

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
BẮC GIANG

NĂM HỌC 2012-2013

MÔN THI: TOÁN

Ngày thi: 02/7/2012

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Đề thi có 01 trang

Thời gian làm bài 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I. (4 điểm)

1. Cho biểu thức $A = \frac{2x-7\sqrt{x}+6}{x-3\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$. Tính giá trị của A khi

$$x = 7 + 4\sqrt{3}.$$

2. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 4(m+1)x + 3m^2 + 2m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + 4(m+1)x_2 + 3m^2 + 2m - 5 > 0$.

Câu II. (4 điểm)

1. Giải phương trình $(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-1})(1 + \sqrt{x^2 + 2x - 3}) = 4$.

2. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x^3 + 3x^2y - 4y^3 + x - y = 0 \\ (x^2 + 3x + 2)(y^2 + 7y + 12) = 24. \end{cases}$$

Câu III. (4 điểm)

1. Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn $2x^2y^2 - xy = 2x^2 + y^2$.

2. Trong tập hợp các số tự nhiên từ 1 đến 2013 có thể chọn ra nhiều nhất bao nhiêu số phân biệt thỏa mãn tổng ba số bất kỳ trong tập hợp các số được chọn đều chia hết cho 10?

Câu IV. (6 điểm)

1. Từ một điểm P nằm ngoài đường tròn (O) kẻ hai tiếp tuyến PM, PN tới đường tròn (O) , (M, N là hai tiếp điểm). Gọi I là một điểm thuộc cung nhỏ $\widehat{MN}$ của đường tròn (O) , (I khác điểm chính giữa của cung $\widehat{MN}$). Kéo dài PI cắt MN tại điểm K , cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là J . Qua điểm O kẻ đường thẳng vuông góc với PJ tại điểm F và cắt đường thẳng MN tại điểm Q . Gọi E là giao điểm của PO và MN .

a. Chứng minh rằng $PI \cdot PJ = PK \cdot PF$.

b. Chứng minh năm điểm Q, I, E, O, J cùng thuộc một đường tròn.

2. Trong một hình vuông có độ dài cạnh bằng 5 đặt 101 điểm. Chứng minh rằng tồn tại ít nhất 5 điểm trong số đó có thể phủ được bằng một hình tròn có bán kính $\frac{5}{7}$.

Câu V. (2 điểm)

Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $6a + 2b + 3c = 11$.

Chứng minh rằng
$$\frac{2b+3c+16}{1+6a} + \frac{6a+3c+16}{1+2b} + \frac{6a+2b+16}{1+3c} \geq 15.$$

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Giám thị 1 (Họ tên và ký):.....

Giám thị 2 (Họ tên và ký):.....

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG**

ĐỀ CHÍNH THỨC

**HƯỚNG DẪN CHẤM
BÀI THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC
GIANG**

NGÀY THI: 02/7/2012

MÔN THI: TOÁN

Bản hướng dẫn chấm có 3 trang

Câu	Sơ lược các bước giải	Điểm
Câu I		(4 điểm)
Phần 1 (2 điểm)	• Rút gọn được $A = 2 - \frac{3}{\sqrt{x} - 2}$.	1
	• Tính được $\sqrt{x} = 2 + \sqrt{3}$.	0.5
	• Tính được $A = 2 - \sqrt{3}$.	0.5
Phần 2 (2 điểm)	• Khẳng định được phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $m \neq -3$.	0.5
	• Biến đổi được: $x_1^2 + 4(m+1)x_2 + 3m^2 + 2m - 5 = x_1^2 - 4(m+1)x_1 + 3m^2 + 2m - 5 + 4(m+1)(x_1 + x_2)$ $= 16(m+1)^2.$	0.75
	• Khẳng định được $x_1^2 + 4(m+1)x_2 + 3m^2 + 2m - 5 > 0$ thì $m \neq -1$.	0.5
	• Kết luận $m \neq -1$ và $m \neq -3$ là giá trị cần tìm.	0.25
Câu II		(4 điểm)
Phần 1 (2 điểm)	• Điều kiện: $x \geq 1$.	0.25
	• Biến đổi phương trình về dạng: $1 + \sqrt{x^2 + 2x - 3} = \sqrt{x+3} + \sqrt{x-1}$.	0.75
	• Bình phương hai vế và rút gọn được: $x^2 - 4 = 0$	0.5
	• Giải và kết luận nghiệm $x = 2$.	0.5
Phần 2 (2 điểm)	• $\begin{cases} x^3 + 3x^2y - 4y^3 + x - y = 0 & (1) \\ (x^2 + 3x + 2)(y^2 + 7y + 12) = 24. & (2) \end{cases}$ Biến đổi (1) về dạng: $(x-y)(x^2 + 4xy + 4y^2 + 1) = 0$ (*).	0.5
	• Từ (*) suy ra được $x = y$.	0.25
	• Thay vào (2) ta được $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 7x + 12) = 24$ và biến đổi về dạng $(x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) = 24$.	0.5
	• Đặt $t = x^2 + 5x + 4$ ta được phương trình $t^2 + 2t - 24 = 0$ và giải ra được $t = 4, t = -6$.	0.25
	• Với $t = 4, t = -6$ tìm được $x = 0, x = -5$. Kết luận hệ có hai nghiệm $(x; y)$ là $(0; 0)$ và $(-5; -5)$.	0.5
Câu III		(4 điểm)
Phần 1 (2 điểm)	• Biến đổi phương trình về dạng: $(2x^2 - 1)y^2 - xy - 2x^2 = 0$ (1)	0.25
	• Vì $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x^2 - 1 \neq 0$, (1) là phương trình bậc hai ẩn y có $\Delta = x^2(16x^2 - 7).$ (1) có nghiệm nguyên thì Δ phải là số chính phương.	0.25
	• Với $x = 0$ thay vào (1) ta được $y = 0$ (thỏa mãn).	0.25

	Với $x \neq 0$, để Δ là số chính phương thì tồn tại số tự nhiên n sao cho $16x^2 - 7 = n^2$ hay $(4x - n)(4x + n) = 7$.	0.5
	Lập luận và tìm được $\begin{cases} x=1 \\ n=3 \end{cases}, \begin{cases} x=-1 \\ n=3 \end{cases}$.	0.25
	- Với $x=1$ tìm được $y=-1, y=2$ (thỏa mãn) - Với $x=-1$ tìm được $y=1, y=-2$ (thỏa mãn)	0.25
	Kết luận: Có 5 cặp số (x, y) thỏa mãn yêu cầu của bài là $(0, 0), (1, -1), (1, 2), (-1, 1), (-1, -2)$.	0.25
Phần 2 (2 điểm)	- Gọi n là số phần tử của tập hợp được chọn $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$. - Dễ thấy 4 số 10, 20, 30, 40 thỏa mãn yêu cầu của bài nên $n \geq 4$.	0.25
	- Giả sử a_1, a_2, a_3, a_4 là bốn số bất kì trong tập hợp n số được chọn. - Ta có: $(a_1 + a_2 + a_3):10, (a_1 + a_3 + a_4):10, (a_1 + a_2 + a_4):10$ $\Rightarrow 3a_1 + 2(a_2 + a_3 + a_4):10 \Rightarrow a_1:10$.	0.75
	Tương tự ta có $a_2, a_3, a_4:10$.	0.25
	Trong tập hợp các số tự nhiên từ 1 đến 2013 có 201 số chia hết cho 10.	0.5
	- Khẳng định tập hợp các số tự nhiên chia hết cho 10 từ 1 đến 2013 là tập hợp lớn nhất thỏa mãn yêu cầu của bài. - Kết luận số cần tìm là 201.	0.25
Câu IV		(6 điểm)
Phần 1.a (2 điểm)		
	a) Chứng minh được hai $\triangle PIN, \triangle PNJ$ đồng dạng $\Rightarrow PI.PJ = PN^2$ (3).	0.5
	Xét $\triangle PON$ vuông tại N có $NE \perp PO \Rightarrow PN^2 = PE.PO$ (4).	0.5
	Chứng minh được hai $\triangle PKE, \triangle POF$ đồng dạng $\Rightarrow PK.PF = PO.PE$ (5)	0.5
	Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow PI.PJ = PK.PF$.	0.5
Phần 2.b (2 điểm)	b) Chứng minh hai $\triangle PIO, \triangle POJ$ đồng dạng và suy ra được tứ giác $IEOJ$ nội tiếp (6).	0.5

	• Ta có $\widehat{IEP} = \widehat{IJO}$, $\widehat{IEP} + \widehat{QEI} = 90^\circ$, $\widehat{IJO} + \widehat{QOJ} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{QEI} = \widehat{QOJ}$.	0.5
	• Mà $\widehat{QOJ} = \widehat{QOI} \Rightarrow \widehat{QEI} = \widehat{QOI}$.	0.5
	• Từ đó suy ra tứ giác $QIEO$ nội tiếp. (7)	
	• Từ (6), (7) $\Rightarrow Q, I, E, O, J$ cùng thuộc một đường tròn.	0.5
Phần 2 (2 điểm)	• Chia hình vuông đã cho thành 25 hình vuông cạnh 1.	0.5
	• Khi đó có ít nhất 5 điểm cùng thuộc một hình vuông cạnh 1.	0.75
	• Bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông cạnh 1 là $R = \frac{1}{\sqrt{2}} < \frac{5}{7}$.	0.5
	• Kết luận.	0.25
Câu V		(2 điểm)
(2 điểm)	• Đặt $x = 1 + 6a, y = 1 + 2b, z = 1 + 3c$. Suy ra được $x + y + z = 14$.	0.5
	• $2b + 3c + 16 = y + z + 14$, $6a + 3c + 16 = x + z + 14$, $6a + 2b + 16 = x + y + 14$.	
	• Bất đẳng thức trở thành: $\frac{y+z+14}{x} + \frac{x+z+14}{y} + \frac{x+y+14}{z} \geq 15$ hay $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{z}{y}\right) + \left(\frac{z}{x} + \frac{x}{z}\right) + 14\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 15 (**).$	0.5
	• Sử dụng bất đẳng thức cô si cho hai số $\left(\frac{x}{y}; \frac{y}{x}\right), \left(\frac{y}{z}; \frac{z}{y}\right), \left(\frac{z}{x}; \frac{x}{z}\right)$.	0.25
	• Chứng minh được bất đẳng thức $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}$.	0.5
	• Khẳng định (**) đúng và kết luận.	0.25
Điểm toàn bài		20 điểm

Lưu ý khi chấm bài:

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải. Lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ hợp logic. Nếu học sinh làm cách khác mà giải đúng thì cho điểm tối đa.
- Đối với câu IV.1, học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm.
- Thí sinh dùng kiến thức không có trong chương trình Toán THCS thì khi trình bày phải chứng minh. Nếu không chứng minh thì chỉ cho nửa số điểm của phần đó nếu giải đúng.
- Điểm toàn bài không làm tròn.

**CHƯƠNG TRÌNH LUYỆN THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN TRÊN HOC247**

- Chương trình luyện thi được xây dựng dành riêng cho học sinh giỏi, các em yêu thích toán và muốn thi vào lớp 10 các trường chuyên.
- Nội dung được xây dựng bám sát với đề thi tuyển sinh lớp 10 các trường chuyên của cả nước trong những năm qua.
- Đội ngũ giáo viên giảng dạy gồm các thầy nổi tiếng có nhiều năm kinh nghiệm trong việc ôn luyện học sinh giỏi.

**TS. Trần Nam Dũng****TS. Trịnh Thanh Đào****TS. Phạm Sỹ Nam****Thầy Nguyễn Đức Tấn**

- Hệ thống bài giảng được biên soạn công phu, tỉ mỉ, phương pháp luyện thi khoa học, hợp lý mang lại kết quả tốt nhất.
- Lớp học qua mạng, tương tác trực tiếp với giáo viên, huấn luyện viên.
- Học phí tiết kiệm, lịch học linh hoạt, thoải mái lựa chọn.
- Mỗi lớp từ 5 đến 10 em để được hỗ trợ kịp thời nhằm đảm bảo chất lượng khóa học ở mức cao nhất.
- Đặc biệt, các em còn hỗ trợ học tập thông qua cộng đồng luyện thi vào lớp 10 chuyên của HOC247.

👉 <https://www.facebook.com/OnThiLop10ChuyenToan/>