



HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI 4,5,6,7,8,9 TRANG 44 SGK GIẢI TÍCH LỚP 12:

KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA CÁC HÀM SỐ

Hướng dẫn giải và đáp án Bài 4,5,6,7,8,9 trang 44 giải tích lớp 12: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số.

- A. Giải bài tập SGK (Bài 4,5,6,7,8,9)
- B. Bài tập luyện khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số có đáp án

A. Giải bài tập SGK (Bài 4,5,6,7,8,9)

Bài 4: (SGK trang 44 giải tích lớp 12)

Bằng cách khảo sát hàm số, hãy tìm số nghiệm của các phương trình sau:

a) $x^3 - 3x^2 + 5 = 0$;

b) $-2x^3 + 3x^2 - 2 = 0$;

c) $2x^2 - x^4 = -1$.

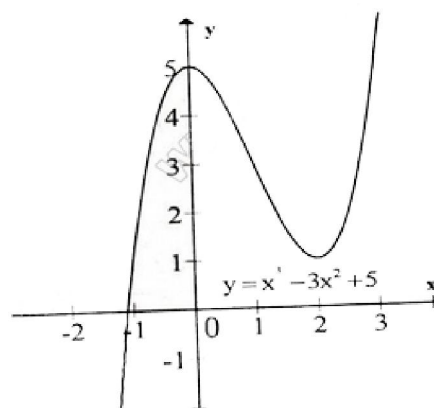
Đáp án và Hướng dẫn giải bài 4:

Số nghiệm của các phương trình đã cho chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ ở vế trái của phương trình với trục hoành ở câu a), b) và với đường thẳng $y = -1$ ở câu c).

a) Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$. Tập xác định : $\mathbf{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2); y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2.$$

Bảng biến thiên:



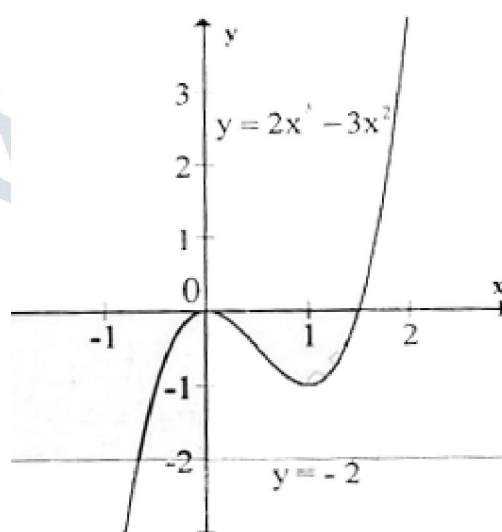
Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ chỉ cắt trục hoành (đường thẳng $y=0$) tại 1 điểm duy nhất. Do vậy phương trình $y = x^3 - 3x^2 + 5$ chỉ có 1 nghiệm duy nhất.

b) Xét hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 2$. Tập xác định : $\mathbf{R}$.

$$y' = -6x^2 + 6x = -6x(x - 1); y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1.$$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		0		-1		$+\infty$

vẽ đồ thị



Đồ thị như hình bên. Từ đồ thị ta thấy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

c) Xét hàm số $y = f(x) = 2x^2 - 2x^4$. Tập xác định : $\mathbf{R}$.

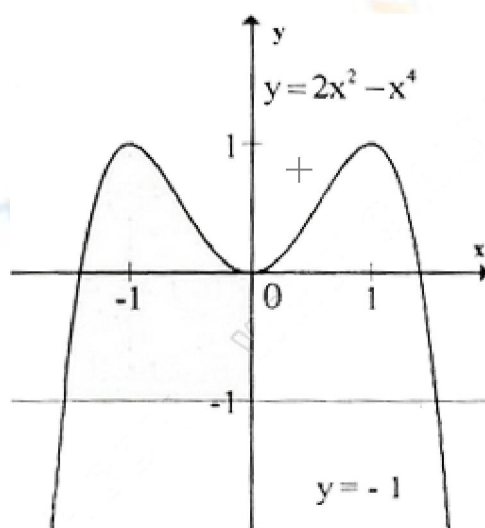
$$y' = 4x - 4x^3 = 4x(1 - x^2); y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y		1	0	1	

Arrows indicating the behavior of the function: from $-\infty$ to 1, from 1 to 0, from 0 to 1, and from 1 to $-\infty$.

Vẽ đồ thị



Đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y = -1$ như hình bên.

Đồ thị hàm số $y = 2x^2 - x^4$ cắt đường thẳng $y = -1$ tại 2 điểm. Do đó phương trình $y = 2x^2 - x^4 = -1$ có 2 nghiệm phân biệt.

Bài 5: (SGK trang 44 giải tích lớp 12)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$.

b) Dựa vào đồ thị (C), biện luận về số nghiệm của phương trình sau theo tham số m . $x^3 - 3x + m = 0$.

Đáp án và Hướng dẫn giải bài 5:

a) Xét hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$. Tập xác định : $\mathbf{R}$.



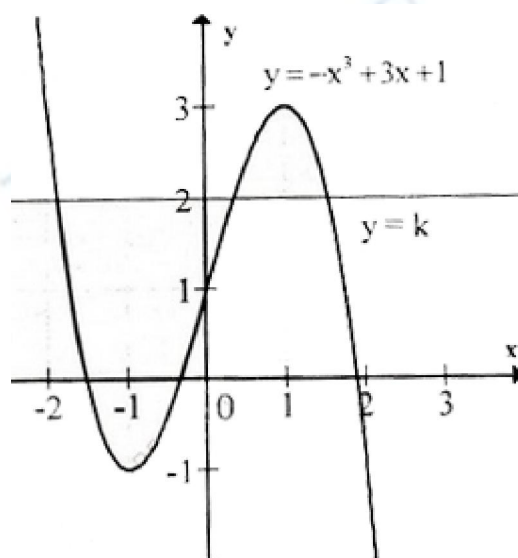
$$y' = -3x^2 + 3 = -3(x^2 - 1); y' = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 1.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			3	$-\infty$

Arrows indicate the curve's path: from $+\infty$ at $x=-\infty$ down to a local minimum at $x=-1$, up to a local maximum at $x=1$, and then down to $-\infty$ at $x=+\infty$.

Đồ thị (C) như hình bên.



Đặt $k = m + 1$

b) $x^3 - 3x + m = 0 \Leftrightarrow -x^3 + 3x + 1 = m + 1$ (1). Số nghiệm của (1) chính là số giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng (d) : $y = m + 1$.

Từ đồ thị ta thấy :

$m + 1 < -1 \Leftrightarrow m < -2$: (d) cắt (C) tại 1 điểm, (1) có 1 nghiệm.

$m + 1 = -1 \Leftrightarrow m = -2$: (d) cắt (C) tại 1 điểm và tiếp xúc với (C) tại 1 điểm, (1) có 2 nghiệm.

$-1 < m + 1 < 3 \Leftrightarrow -2 < m < 2$: (d) cắt (C) tại 3 điểm, (1) có 3 nghiệm.

$m + 1 = 3 \Leftrightarrow m = 2$: (d) cắt (C) tại 1 điểm và tiếp xúc với (C) tại 1 điểm, (1) có 2 nghiệm.

$m + 1 > 3 \Leftrightarrow m > 2$: (d) cắt (C) tại 1 điểm, (1) có 1 nghiệm.

Bài 6: (SGK trang 44 giải tích lớp 12)

Cho hàm số $y = \frac{mx - 1}{2x + m}$ a) Chứng minh rằng với mọi giá trị của tham số m , hàm số luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

b) Xác định m để tiệm cận đứng đồ thị đi qua $A(-1; \sqrt{2})$.

c) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 2$.

Đáp án và Hướng dẫn giải bài 6:

a) $y = \frac{mx - 1}{2x + m}$.

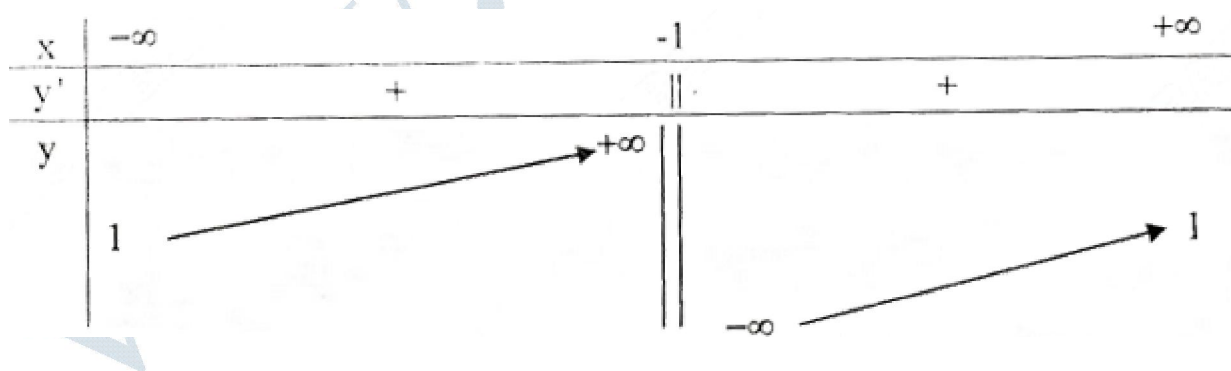
Tập xác định : $\mathbf{R} \setminus \{-m/2\}$; $y' = \frac{m^2 + 2}{(2x + m)^2} > 0, \forall m$ và $\forall x \neq -m/2$;

Do đó hàm số luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

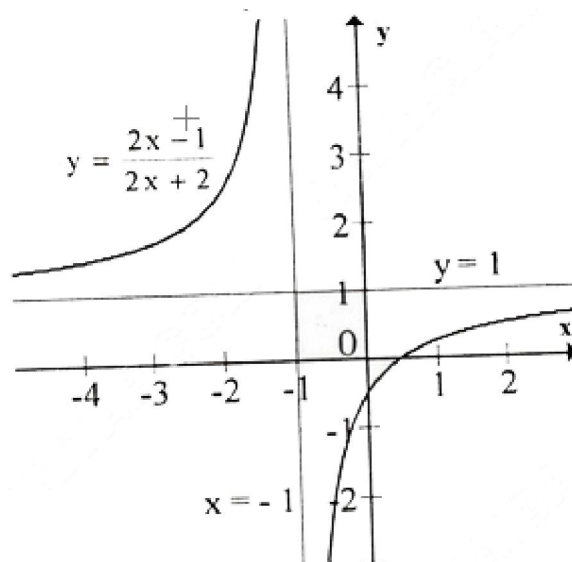
b) Tiệm cận đứng $\Delta : x = -m/2$. $A(-1; \sqrt{2}) \in \Delta \Leftrightarrow -m/2 = -1 \Leftrightarrow m = 2$.

c) $m = 2 \Rightarrow y = \frac{2x - 1}{2x + 2}$.

Bảng biến thiên



Đồ thị hàm số như hình bên.



Bài 7: (SGK trang 44 giải tích lớp 12)

Cho hàm số $y = 1/4x^4 + 1/2x^2 + m$.

- Với giá trị nào của tham số m , đồ thị của hàm số đi qua điểm $(-1; 1)$?
- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 1$.
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có tung độ bằng $7/4$

Đáp án và Hướng dẫn giải bài 7:

$$1 = \frac{1}{4}(-1)^4 + \frac{1}{2}(-1)^2 + m \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$$

a) Điểm $(-1; 1)$ thuộc đồ thị của hàm số $\Leftrightarrow$

b) $m = 1$

$$y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1$$

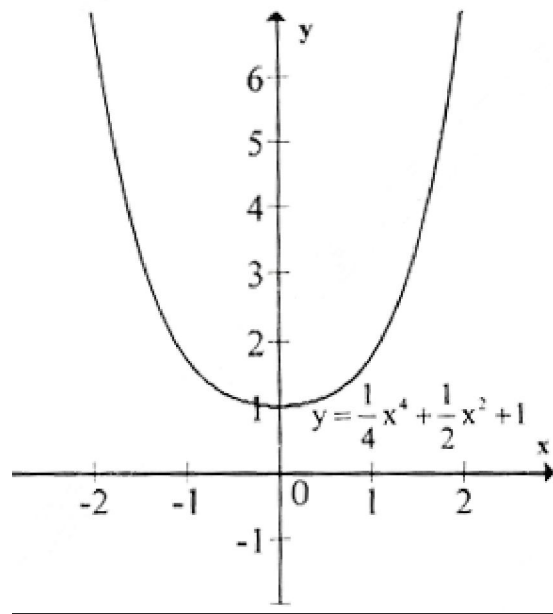
Tập xác định : $\mathbf{R}$. $y' = x^3 + x = x(x^2 + 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	1	$+\infty$



Đồ thị như hình bên.



c)

$$\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 1 = \frac{7}{4} \Leftrightarrow x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Vậy hai điểm thuộc (C) có tung độ 7/4 là A(1 ; 7/4) và B(-1 ; 7/4). Ta có $y'(-1) = -2$, $y'(1) = 2$.

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại A là : $y - 7/4 = y'(1)(x - 1) \Leftrightarrow y = 2x - 1/4$

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại B là : $y - 7/4 = y'(-1)(x + 1) \Leftrightarrow y = -2x - 1/4$

Bài 8: (SGK trang 44 giải tích lớp 12)

Cho hàm số $y = x^3 + (m + 3)x^2 + 1 - m$. (m là tham số) có đồ thị là (C_m) .

a) Xác định m để hàm số có điểm cực đại là $x = -1$.

b) Xác định m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại $x = -2$.

Đáp án và Hướng dẫn giải bài 8 :

a) $y' = 3x^2 + 2(m + 3)x = x [3x + 2(m + 3)]$; $y' = 0 \Leftrightarrow X_1 = 0$

hoặc

$$x_2 = -\frac{2m + 6}{3}$$