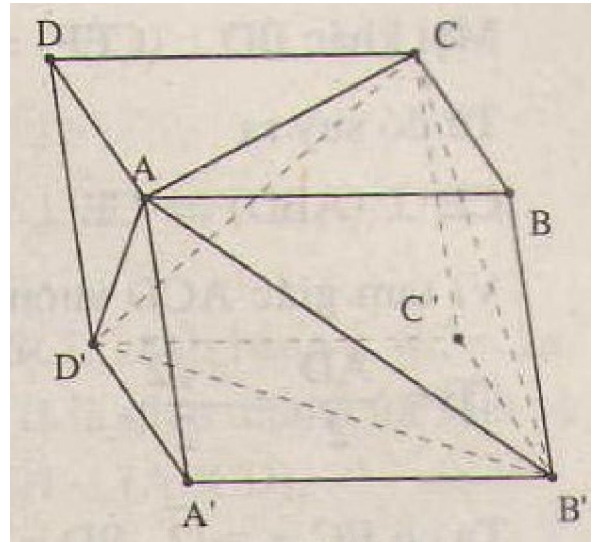
Hướng dẫn giải bài 3:

Gọi S là diện tích đáy $ABCD$ và h là chiều cao của khối hộp. Chia khối hộp thành khối tứ diện $ACB'D'$ và bốn khối chóp $A.A'B'D'$, $C.C'B'D'$, $B'.BAC$ và $D'.DAC$. Ta thấy bốn khối chóp sau đều có diện tích đáy bằng $S/2$ và chiều cao bằng h , nên tổng các thể tích của chúng bằng

$$4 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{S}{2} h = \frac{2}{3} Sh$$

Từ đó suy ra thể tích của khối tứ diện

$ACB'D' = 1/3 Sh$. Do đó tỉ số của thể tích khối hộp đó và thể tích của khối tứ diện $ACB'D'$ bằng 3.



Bài 4. (Trang 25 SGK Hình 12 chương 1)

Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các đoạn thẳng SA , SB , SC lần lượt lấy ba điểm A' , B' , C' khác với S . Chứng minh rằng

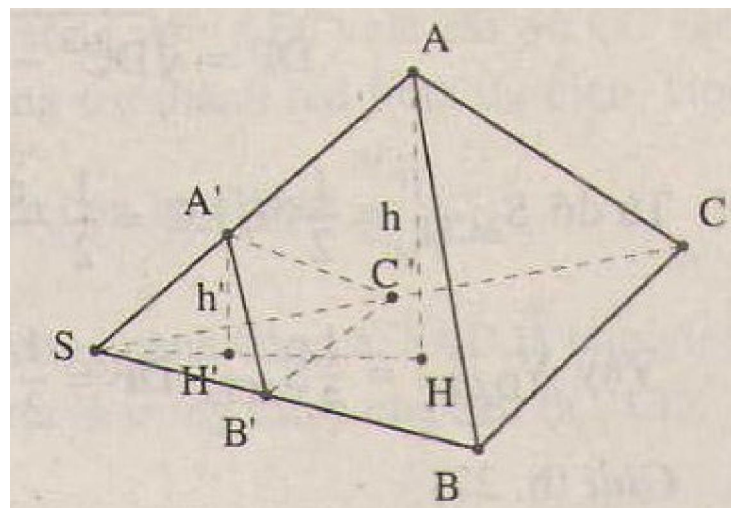
$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

Hướng dẫn giải:

Gọi h và h' lần lượt là chiều cao hạ từ A , A' đến mặt phẳng (SBC) .

Gọi S_1 và S_2 theo thứ tự là diện tích các tam giác SBC và $SB'C'$.

Khi đó ta có





$$\frac{h'}{h} = \frac{SA'}{SA} \text{ và } \frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{1}{2}B'SC' \cdot SB' \cdot SC'}{\frac{1}{2}BSC \cdot SB \cdot SC} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

Suy ra:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{V_{A'.SB'C'}}{V_{A.SBC}} = \frac{\frac{1}{3}h'S_2}{\frac{1}{3}hS_1} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

Bài 5. (Trang 26 SGK Hình 12 chương 1)

Cho tam giác ABC vuông cân ở A và AB = a. Trên đường thẳng qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABC) lấy điểm D sao cho CD = a. Mặt phẳng qua C vuông góc với SD, cắt BD tại F và cắt AD tại E. Tính thể tích khối tứ diện CDEF theo a.

Hướng dẫn giải bài 5:

$$\left. \begin{array}{l} BA \perp CD \\ BA \perp CA \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow BA \perp (ADC) \Rightarrow BA \perp CE$$

$$\text{Mặt khác } BD \perp (CEF) \Rightarrow BD \perp CE.$$

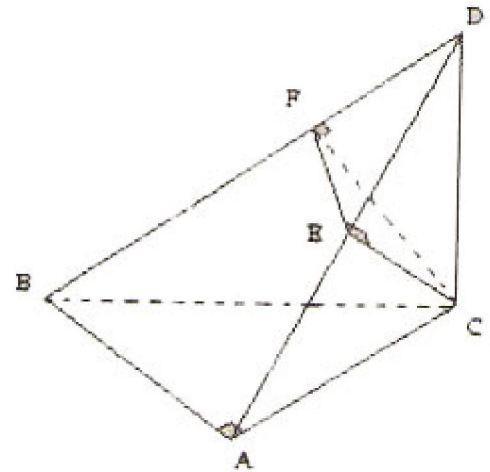
Từ đó suy ra

$$CE \perp (ABD) \Rightarrow CE \perp EF, CE \perp AD.$$

Vì tam giác ACD vuông cân, AC = CD = a nên

$$CE = \frac{AD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Ta có





$$BC = a\sqrt{2}$$

$$BD = \sqrt{2a^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

Để ý rằng $CF \cdot CD = DC \cdot BC$

$$\text{nên } CF = \frac{a^2\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = a\sqrt{\frac{2}{3}}$$

Từ đó suy ra:

$$EF = \sqrt{CF^2 - CE^2} = \sqrt{\frac{2}{3}a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$DF = \sqrt{DC^2 - CF^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2}{3}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Từ đó suy ra

$$S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2}FE \cdot EC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{6} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$$

$$\text{Vậy } V_{D.CEF} = \frac{1}{3}S_{\triangle CEF} \cdot DF = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{12} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{36}.$$

Bài 6. (Trang 26 SGK Hình 12 chương 1)

Cho hai đường thẳng chéo nhau d và d' . Đoạn thẳng AB có độ dài a trượt trên d , đoạn thẳng CD có độ dài B trượt trên d' . Chứng minh rằng khối tứ diện $ABCD$ có thể tích không đổi.

Hướng dẫn giải: (Hình 22)

Gọi h là độ dài đường vuông góc chung của d và d' , α là góc giữa hai đường thẳng d và d' .

Qua B, A, C dựng hình bình hành $BACF$. Qua A, C, D dựng hình bình hành $ACDE$.

Khi đó $CFD.ABE$ là một hình lăng trụ tam giác. Ta có:



$$V_{DABC} = V_{DFCB} = V_{BCDF}$$

$$= \frac{1}{3} V_{CFD.ABE} = \frac{1}{3} h S_{FCD} = \frac{1}{3} h \cdot \frac{1}{2} ab \cdot \sin \alpha$$

$$= \frac{1}{6} h \cdot ab \cdot \sin \alpha \text{ (là một số không đổi).}$$

Tailieu.vn

www.hoc247.vn