



HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP ÔN TẬP CHƯƠNG 1 HÌNH HỌC 12

TRANG 26,27,28: KHỐI ĐA DIỆN

Hướng Giải bài tập ôn tập chương 1 hình học 12: Bài 1,2,3,4,5,6,7,8,9 trang 26; Bài 11,12 trang 27: Khối Đa diện.

I. Giải bài tập ôn tập chương 1 hình học 12

Bài 1: Các đỉnh, cạnh, mặt của một đa diện phải thoả mãn những tính chất nào ?

Bài 2: Tìm một hình tạo bởi các đa giác nhưng không phải là một đa diện.

Bài 3: Thế nào là một khối đa diện lồi ? Tìm ví dụ trong thực tế mô tả một khối đa diện lồi, một khối đa diện không lồi.

Bài 1,2,3 Các em xem SGK và trả lời các câu hỏi trên nhằm củng cố kiến thức của mình

Bài 4. (Trang 26 ôn tập chương 1 hình 12)

Cho hình lăng trụ và hình chóp có diện tích đáy và chiều cao bằng nhau. Tính tỉ số thể tích của chúng.

Hướng dẫn giải bài 4:

Gọi B là diện tích đáy và h là chiều cao.

$$V_{\text{lăng trụ}} = B.h$$

$$V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3} B.h$$

$\Rightarrow$ Với diện tích đáy và chiều cao bằng nhau thì tỉ số thể tích giữa hình lăng trụ và hình chóp là:

$$\frac{V_{\text{lăng trụ}}}{V_{\text{chóp}}} = \frac{Bh}{\frac{1}{3} Bh} = 3$$



Bài 5: (Trang 26 ôn tập chương 1 hình 12)

Cho hình chóp tam giác ABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và OA = a, OB = b, OC = c. Hãy tính đường cao OH của hình chóp.

Hướng dẫn giải bài 5:

$$\text{Kẻ } OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \perp BC \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{array} \right\} \Rightarrow OA \perp (OBC) \\ \Rightarrow OA \perp BC \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra: $BC \perp (AOH)$

$$\Rightarrow BC \perp AD$$

$\Rightarrow H$ nằm trên đường cao AD.

Tương tự, ta chứng minh được H là trực tâm của tam giác ABC.

Ta cũng có:

$$OH \perp (ABC) \Rightarrow OH \perp AD$$

Tam giác AOD vuông tại O và OH là đường cao thuộc cạnh huyền AD cho ta:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OD^2} \quad (3)$$

$$BC \perp (AOD) \Rightarrow BC \perp OD.$$

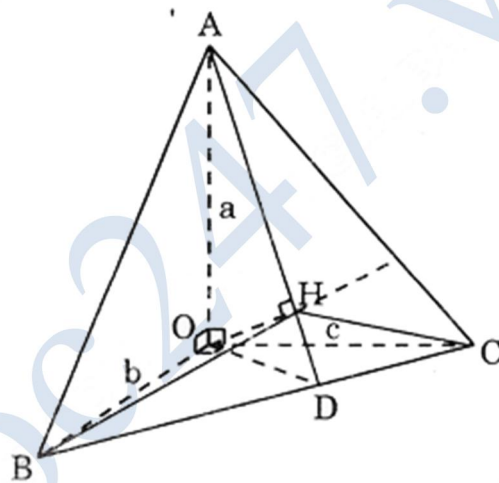
Trong tam giác vuông BOC, OD là đường cao thuộc cạnh huyền BC cho ta:

$$\frac{1}{OD^2} = \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$$

Từ (3) và (4) ta được:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow OH = \frac{abc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$$





Bài 6: (Trang 26 ôn tập chương 1 hình 12)

Cho hình chóp tam giác đều SABC có cạnh AB bằng a . Các cạnh bên SA, SB, SC tạo với đáy một góc 60° . Gọi D là giao điểm của SA với mặt phẳng qua BC và vuông góc với SA.

a) Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp S.DBC và S.ABC

b) Tính thể tích của khối chóp S.DBC.

Hướng dẫn giải bài 6:

a) Vì hình chóp S.ABC là chóp đều nên chân đường cao H là tâm của đường tròn ngoại tiếp đáy, theo giả thiết, ta có: $\angle SAH = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC thì AM là đường cao của tam giác đều ABC:

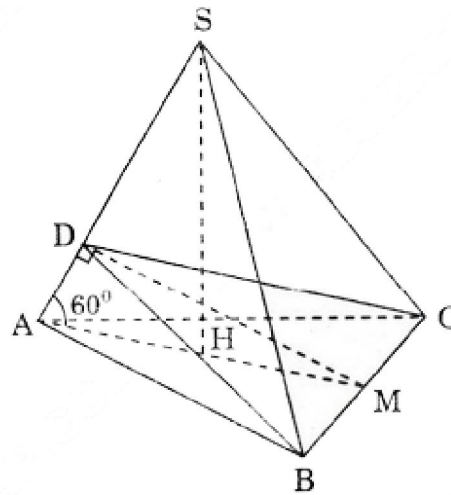
$$AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = \frac{2}{3} \cdot AM = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Từ đây, ta có: $SA = \frac{AH}{\cos 60^\circ} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$

$$AD = AM \cdot \cos 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow SD = SA - AD = \frac{5a\sqrt{3}}{12}$$



Áp dụng công thức tỉ số thể tích trong bài tập 4, 3 (trang 37 SGK) ta được:

$$\frac{V_{S.DBC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SD}{SA} \cdot \frac{SB}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{5a\sqrt{3}}{12} : \frac{2a\sqrt{3}}{3} = \frac{5}{8}$$

b) Ta có: $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; $SH = AH \cdot \tan 60^\circ = a$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

Từ kết quả câu a) ta có:

$$V_{S.DBC} = \frac{5}{8} \cdot V_{S.ABC} \Rightarrow V_{S.DBC} = \frac{5}{8} \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

$$\Rightarrow V_{S.DBC} = \frac{5a^3\sqrt{3}}{96}$$



Bài 7: (Trang 26 ôn tập chương 1 hình 12)

Cho hình chóp tam giác S.ABC có $AB = 5a$, $BC = 6a$, $CA = 7a$. Các mặt bên SAB, SBC, SCA tạo với đáy mỗi góc 60° . Tính thể tích của khối chóp đó.

Hướng dẫn giải bài 7:

Kẻ $SH \perp (ABC)$ và từ H kẻ $HI \perp AB$, $HJ \perp BC$, $HK \perp CA$.

Từ định lí ba đường vuông góc, ta suy ra:

$SI \perp AB$; $SJ \perp BC$; $SK \perp AC$ do đó:

$$SIH = SJH = SKH = 60^\circ$$

Từ đây ta có: $\triangle SIH = \triangle SJH = \triangle SKH$

$$\Rightarrow IH = JH = KH$$

$\Rightarrow H$ là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$.

Tam giác ABC có chu vi:

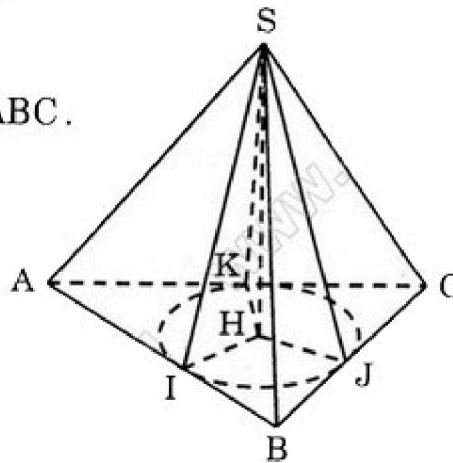
$$2p = AB + BC + CA = 18a$$

$$\Rightarrow p = 9a$$

Ta có: $p - AB = 4a$

$$p - BC = 3a$$

$$p - CA = 2a$$



Theo công thức Héron, ta có: $S = \sqrt{9a \cdot 4a \cdot 3a \cdot 2a} = 6a^2 \sqrt{6}$

Bán kính của đường tròn nội tiếp tam giác ABC:

$$IH = r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{6a^2 \sqrt{6}}{9a} \Rightarrow IH = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$$

Đường cao SH của khối chóp:

$$SH = r \cdot \tan 60^\circ = \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot \sqrt{3} = 2a\sqrt{2}$$

Thể tích khối chóp:

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a\sqrt{2} \cdot 6a^2 \sqrt{6} = 8a^3 \sqrt{3}$$



Bài 8: (Trang 26 ôn tập chương 1 hình 12)

Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy và $AB = a$, $AD = b$, $SA = c$. Lấy các điểm B', D' theo thứ tự thuộc SB, SD sao cho AB' vuông góc với SB, AD' vuông góc với SD. Mặt phẳng $(AB'D')$ cắt SC tại C'. Tính thể tích khối chóp S.AB'C'D'.

Hướng dẫn giải bài 8:

Ta có $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB'$

Theo giả thiết $SB \perp AB'$
 $\Rightarrow AB' \perp (SBC) \Rightarrow AB' \perp SC$ (1)

Chứng minh tương tự ta có:

$AD' \perp SC$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $SC \perp (AB'C'D')$ hay
 SC là đường cao của hình chóp S.AB'C'D'.

Từ $AB' \perp (SBC) \Rightarrow AB' \perp B'C'$

Tương tự ta có: $AD' \perp D'C'$

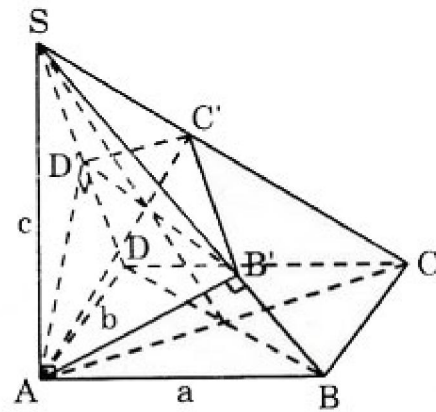
Từ các kết quả trên, ta được:

$$\begin{aligned} V_{AB'C'D'} &= \frac{1}{3} \cdot SC' \cdot \frac{1}{2} (AB' \cdot B'C' + AD' \cdot D'C') \\ &= \frac{1}{6} SC' \cdot (AB' \cdot B'C' + AD' \cdot D'C') \quad (*) \end{aligned}$$

Ta tính các yếu tố trên.

Tam giác vuông SAB có AB' là đường cao, nên ta có:

$$\begin{aligned} \frac{1}{AB'^2} &= \frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow AB'^2 = \frac{a^2 c^2}{a^2 + c^2} \\ \Rightarrow AB' &= \frac{ac}{\sqrt{a^2 + c^2}} \end{aligned}$$





Tương tự, ta có:

$$AD'^2 = \frac{b^2 c^2}{b^2 + c^2} \Rightarrow AD' = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + c^2}}$$

Ta lại có $SC^2 = AC^2 + AS^2 = a^2 + b^2 + c^2$

$$\Rightarrow SC = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Trong tam giác vuông SAC, AC' là đường cao thuộc cạnh huyền

$$SC' \cdot SC = SA^2 \Rightarrow SC' = \frac{SA^2}{SC} = \frac{c^2}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\Delta SBC \text{ đồng dạng } \Delta SC'B' \Rightarrow \frac{BC'}{BC} = \frac{SC'}{SB}$$

$$\Rightarrow B'C' = \frac{SC' \cdot BC}{SB} = \frac{bc^2}{\sqrt{a^2 + c^2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\text{Tương tự ta có: } D'C' = \frac{c^2 a}{\sqrt{b^2 + c^2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

Thay các kết quả này vào (*) ta được:

$$V = \frac{1}{6} \cdot \frac{abc^5 (a^2 + b^2 + 2c^2)}{(a^2 + c^2)(b^2 + c^2)(a^2 + b^2 + c^2)}$$

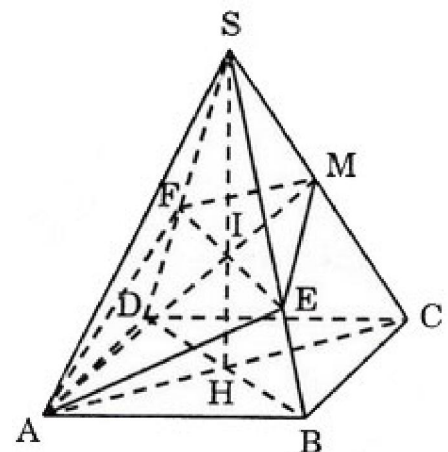
Bài 9: (Trang 26 ôn tập chương 1 hình 12)

Cho hình chóp tứ giác đều ABCD, đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Gọi M là trung điểm SC. Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD, cắt SB tại E và cắt SD tại F. Tính thể tích khối chóp S.AEMF.

Hướng dẫn giải bài 9:

Hình chóp S.ABCD là hình chóp đều nên chân H của đường cao SH chính là tâm của đáy. Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD cắt mặt phẳng (SDB) theo một giao song song với BD, hay $EF \parallel BD$. Ta dựng giao tuyến EF như sau: Gọi I là giao điểm của AM và SH

Qua I ta dựng một đường thẳng song song với BD, đường này cắt SB ở E và cắt SD ở F.





Ta có góc $\widehat{SAH} = 60^\circ$. Tam giác cân SAC có $SA = SC$ và $\widehat{SAC} = 60^\circ$ nên nó là tam giác đều. I là giao điểm của các trung tuyến AM và SH nên:

$$\frac{SI}{SH} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Do } EF \parallel DB' \Rightarrow \frac{EF}{DB} = \frac{SF}{SD} = \frac{SE}{SB} = \frac{SI}{SH} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Vì } DB = a\sqrt{2} \Rightarrow EF = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Tam giác } SAC \text{ là tam giác đều nên } AM = \frac{AC\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

Ta lại có $DB \perp (SAC) \Rightarrow DB \perp AM$. Kết hợp với $DB \parallel EF$ nên $EF \perp AM$. Tứ giác $AEMF$ có hai đường chéo vuông góc với nhau nên có diện tích:

$$S_{AEMF} = \frac{1}{2} EF \cdot AM = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$$

Mặt khác, tam giác ASM là tam giác đều, M là trung điểm của SC nên $AM \perp SC$. Ta cũng có $DB \perp (SAM) \Rightarrow DB \perp SC$ hay $DB \parallel EF$ nên $EF \perp SC$. Từ kết quả trên, suy ra $SM \perp (AEMF)$ hay SM là chiều cao khối chóp $S.AEMF$.

Dễ thấy $SM = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Do đó:

$$V_{S.AEMF} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$$

Bài 10: (Trang 27 ôn tập chương 1 hình 12)

Cho hình lăng trụ đứng tam giác $A'B'C'$ có tất cả các cạnh đều bằng a .

a) Tính thể tích khối tứ diện $A'BB'C$.

b) Mặt phẳng đi qua $A'B'$ và trọng tâm tam giác ABC cắt AC và BC lần lượt tại E và F . Tính thể tích hình chóp $A'B'FE$.