

Phương pháp giải Toán 10

Chương 1: Mệnh đề-Tập hợp



§1. Mệnh đề và mệnh đề chứa biến

1. Mệnh đề –mệnh đề chứa biến

a) Mệnh đề

Mệnh đề logic (gọi tắt là mệnh đề) là một câu khẳng định hoặc **đúng** hoặc **sai**.

Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

Một câu khẳng định đúng gọi là **mệnh đề đúng**. Một câu khẳng định sai gọi là **mệnh đề sai**.

Ví dụ 1:

- a) Góc vuông có số đo 80^0 (là mệnh đề sai)
- b) Số 7 là một số nguyên tố (là mệnh đề đúng)
- c) Hôm nay trời đẹp quá ! (không là mệnh đề)
- d) Bạn có khỏe không ? (không là mệnh đề)

Ví dụ 2: Trong các câu sau đây câu nào là mệnh đề? Nếu là mệnh đề hãy xác định xem mệnh đề đó đúng hay sai.

- a) Không được đi lối này!
- b) Bây giờ là mấy giờ?
- c) Chiến tranh thế giới lần thứ hai kết thúc năm 1946.
- d) 16 chia 3 dư 1.
- f) 2003 không là số nguyên tố.
- e) $\sqrt{5}$ là số vô tỉ.

▲ Chú ý:

+ Các câu hỏi, câu cảm thán, câu mệnh lệnh không phải là mệnh đề.

+ Mệnh đề thường được kí hiệu bằng các chữ cái in hoa.

Ví dụ: Q: “ 36 chia hết cho 12”

+ Một câu mà chưa thể nói đúng hay sai nhưng chắc chắn nó chỉ đúng hoặc sai, không thể vừa đúng vừa sai cũng là mệnh đề.

Ví dụ: “Có sự sống ngoài Trái Đất” là mệnh đề.

b) Mệnh đề chứa biến

Những câu khẳng định mà tính **đúng-sai** của chúng tùy thuộc vào giá trị của biến được gọi là những **mệnh đề chứa biến**.

Ví dụ: Cho $P(x)$: “ $x > x^2$ ” với x là số thực. Khi đó:

$P(2)$ là mệnh đề sai, $P(1/2)$ là mệnh đề đúng.

2. Mệnh đề phủ định

Cho mệnh đề P . Mệnh đề “**Không phải P** ” được gọi là mệnh đề phủ định của P và kí hiệu là $\bar{P}$. Mệnh đề $\bar{P}$ đúng nếu P sai và $\bar{P}$ sai nếu P đúng.

▲ **Chú ý:** Mệnh đề phủ định của P có thể diễn đạt theo nhiều cách khác nhau

Ví dụ: P : “ $\sqrt{5}$ là số vô tỉ”. Khi đó mệnh đề

$\bar{P}$ có thể phát biểu : “ $\sqrt{5}$ không phải là số vô tỉ” hoặc “ $\sqrt{5}$ là số hữu tỉ”.

3. Mệnh đề kéo theo

+Cho hai mệnh đề P và Q . Mệnh đề “**Nếu P thì Q** ” được là mệnh đề kéo theo

+Kí hiệu là $P \Rightarrow Q$.

+ Mệnh đề kéo theo chỉ sai khi P đúng Q sai.

* $P \Rightarrow Q$ còn được phát biểu là “ P kéo theo Q ”,

P	Q	$P \Rightarrow Q$
Đúng	Đúng	Đúng
Đúng	Sai	Sai
Sai	Đúng	Đúng
Sai	Sai	Đúng

“P suy ra Q” hay “Vì P nên Q”

Ví dụ: Cho tứ giác ABCD. Xét hai mệnh đề

P : “Tứ giác ABCD là một hình chữ nhật”

Q : “Tứ giác ABCD là một hình bình hành”

$P \Rightarrow Q$: “Nếu tứ giác ABCD là hình chữ nhật thì tứ giác ABCD là hình bình hành”.

$Q \Rightarrow P$: “Nếu tứ giác ABCD là hình bình hành thì tứ giác ABCD là hình chữ nhật”.

*** Trong toán học, định lý là một mệnh đề đúng, thường có dạng : $P \Rightarrow Q$**

P gọi là giả thiết, Q gọi là kết luận. Hoặc

P(x) là điều kiện đủ để có Q(x)

Q(x) là điều kiện cần để có P(x)

Hoặc điều kiện đủ để có Q(x) là P(x)

điều kiện cần để có P(x) là Q(x)

4. Mệnh đề đảo-Mệnh đề tương đương

a) Mệnh đề đảo:

Cho mệnh đề $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của $P \Rightarrow Q$

b) Mệnh đề tương đương

+ Mệnh đề “P nếu và chỉ nếu Q” (P khi và chỉ khi Q) được gọi là mệnh đề tương đương,

+ Kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$

+ Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi $P \Rightarrow Q$ đúng và $Q \Rightarrow P$ đúng và sai trong các trường hợp còn lại.

(hay $P \Leftrightarrow Q$ đúng nếu cả hai P và Q cùng đúng hoặc cùng sai)

Các cách đọc khác:

P tương đương Q

P là điều kiện cần và đủ để có Q

Điều kiện cần và đủ để có P(x) là có Q(x)

Ví dụ 1: Xét các mệnh đề

A: “36 chia hết cho 4 và chia hết cho 3”;

B: “36 chia hết 12”

Khi đó: A đúng; B đúng

$A \Leftrightarrow B$: “36 chia hết cho 4 và chia hết cho 3 nếu và chỉ nếu 36 chia hết 12”. **đúng**

Ví dụ 2: Mệnh đề “Tam giác ABC là tam giác có ba góc bằng nhau nếu và chỉ nếu tam giác có ba cạnh bằng nhau” là mệnh đề gì? Mệnh đề đúng hay sai? Giải thích.

Xét P: “Tam giác ABC là tam giác có ba góc bằng nhau”

Q: “Tam giác có ba cạnh bằng nhau”

Khi đó $P \Rightarrow Q$ đúng; $Q \Rightarrow P$ đúng. Vậy $P \Leftrightarrow Q$

6. Các kí hiệu $\forall$ và $\exists$

Kí hiệu $\forall$ (với mọi): “ $\forall x \in X, P(x)$ ” hoặc “ $\forall x \in X : P(x)$ ”

Kí hiệu $\exists$ (tồn tại): “ $\exists x \in X, P(x)$ ” hoặc “ $\exists x \in X : P(x)$ ”

Phủ định của mệnh đề “ $\forall x \in X, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ”

Phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in X, P(x)$ ” là mệnh đề “ $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ”

Ví dụ: Các biết tính đúng/sai của các mệnh đề sau? Nêu mệnh đề phủ định.

a) $\forall n \in \mathbb{N}^*, n^2 - 1$ là bội của 3

b) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 1 > 0$

c) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3$

d) $\exists n \in \mathbb{N}, 2^n + 1$ là số nguyên tố

e) $\forall n \in \mathbb{N}, 2^n \geq n+2.$

* **Trong toán học, định lý là một mệnh đề đúng**, thường có dạng : $P \Rightarrow Q$

P gọi là giả thiết, Q gọi là kết luận. Hoặc

$P(x)$ là **điều kiện đủ** để có $Q(x)$

$Q(x)$ là **điều kiện cần** để có $P(x)$

Hoặc **điều kiện đủ** để có $Q(x)$ là $P(x)$

điều kiện cần để có $P(x)$ là $Q(x)$

*** Mệnh đề tương đương**

- + Mệnh đề " P nếu và chỉ nếu Q " (P khi và chỉ khi Q) được gọi là **mệnh đề tương đương**. Kí hiệu $P \Leftrightarrow Q$
- + Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi $P \Rightarrow Q$ đúng và $Q \Rightarrow P$ đúng và sai trong các trường hợp còn lại. (hay $P \Leftrightarrow Q$ đúng nếu cả hai P và Q cùng đúng hoặc cùng sai)

Các cách đọc khác:

P tương đương Q

P là điều kiện cần và đủ để có Q

Điều kiện cần và đủ để có $P(x)$ là có $Q(x)$.

Bổ sung:

Trong logic toán, một phân ngành logic học, cơ sở của mọi ngành toán học, **mệnh đề**, hay gọi đầy đủ là **mệnh đề logic** là một khái niệm nguyên thủy, không định nghĩa.

Chú ý:(mệnh đề)

1. Trong thực tế có những mệnh đề mà tính đúng sai của nó luôn gắn với một thời gian và địa điểm cụ thể: đúng ở thời gian hoặc địa điểm này nhưng sai ở thời gian hoặc địa điểm khác. Nhưng ở bất kì thời điểm nào, địa điểm nào cũng luôn có giá trị chân lí đúng hoặc sai.

Ví dụ: Sáng nay bạn An đi học.

Trời mưa.

Học sinh tiểu học đang đi nghỉ hè.

2. Ta thừa nhận các luật sau đây của logic mệnh đề:

Luật bài trung: Mỗi mệnh đề phải hoặc đúng, hoặc sai; không có mệnh đề nào không đúng cũng không sai.

Luật mâu thuẫn: Không có mệnh đề nào vừa đúng lại vừa sai.

3. Có những mệnh đề mà ta không biết (hoặc chưa biết) đúng hoặc sai nhưng biết "chắc chắn" nó nhận một giá trị.

Ví dụ: Trên sao Hỏa có sự sống.

Chú ý:(mệnh đề kéo theo)

1. Trong logic, khi xét giá trị chân lí của mệnh đề $a \Rightarrow b$ người ta không quan tâm đến mối quan hệ về nội dung của hai mệnh đề a , b . Không phân biệt trường hợp a có phải là nguyên nhân để có b hay không, mà chỉ quan tâm đến tính đúng, sai của chúng.

Ví dụ:

"Nếu mặt trời quay quanh trái đất thì Việt Nam nằm ở Châu Âu" $\leftarrow$ mệnh đề đúng. Vì ở đây hai mệnh đề $a =$ "mặt trời quay quanh trái đất" và $b =$ "Việt Nam nằm ở Châu Âu" đều sai.

"Nếu tháng 12 có 31 ngày thì mỗi năm có 13 tháng" $\leftarrow$ mệnh đề sai.

Chú ý:(mệnh đề tương đương)

Hai mệnh đề a , b tương đương với nhau hoàn toàn không có nghĩa là nội dung của chúng như nhau, mà nó chỉ nói lên rằng chúng có cùng giá trị chân lí (cùng đúng hoặc cùng sai).

Ví dụ:

"Tháng 12 có 31 ngày khi và chỉ khi trái đất quay quanh mặt trời" là mệnh đề đúng.

"12 giờ trưa hôm nay Tuấn có mặt ở Hà Nội nếu và chỉ nếu vào giờ đó anh đang ở thành phố Hồ Chí Minh" là mệnh đề sai.

"Hình vuông có một góc tù khi và chỉ khi 100 là số nguyên tố" là mệnh đề đúng.

Giải bài toán bằng suy luận

Ví dụ: Tại Tiger Cup 98 có bốn đội lọt vào vòng bán kết: Việt Nam, Singapor, Thái Lan và Indônêxia. Trước khi thi đấu vòng bán kết, ba bạn Dung, Quang, Trung dự đoán như sau:

Dung: Singapor nhì, còn Thái Lan ba.

Quang: Việt Nam nhì, còn Thái Lan tư.

Trung: Singapor nhất và Indônêxia nhì.

Kết quả, mỗi bạn dự đoán đúng một đội và sai một đội. Hỏi mỗi đội đã đạt giải mấy?

Giải: Kí hiệu các mệnh đề:

d_1, d_2 là hai dự đoán của Dung.

q_1, q_2 là hai dự đoán của Quang.

t_1, t_2 là hai dự đoán của Trung.

Vì Dung có một dự đoán đúng và một dự đoán sai, nên có hai khả năng:

Nếu $G(d_1) = 1$ thì $G(t_1) = 0$. Suy ra $G(t_2) = 1$. Điều này vô lí vì cả hai đội Singapor và Indônêxia đều đạt giải nhì.

Nếu $G(d_1) = 0$ thì $G(d_2) = 1$. Suy ra $G(q_2) = 0$ và $G(q_1) = 1$. Suy ra $G(t_2) = 0$ và $G(t_1) = 1$.

Vậy Singapor nhất, Việt Nam nhì, Thái Lan ba còn Indônêxia đạt giải tư.

1. Số vô tỉ

Trong toán học, **số vô tỉ** là số thực không phải là số hữu tỉ, nghĩa là không thể biểu diễn được dưới dạng tỉ số a/b , với a, b là các số nguyên.

Ví dụ: Số thập phân vô hạn có chu kỳ thay đổi: 0.1010010001000010000010000001...

Số $\sqrt{2} = 1,41421\ 35623\ 73095\ 04880\ 16887\ 24209\ 7...$

Số $\pi = 3,14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 26433\ 83279\ 50288\ 41971\ 69399\ 37510\ 58209\ 74944\ 59230\ 78164\ 06286\ 20899\ 86280\ 34825\ 34211\ 70679...$

Số lôgarit tự nhiên $e = 2,71828\ 18284\ 59045\ 23536...$

Nếu như mọi số hữu tỉ đều có biểu diễn thập phân hoặc hữu hạn (số thập phân hữu hạn, ví dụ: $1/2=0,5$) hoặc vô hạn tuần hoàn (số thập phân vô hạn tuần hoàn, ví dụ: $1/11=0.090909...$) thì số vô tỉ có biểu diễn thập phân *vô hạn nhưng không tuần hoàn*.

Căn bậc hai của tất cả các số nguyên

Ta có thể chứng minh rằng **căn bậc hai của bất kỳ số nguyên** nào cũng phải **hoặc là số nguyên hoặc là số vô tỉ**.

Lấy số nguyên bất kỳ r . Thí dụ, $r = 2$.

Trong hệ nhị phân, $2 = 10_2$

Vậy, như ở trên, nếu $\sqrt{10_2} = m/n$ thì, trong hệ nhị phân:

$$m^2 = 10_2 n^2 \text{ trong đó } m, n \text{ là số nguyên}$$

Trường hợp $n = 1$ không thể xảy ra, vì ta biết $\sqrt{2}$ không phải là số nguyên.

Lập luận như trên, về trái có số chẵn số 0 (trong hệ nhị phân) ở cuối, nhưng về phải lại có số lẻ số 0 ở cuối. Vậy giả thiết $\sqrt{10_2}$ là số hữu tỉ phải sai.

Với số nguyên r bất kỳ, cũng chứng minh như trên trong hệ **r -phân**:

$$m^2 = 10_r n^2 \text{ trong đó } m, n \text{ là số nguyên}$$

Nếu $n = 1$ thì $m^2 = 10_r = r$, vậy $\sqrt{r}$ là số nguyên.

Còn nếu $n \neq 1$ thì, như trên, một số bình phương trong hệ r -phân phải có số chẵn số 0 (trong hệ r -phân) ở cuối. Do đó trong đẳng thức này về trái có số chẵn số 0 ở cuối nhưng về phải lại có số lẻ số 0 ở cuối. Vậy $\sqrt{r}$ không thể là số hữu tỉ.

2. Số chính phương

Số chính phương hay còn gọi là **số hình vuông** là số nguyên có căn bậc 2 là một số nguyên, hay nói cách khác, số chính phương là bình phương (lũy thừa bậc 2) của một số nguyên khác.

Ví dụ: $4 = 2^2$; $9 = 3^2$; $1.000.000 = 1.000^2$ -5-

Số chính phương hiển thị diện tích của một hình vuông có chiều dài cạnh bằng số nguyên kia.

§1 MỆNH ĐỀ

1.1 Xét xem các câu sau, câu nào là mệnh đề, câu nào là mệnh đề chứa biến?

- a) $7+x=3$ b) $7+5=6$ c) $4+x<3$
d) $\frac{3}{2}$ có phải là số nguyên không? e) $\sqrt{5}+4$ là số vô tỉ.

1.2. Tìm giá trị của x để được một mệnh đúng, mệnh đề sai

- a) $P(x): "3x^2+2x-1=0"$ b) $Q(x): "4x+3<2x-1"$.

1.3. Cho tam giác ABC. Lập mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề đảo của nó, rồi xét tính đúng sai, với:

- a) $P: "Góc A bằng 90^\circ"$ $Q: "BC^2=AB^2+AC^2"$
b) $P: "A = B"$ $Q: "Tam giác ABC cân"$.

1.4. Phát biểu bằng lời các mệnh đề sau. Xét tính đúng/sai và lập mệnh đề phủ định của chúng

- a) $\exists x \in \mathbb{Q} : x^2=-1$ b) $\forall x \in \mathbb{Q} : x^2+x+2 \neq 0$

1.5. Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau và phát biểu mệnh đề phủ định của nó

- a) $\sqrt{3} + \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ b) $(\sqrt{2}-\sqrt{8})^2 > 8$

- c) $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$ là số hữu tỉ

- d) $x=2$ là nghiệm của phương trình $\frac{x^2-4}{x-2} = 0$

1.6. Tìm giá trị của m để được mệnh đề đúng, mệnh đề sai.

- a) $P(m): "m < -m"$ b) $Q(m): "m < \frac{1}{m}"$ c) $R(m): "m=7m"$.

1.7. Phát biểu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau và xét tính đúng sai của chúng

- a) $P: "15$ không chia hết cho $3"$
b) $Q: "\sqrt{7} > 3"$

1.8. Lập mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và xét tính đúng sai của nó, với:

- a) $P: "2<3"$ $Q: "-4<-6"$
b) $P: "10=1"$ $Q: "100=0"$.

1.9. Cho số thực x . Xét mệnh đề $P: "x$ là số hữu tỉ", $Q: "x^2$ là một số hữu tỉ"

- a) Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và xét tính đúng sai
b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề trên
c) Chỉ ra một giá trị x mà mệnh đề đảo sai.

1.10. Cho số thực x . Xét mệnh đề $P: "x^2=1"$, $Q: "x=1"$

- a) Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$
b) Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề trên và xét tính đúng sai
c) Chỉ ra một giá trị x mà mệnh đề $P \Rightarrow Q$ sai.

1.11. Cho số thực x . Xét mệnh đề $P: "x$ là số nguyên", $Q: "x+2$ là một số nguyên"

- a) Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$
b) Phát biểu mệnh đề $Q \Rightarrow P$
c) Xét tính đúng sai của $P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow P$.

1.12. Cho tam giác ABC. Xét mệnh đề $P: "AB=AC"$, $Q: "Tam giác ABC cân"$

- a) Phát biểu $P \Rightarrow Q$, cho biết tính đúng sai
b) Phát biểu mệnh đề đảo $Q \Rightarrow P$.

1.13. Cho tam giác ABC. Phát biểu mệnh đề đảo của các mệnh đề sau:

- a) Nếu $AB=BC=CA$ thì tam giác ABC đều;
b) Nếu $AB>BC$ thì $C > A$;

c) Nếu $A=90^0$ thì ABC là tam giác vuông.

- 1.14. Dùng kí hiệu $\forall$ hoặc $\exists$ để viết các mệnh đề sau:
- Có một số nguyên không chia hết cho chính nó;
 - Mọi số thực cộng với 0 đều bằng chính nó;
 - Có một số hữu tỉ nhỏ hơn nghịch đảo của nó;
 - Mọi số tự nhiên đều lớn hơn số đối của nó.
- 1.15. Phát biểu bằng lời các mệnh đề sau và xét tính đúng sai của chúng
- $\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 \leq 0$
 - $\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 \leq 0$
 - $\forall x \in \mathbb{Q} : \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$
 - $\exists x \in \mathbb{Q} : \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$
 - $\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 + x + 1 > 0$
 - $\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 + x + 1 > 0$
- 1.16. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó
- $\forall x \in \mathbb{Q} : x \cdot 1 = x$
 - $\forall x \in \mathbb{Q} : x \cdot x = 1$
 - $\forall n \in \mathbb{N} : n < n^2$
- 1.17. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và cho biết tính đúng sai của chúng
- Mọi hình vuông là hình thoi;
 - Có một tam giác cân không phải là tam giác đều;
- 1.18. Xét xem các mệnh đề sau đây đúng hay sai và lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề:
- $\exists x \in \mathbb{Q} , 4x^2 - 1 = 0$.
 - $\exists x \in \mathbb{Q} , n^2 + 1$ chia hết cho 4.
 - $\forall x \in \mathbb{Q} , (x-1)^2 \neq x-1$.
- 1.19. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai? Nếu sai, hãy sửa lại cho đúng:
- $\exists x \in \mathbb{Q} , x > x^2$.
 - $\forall x \in \mathbb{Q} , |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.
 - $\forall x \in \mathbb{N} , n^2 + 1$ không chia hết cho 3.
 - $\exists a \in \mathbb{Q} , a^2 = 2$.
- 1.20. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai? Nếu sai, hãy sửa lại cho đúng:
- A: "15 là số nguyên tố"
- B: " $\exists a \in \mathbb{Q} , 3a = 7$ "
- C: " $\forall a \in \mathbb{Q} , a^2 \neq 3$ "
- 1.21. Phát biểu các định lý sau, sử dụng khái niệm "**điều kiện đủ**":
- Trong mặt phẳng, nếu hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc một đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng ấy song song nhau.
 - Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau.
 - Nếu một số tự nhiên tận cùng là chữ số 5 thì chia hết cho 5.
 - Nếu $a+b > 5$ thì một trong hai số a và b phải dương.
- 1.22. Phát biểu các định lý sau, sử dụng khái niệm "**điều kiện cần**":
- Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có các góc tương ứng bằng nhau.
 - Nếu tứ giác T là một hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc nhau.
 - Nếu một số tự nhiên chia hết cho 9 thì nó chia hết cho 3.
 - Nếu $a=b$ thì $a^2=b^2$.
- 1.23. Phát biểu định lý sau, sử dụng "**điều kiện cần và đủ**"
- "Tam giác ABC là một tam giác đều khi và chỉ khi tam giác ABC là tam giác cân và có một góc bằng 60° "
- 1.24. Hãy sửa lại (nếu cần) các mệnh đề sau đây để được mệnh đề đúng:
- Để tứ giác T là một hình vuông, điều kiện cần và đủ là nó có bốn cạnh bằng nhau.
 - Để tổng hai số tự nhiên chia hết cho 7, điều kiện cần và đủ là mỗi số đó chia hết cho 7.

- c) Để $ab > 0$, điều kiện cần là cả hai số a và b đều dương.
 d) Để một số nguyên dương chia hết cho 3, điều kiện đủ là nó chia hết cho 9.

1.25. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai? Giải thích.

- a) Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng có diện tích bằng nhau.
 b) Hai tam giác bằng nhau khi và chỉ khi chúng đồng dạng.
 c) Một tam giác là tam giác vuông khi và chỉ khi có một góc (trong) bằng tổng hai góc còn lại.
 d) Một tam giác là tam giác đều khi và chỉ khi nó có hai trung tuyến bằng nhau và có một góc bằng 60° .

BÀI TẬP THÊM

1. Xét đúng (sai) của mệnh đề sau :

- a/ Hình thoi là hình bình hành
 b/ Số 4 không là nghiệm của phương trình : $x^2 - 5x + 4 = 0$
 c/ $(\sqrt{2} > \sqrt{3}) \wedge (3 < \pi)$ d/ $(\frac{11}{3} > \frac{7}{2}) \vee (4^2 < 0)$
 e/ $(5.12 > 4.6) \Rightarrow (\pi^2 < 10)$ f/ $(1 < 2) \Rightarrow 7$ là số nguyên tố

2. Phủ định các mệnh đề sau :

- a/ $1 < x < 3$ b/ $x \leq -2$ hay $x \geq 4$
 c/ Có một ΔABC vuông hoặc cân
 d/ Mọi số tự nhiên đều không chia hết cho 2 và 3
 e/ Có ít nhất một học sinh lớp 10A học yếu hay kém.
 f/ $x < 2$ hay $x = 3$.
 g/ $x \leq 0$ hay $x > 1$.
 h/ Pt $x^2 + 1 = 0$ vô nghiệm và pt $x + 3 = 0$ có nghiệm

3. Xét đúng (sai) mệnh đề và phủ định các mệnh đề sau :

- a/ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ b/ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x + 2 = 0$
 c/ $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 2$ chia hết cho 4 d/ $\exists n \in \mathbb{Q}, 2n + 1 \neq 0$
 e/ $\forall a \in \mathbb{Q}, a^2 > a$ f/ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x$ chia hết cho 2.

4. Dùng bảng đúng (sai) để chứng minh:

- a) $A \Rightarrow B = \overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ b) $\overline{A \wedge B} = \overline{A} \vee \overline{B}$
 c) $\overline{A \vee B} = \overline{A} \wedge \overline{B}$ d) $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

B. SUY LUẬN TOÁN HỌC

5. Phát biểu định lý sau dưới dạng "điều kiện đủ"

- a/ Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng đồng dạng.
 b/ Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
 c/ Nếu $a + b > 2$ thì $a > 1$ hay $b > 1$
 d/ Nếu một số tự nhiên có chữ số tận cùng là số 0 thì nó chia hết cho 5.
 e/ Nếu $a + b < 0$ thì ít nhất một trong hai số phải âm.

6. Phát biểu định lý sau dưới dạng "điều kiện cần"

- a/ Hình chữ nhật có hai đường chéo bằng nhau.
 b/ Nếu hai tam giác bằng nhau thì nó có các góc tương ứng bằng nhau.

c/ Nếu một số tự nhiên chia hết cho 6 thì nó chia hết cho 3.

d/ Nếu $a = b$ thì $a^3 = b^3$.

e/ Nếu n^2 là số chẵn thì n là số chẵn.

7. Dùng phương pháp phản chứng, CMR :

a/ Nếu n^2 là số chẵn thì n là số chẵn.

b/ Nếu n^2 là số chẵn thì n là số chẵn.

c/ Nếu $x^2 + y^2 = 0$ thì $x = 0$ và $y = 0$

d/ Nếu $x = 1$ hay $y = \frac{1}{2}$ thì $x + 2y - 2xy - 1 = 0$

d/ Nếu $x \neq -\frac{1}{2}$ và $y \neq -\frac{1}{2}$ thì $x + y + 2xy \neq -\frac{1}{2}$

e/ Nếu $x.y$ chia hết cho 2 thì x hay y chia hết cho 2.

f) Nếu $d_1 // d_2$ và $d_1 // d_3$ thì $d_2 // d_3$.

8. Chứng minh với mọi số nguyên dương n , ta có:

a) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$

b) $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + (2n) = n(n + 1)$

c) $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

a) $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + n.(n + 1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

b) $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n.(n+1)} = \frac{n}{n+1}$

c) $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2n-1).(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$

d) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

e) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

f) $2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2(2^n - 1)$

g) $3^1 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = \frac{3}{2}(3^n - 1)$

h) $n^3 + 2n$ chia hết cho 3

i) $n^3 + 11n$ chia hết cho 6

j) $n^3 + 5n$ chia hết cho 6

k) $3^{2n} + 63$ hết 72

l) $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ chia hết cho 7

m) $6^{2n} + 3^{n+2} + 3^n$ chia hết cho 11

n) $3^{2n} - 2^n$ chia hết cho 7

o) $4^n + 15.n - 1$ chia hết cho 9

§1 MỆNH ĐỀ

1.3. a) $P \Rightarrow Q$: “Nếu góc A bằng 90° thì $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ” $\rightarrow$ đúng

$Q \Rightarrow P$: “Nếu $BC^2 = AB^2 + AC^2$ thì góc A bằng 90° ” $\rightarrow$ đúng

b) $P \Rightarrow Q$: “ $A = B$ thì tam giác ABC cân” $\rightarrow$ đúng

$Q \Rightarrow P$: “Nếu tam giác ABC cân thì $A = B$ ” $\rightarrow$ sai (vì có thể $A = C$)

1.4. a) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = -1$; “Có một số thực mà bình phương của nó bằng -1 ” $\rightarrow$ sai

- $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \neq -1$; “Với mọi số thực, bình phương của nó đều khác -1 ”
b) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 2 \neq 0$; “Với mọi số thực đều có $x^2 + x + 2 \neq 0$ ” $\rightarrow$ đúng
 $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 2 = 0$

1.5. a) Đúng. $\bar{P} : “\sqrt{3} + \sqrt{2} \neq \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}”$

b) Sai. $\bar{P} : (\sqrt{2} - \sqrt{8})^2 \leq 8$

c) Đúng vì $(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2 = 27$ là số hữu tỉ. $\bar{P} : “(\sqrt{3} + \sqrt{12})^2$ là số vô tỉ”

d) Sai. $\bar{P} : “x=2$ không là nghiệm của phương trình $\frac{x^2 - 4}{x - 2} = 0”$

1.8. Lập mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và xét tính đúng sai của nó, với:

- a) Nếu $2 < 3$ thì $-4 < -6 \rightarrow$ Sai
b) Nếu $10 = 1$ thì $100 = 0 \rightarrow$ Đúng
1.9. a) Nếu X là số hữu tỉ thì x^2 là một số hữu tỉ $\rightarrow$ Đúng
b) Nếu x^2 là một số hữu tỉ thì X là số hữu tỉ
c) Khi $x = \sqrt{2}$ mệnh đề đảo sai.
1.10. b) mệnh đề đảo đúng
c) $x = -1$ thì $P \Rightarrow Q$ sai.
1.11. a) $P \Rightarrow Q$ đúng
b) $Q \Rightarrow P$ đúng
1.12. a) Nếu $AB = AC$ thì tam giác ABC cân $\rightarrow$ đúng
b) Nếu tam giác ABC cân thì $AB = AC$, khi $AB = BC \neq AC \rightarrow$ mđ sai
1.13. a) Nếu tam giác ABC đều thì $AB = BC = CA \rightarrow$ cả hai đúng
b) Nếu $AB > BC$ thì $C > A$; $\rightarrow$ đúng và mđ đảo đúng
c) Nếu $A = 90^\circ$ thì ABC là tam giác vuông. $\rightarrow$ đúng và mđ đảo sai (vuông tại B hoặc C)
1.14. a) $\exists n \in \mathbb{N} : n$ không chia hết cho n b) $\forall x \in \mathbb{R} : x + 0 = 0$
c) $\exists x \in \mathbb{R} : x < \frac{1}{x}$ d) $\forall n \in \mathbb{N} : n > -n$

1.15. Phát biểu bằng lời các mệnh đề sau và xét tính đúng sai của chúng

- a) Bình phương mọi số thực đều nhỏ hơn hoặc bằng 1 $\rightarrow$ sai
b) Có một số thực mà bình phương của nó nhỏ hơn hoặc bằng 0 $\rightarrow$ đúng
c) Với mọi số thực, sao cho $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1 \rightarrow$ Sai
d) Có số thực, sao cho $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1 \rightarrow$ Đúng
e) Với mọi số thực x , sao cho $x^2 + x + 1 > 0 \rightarrow$ đúng
f) Có một số thực x , sao cho $x^2 + x + 1 > 0 \rightarrow$ đúng
1.16. a) $\exists x \in \mathbb{R} : x \cdot 1 \neq x \rightarrow$ sai
b) $\exists x \in \mathbb{R} : x \cdot x \neq 1 \rightarrow$ đúng
c) $\exists n \in \mathbb{N} : n \geq n^2 \rightarrow$ đúng
1.17. a) “**Có ít nhất** một hình vuông **không phải** là hình thoi” $\rightarrow$ sai
b) “Mọi tam giác cân là tam giác đều” $\rightarrow$ sai
1.18. Xét xem các mệnh đề sau đây đúng hay sai và lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề:
a) $\exists x \in \mathbb{R}, 4x^2 - 1 = 0 \rightarrow$ **sai**; mđ phủ “ $\forall x \in \mathbb{R}, 4x^2 - 1 \neq 0$ ”
b) $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 4 $\rightarrow$ **Sai** vì

Nếu n là số tự nhiên chẵn : $n = 2k$ ($k \in \mathbb{N}$)

$$\Rightarrow n^2 + 1 = 4k^2 + 1 \text{ không chia hết cho } 4$$

Nếu n là số tự nhiên lẻ : $n = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$)

$$\Rightarrow n^2+1 = 4(k^2+k)+2 \text{ không chia hết cho } 4$$

Mđ phủ định “ $\forall n \in \mathbb{Z}, n^2+1$ không chia hết cho 4”

c) $\forall x \in \mathbb{Z}, (x-1)^2 \neq x-1 \rightarrow$ Sai khi $x=0$

mđ phủ định “ $\exists x \in \mathbb{Z}, (x-1)^2 = x-1$ ”

1.19. a) **đúng**, ví dụ $x=1/10$

b) **sai**, vì khi $x < 3 \Rightarrow |x| < 3$ sai khi $x=-8$

Sửa lại : “ $\exists x \in \mathbb{Z}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$ ”

c) **đúng** (giải thích)

d) **sai**. Sửa lại “ $\forall a \in \mathbb{Z}, a^2 \neq 2$ ”

1.20. tương tự 1.19

1.21. Phát biểu các định lý sau, sử dụng khái niệm “**điều kiện đủ**”:

a) Trong mặt phẳng, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc một đường thẳng thứ ba là **điều kiện đủ để** hai đường thẳng ấy song song nhau.

b) Hai tam giác bằng nhau là **điều kiện đủ để** chúng có diện tích bằng nhau.

c) Số tự nhiên tận cùng là chữ số 5 là **điều kiện đủ để** số đó chia hết cho 5.

d) $a+b > 5$ là **điều kiện đủ để** một trong hai số a và b dương.

1.22. Phát biểu các định lý sau, sử dụng khái niệm “**điều kiện cần**”:

a) **Điều kiện cần để** hai tam giác bằng nhau là chúng có các góc tương ứng bằng nhau.

b) **Điều kiện cần để** tứ giác T là một hình thoi là nó có hai đường chéo vuông góc nhau.

c) **Điều kiện cần để** một số tự nhiên chia hết cho 3 là nó chia hết cho 3.

d) **Điều kiện cần để** $a=b$ là $a^2=b^2$.

1.23. Phát biểu định lý sau, sử dụng “**điều kiện cần và đủ**”

“Tam giác ABC là một tam giác đều là **điều kiện cần và đủ để** tam giác ABC là tam giác cân và có một góc bằng 60° ”

1.24. Hãy sửa lại (nếu cần) các mệnh đề sau đây để được **mệnh đề đúng**:

a) **Sai**. “Tứ giác T là một hình vuông là **điều kiện đủ để** nó có bốn cạnh bằng nhau”

b) **Sai**. “Tổng hai số tự nhiên chia hết cho 7 là **điều kiện cần để** mỗi số đó chia hết cho 7.”

c) **Sai**. “ $ab > 0$ là **điều kiện cần để** hai số a và b dương”

d) Đúng.

1.25. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai? Giải thích.

a) **Sai**. Vì khi diện tích bằng nhau thì chỉ cần 1 cạnh và đường cao ứng với cạnh đó bằng nhau

b) **Sai**.

c) **Đúng**. Vì Nếu ABC vuông tại A thì $B + C = A$. Ngược lại nếu $B + C = A$ thì

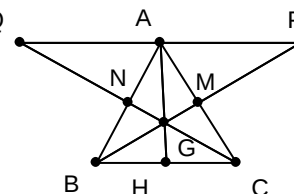
$$A + B + C = 180^\circ \Rightarrow 2A = 180^\circ \Rightarrow A = 90^\circ$$

d) **Đúng**. Vì ABC đều thì 2 trung tuyến bằng nhau.

Ngược lại, nếu $BM=CN$. Lấy Q đối xứng của C qua N, P đối xứng B qua M

Khi đó AQBC và APCB là hai hình bình hành bằng nhau

Mà $CQ=BP \Rightarrow AB=AC \Rightarrow ABC$ cân.



§2 TẬP HỢP

1. **Tập hợp** là khái niệm cơ bản của toán học, không định nghĩa.

- Tập hợp thường được kí hiệu bằng các chữ cái in hoa như: $A, B, C, D, \dots$ các phần tử của tập hợp đặt trong cặp dấu $\{ \}$.

- Để chỉ phần tử a thuộc tập hợp A ta viết $a \in A$, ngược lại ta viết $a \notin A$.

- Tập hợp không chứa phần tử nào gọi là **tập rỗng**. Kí hiệu $\emptyset$

2. **Cách xác định tập hợp**: có 2 cách

- Liệt kê các phần tử: mỗi phần tử liệt kê một lần, giữa các phần tử có dấu phẩy hoặc dấu chấm phẩy ngăn cách. Nếu số lượng phần tử nhiều có thể dùng dấu ba chấm

$$\text{VD: } A = \{1; 3; 5; 7\}$$

$$B = \{0; 1; 2; \dots; 100\}$$

$$C = \{1; 3; 5; \dots; 15; 17\}$$

- Chỉ rõ tính chất đặc trưng của các phần tử trong tập hợp, tính chất này được viết sau dấu gạch đứng

$$\text{VD: } A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ lẻ và } x < 9\}; B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$$

3. **Tập con**: Nếu tập A là con của B , kí hiệu: $A \subset B$ hoặc $B \supset A$.

$$\text{Khi đó } A \subset B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

$$\text{Ví dụ: } A = \{1; 3; 5; 7; 9\}, B = \{1; 2; 3; \dots; 10\}$$

Cho $A \neq \emptyset$ có ít nhất 2 tập con là $\emptyset$ và A .

Tính chất: $A \subset A, \emptyset \subset A$ với mọi A

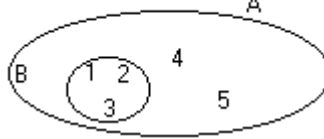
Nếu $A \subset B$ và $B \subset C$ thì $A \subset C$

4. **Tập hợp bằng nhau**:

$$A = B \Leftrightarrow A \subset B \text{ và } B \subset A \text{ hay } A = B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

$$\text{Ví dụ: } C = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}, D = \left\{\frac{1}{2}, 2\right\} \Rightarrow C = D$$

- **Biểu đồ Ven**



Ta có $\emptyset \subset \emptyset \subset \emptyset \subset \emptyset \subset \emptyset$

BÀI TẬP §2

2.1. Viết các tập sau bằng cách liệt kê các phần tử

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội của 12 không vượt quá 100}\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^3 - 3x^2 - 5x = 0\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 3\}$$

$$F = \{x \mid x = 3k \text{ với } k \in \mathbb{Z} \text{ và } -4 < x < 12\}$$

$$G = \{\text{Các số chính phương không vượt quá 100}\}$$

$$H = \{n \in \mathbb{N} \mid n(n+1) \leq 20\}.$$

$$I = \{x \mid x \text{ là ước nguyên dương của 12}\}$$

$$J = \{x \mid x \text{ là bội nguyên dương của 15}\}$$

$$K = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là ước chung của 6 và 14}\}$$

$$L = \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ là bội của 6 và 8}\}$$

2.2. Viết các tập sau theo cách chỉ ra tính chất đặc trưng

$$A = \{2; 3; 5; 7\} \quad B = \{1; 2\}$$

$$C = \{2; 4; 6; 8; \dots; 88; 90\} \quad D = \{4; 9; 16; 25\}$$

2.3. Trong các tập sau tập nào là tập rỗng?

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - x + 1 = 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Q} \mid x^2 - 4x + 2 = 0\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Q} \mid 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{Q} \mid |x| < 1\}.$$

2.4. Trong các tập sau, tập nào là con của tập nào?

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$$

$$C = (0; +\infty) \quad D = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 7x + 3 = 0\}.$$

2.5. Tìm tất cả các tập con của các tập sau:

$$a) A = \{1; 2\} \quad b) B = \{1; 2; 3; 4\}.$$

$$c) C = \emptyset \quad d) D = \{\emptyset\}$$

2.6. Tìm tất cả các tập X sao cho:

$$\{1, 2\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

2.7. Tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ có bao nhiêu tập con gồm hai phần tử? Để giải bài toán, hãy liệt kê tất cả các tập con của A gồm hai phần tử rồi đếm số tập con này. Hãy thử tìm một cách giải khác.

2.8. Liệt kê tất cả các phần tử của mỗi tập sau:

$$R = \{3k-1 \mid k \in \mathbb{Z}, -5 \leq k \leq 5\}$$

$$S = \{x \in \mathbb{Q} \mid 3 < |x| \leq \frac{19}{2}\}$$

$$T = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x^2 - 5x + 2 = 0\}$$

BÀI TẬP THÊM

1. Liệt kê các phần tử của tập hợp sau :

$$a/ A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 6\}$$

$$b/ B = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x \leq 5\}$$

$$c/ C = \{x \in \mathbb{Z}, |x| \leq 3\}$$

$$d/ D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 9 = 0\}$$

$$e/ E = \{x \in \mathbb{R} \mid (x-1)(x^2 + 6x + 5) = 0\}$$

$$f/ F = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x + 2 = 0\}$$

$$g/ G = \{x \in \mathbb{N} \mid (2x-1)(x^2 - 5x + 6) = 0\}$$

$$h/ H = \{x \mid x = 2k \text{ với } k \in \mathbb{Z} \text{ và } -3 < x < 13\}$$

$$i/ I = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 > 4 \text{ và } |x| < 10\}$$

$$j/ J = \{x \mid x = 3k \text{ với } k \in \mathbb{Z} \text{ và } -1 < k < 5\}$$

$$k/ K = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0 \text{ và } x^2 - 4x + 3 = 0\}$$

$$l/ L = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2x - 1 = 0 \text{ hay } x^2 - 4 = 0\}$$

2. Xác định tập hợp bằng cách nêu tính chất :

$$a/ A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$b/ B = \{0, 2, 4\}$$

$$c/ C = \{0, 3, 9, 27, 81\}$$

$$d/ D = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$e/ E = \{2, 4, 9, 16, 25, 36\}$$

$$f/ F = \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}\right\}$$

3. Tìm tất cả các tập con của tập hợp sau :

$$a/ A = \{a, b\}$$

$$b/ B = \{a, b, c\}$$

$$c/ C = \{a, b, c, d\}$$

$$d) A = \{1, 2, 3, 4\}$$

4. Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{2, 4, 3\}$; $C = \{2, 3\}$; $D = \{2, 3, 5\}$

a/ Liệt kê tất cả các tập có quan hệ $\subset$

b/ Tìm tất cả các tập X sao cho $C \subset X \subset B$

c/ Tìm tất cả các tập Y sao cho $C \subset Y \subset A$

5. Cho $A = \{x \mid x \text{ là ước nguyên dương của } 12\}$;

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\} ; C = \{1, 2, 3\} ;$$

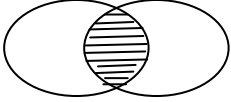
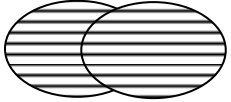
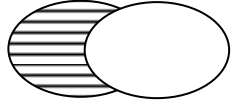
$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid (x+1)(x-2)(x-4) = 0\}$$

a/ Liệt kê tất cả các tập có quan hệ $\subset$

b/ Tìm tất cả các tập X sao cho $D \subset X \subset A$

c/ Tìm tất cả các tập Y sao cho $C \subset Y \subset B$

§3 CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

1. Phép giao	2. Phép hợp	3. Hiệu của 2 tập hợp
 $A \cap B = \{x x \in A \text{ và } x \in B\}$ $x \in A \cap B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$ Tính chất $A \cap A = A$ $A \cap \emptyset = \emptyset$ $A \cap B = B \cap A$	 $A \cup B = \{x x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$ $x \in A \cup B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \in B \end{cases}$ Tính chất $A \cup A = A$ $A \cup \emptyset = A$ $A \cup B = B \cup A$	 $A \setminus B = \{x x \in A \text{ và } x \notin B\}$ $x \in A \setminus B \Leftrightarrow \begin{cases} x \in A \\ x \notin B \end{cases}$ Tính chất $A \setminus \emptyset = A$ $A \setminus A = \emptyset$ $A \setminus B \neq B \setminus A$

4. Phép lấy phần bù: Nếu $A \subset E$ thì $C_E A = E \setminus A = \{x, x \in E \text{ và } x \notin A\}$

Ví dụ 1: Cho $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$, $C = \{4; 5; 6; 7\}$.

Tính $A \cup B$, $(A \cap B) \cup C$, $A \cup C$, $(A \cup B) \cup C$, $A \setminus B$, $A \setminus C$

BÀI TẬP §3

3.1. Cho các tập $A = \{0; 1; 2; 3\}$, $B = \{0; 2; 4; 6\}$, $C = \{0; 3; 4; 5\}$. Tính

$A \cap B$, $B \cup C$, $C \setminus A$, $(A \cup B) \setminus (B \cup C)$

3.2. Cho $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 7\}$ và $B = \{1; 2; 3; 6; 7; 8\}$

a) Xác định $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$; $B \setminus A$

b) CMR: $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

3.3. Cho $R = \{3k-1 | k \in \mathbb{Z}, -5 \leq k \leq 5\}$, $S = \{x \in \mathbb{Z} | 3 < |x| \leq \frac{19}{2}\}$,

$T = \{x \in \mathbb{Z} | 2x^2 - 4x + 2 = 0\}$. Tính $R \cap S$, $S \cup T$, $R \setminus S$

3.4. Cho $A = \{0; 2; 4; 6; 8\}$, $B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$, $C = \{0; 3; 6; 9\}$. Tính

a) $(A \cup B) \cup C$ và $A \cup (B \cup C)$. Có nhận xét gì về hai kết quả?

b) $(A \cap B) \cap C$

d) $(A \cup B) \cap C$

e) $(A \setminus B) \cup C$

3.5. Cho $A = \{0; 2; 4; 6; 8; 10\}$, $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, $C = \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Tính

a) $B \cup C$, $A \cap B$, $B \cap C$, $A \setminus B$, $C \setminus B$

b) $A \cap (B \cap C)$

c) $(A \cup B) \cap C$

d) $A \cap (B \cup C)$

e) $(A \cap B) \cup C$

f) $(A \setminus B) \cup (C \setminus B)$

3.6. Cho $E = \{x \in \mathbb{Z} | 1 \leq x < 7\}$

$A = \{x \in \mathbb{Z} | (x^2 - 9)(x^2 - 5x - 6) = 0\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} | x \text{ là số nguyên tố } \leq 5\}$

a) Chứng minh rằng $B \subset E$

b) Tìm $C_E B$; $C_E (A \cap B)$

c) Chứng minh rằng:

$$E \setminus (A \cap B) = (E \setminus A) \cup (E \setminus B)$$

$$E \setminus (A \cup B) = (E \setminus A) \cap (E \setminus B)$$

§4 CÁC TẬP HỢP SỐ

1. Các tập số đã học

$\mathbb{N}$, $\mathbb{N}^*$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$

2. Các tập con thường dùng của $\mathbb{R}$

Tên gọi, ký hiệu	Tập hợp	Hình biểu diễn
Tập số thực $(-\infty; +\infty)$	$\mathbb{R}$	
Đoạn $[a; b]$	$\{x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$	
Khoảng $(a; b)$	$\{x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$	
Khoảng $(-\infty; a)$	$\{x \in \mathbb{R}, x < a\}$	
Khoảng $(a; +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R}, a < x\}$	
Nửa khoảng $[a; b)$	$\{x \in \mathbb{R}, a \leq x < b\}$	
Nửa khoảng $(a; b]$	$\{x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$	
Nửa khoảng $(-\infty; a]$	$\{x \in \mathbb{R}, x \leq a\}$	
Nửa khoảng $[a; +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R}, a \leq x\}$	

$[a; b] = \{x \in \mathbb{R}, a \leq x \leq b\}$, ..., $\mathbb{R}_+ = [0; +\infty)$, $\mathbb{R}_- = (-\infty; 0]$

Chú ý 1: Có hai cách biểu diễn các khoảng, nửa khoảng, đoạn trên trục số: Hoặc **gạch bỏ phần không thuộc** khoảng hay đoạn đó, **hoặc tô đậm phần trục số thuộc** khoảng hay đoạn đó.

Ví dụ: Biểu diễn các khoảng, nửa khoảng, đoạn sau trên trục số theo hai cách

$(-2; 5)$, $[-3; 1]$, $([-1; 4]$

Chú ý 2:

- **Tìm giao của các khoảng** ta **biểu diễn** các khoảng đó trên cùng một trục số. Phần còn lại sau khi đã gạch bỏ chính là giao của hai tập hợp.

- **Tìm hợp của các khoảng** ta **viết** các khoảng đó trên cùng một trục số, sau đó tiến hành **tô đậm từng khoảng**. Hợp của các khoảng là tất cả các tô đậm trên trục số.

- **Tìm hiệu của hai khoảng $(a; b) \setminus (c; d)$** ta tô đậm khoảng $(a; b)$ và gạch bỏ khoảng $(c; d)$, phần tô đậm còn lại là kết quả cần tìm.

Ví dụ: Tính

$$a) (-1; 2] \cap [1; 3) = [1; 2]$$

$$b) [-3; \frac{1}{2}) \cap (-1; +\infty) = [-1; \frac{1}{2})$$

$$c) (-\frac{1}{2}; 2) \cup (1; 4) = (-\frac{1}{2}; 4)$$

$$d) (-\frac{1}{2}; 2] \setminus (1; 4) = (-\frac{1}{2}; 1]$$

BÀI TẬP §4-C1

4.1. Viết lại các tập sau về kí hiệu khoảng, đoạn, nửa khoảng. Biểu diễn chúng trên trục số.

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 8\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 10\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid -6 < x \leq 8\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} \mid x - 1 < 0\}$$

4.2. Viết các khoảng, đoạn sau về dạng kí tập hợp

$$E=(1;+\infty)$$

$$F=(-\infty;6]$$

$$G=(-2;3]$$

$$H=[-\frac{3}{2};1]$$

4.3. Xác định $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$ và biểu diễn kết quả trên trục số

a) $A = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1 \}$ $B = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3 \}$

b) $A = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1 \}$ $B = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3 \}$

c) $A = [1;3]$ $B = (2;+\infty)$

d) $A = (-1;5)$ $B = [0;6]$

4.4. Cho $A = \{ x \in \mathbb{R} \mid x-2 \geq 0 \}$, $B = \{ x \in \mathbb{R} \mid x-5 > 0 \}$.

Tính $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

4.5. Xác định các tập sau và biểu diễn chúng trên trục số

a) $(-5;3) \cap (0;7)$ b) $(-1;5) \cup (3;7)$

c) $\mathbb{R} \setminus (0;+\infty)$ d) $(-\infty;;3) \cap (-2;+\infty)$

4.6. Xác định $A \setminus B$, $A \cap B$, $A \cup B$ và biểu diễn chúng trên trục số

a) $A=(-3;3)$ $B=(0;5)$

b) $A=(-5;5)$ $B=(-3;3)$

c) $A=\mathbb{R}$ $B=[0;1]$

d) $A=(-2;3)$ $B=(-3;3)$

4.7. Xác định tập hợp $C \cap D$, biết

a) $C=[1;5]$ $D=(-3;2) \cup (3;7)$

b) $C=(-5;0) \cup (3;5)$ $D=(-1;2) \cup (4;6)$

4.8. Xác định các tập sau

a) $(-3;5] \cap \mathbb{R}$ b) $(1;2) \cap \mathbb{R}$ c) $[-3;5] \cap \mathbb{R}$

4.9. Xác định các tập sau

a) $\mathbb{R} \setminus ((0;1) \cup (2;3))$ b) $\mathbb{R} \setminus ((3;5) \cap (4;6))$

c) $(-2;7) \setminus [1;3]$ d) $((-1;2) \cup (3;5)) \setminus (1;4)$

4.10. Xác định các tập sau

a) $(-\infty; \frac{1}{3}) \cap (\frac{1}{4}; +\infty)$ b) $(-\frac{11}{2}; 7) \cup (-2; \frac{27}{2})$

c) $(0;12) \setminus [5;+\infty)$ d) $\mathbb{R} \setminus [-1;1)$

BÀI TẬP THÊM

1. Cho 3 tập hợp : $A = \{1, 2, 3, 4\}$; $B = \{2, 4, 6\}$; $C = \{4, 6\}$

a/ Tìm $A \cap B$, $A \cap C$, $B \cap C$

b/ Tìm $A \cup B$, $A \cup C$, $B \cup C$

c/ Tìm $A \setminus B$, $A \setminus C$, $C \setminus B$

d/ Tìm $A \cap (B \cup C)$ và $(A \cap B) \cup (A \cap C)$. Có nhận xét gì về hai tập hợp này ?

2. Cho 3 tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $B = \{2, 4, 6\}$; $C = \{1, 3, 4, 5\}$.

Tìm $(A \cap B) \cup C$ và $(A \cup C) \cap (B \cup C)$. Nhận xét ?

3. Cho 3 tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$; $B = \{b, c, d\}$; $C = \{a, b\}$

a/ CMR : $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$

b/ CMR : $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$

4. Tìm $A \cap B$; $A \cup B$; $A \setminus B$; $B \setminus A$, biết rằng :

a/ $A = (2, +\infty)$; $B = [-1, 3]$ b/ $A = (-\infty, 4]$; $B = (1, +\infty)$

c/ $A = (1, 2]$; $B = (2, 3]$ d/ $A = (1, 2]$; $B = [2, +\infty)$

e/ $A = [0, 4]$; $B = (-\infty, 2]$ e/ $A = (2, 10)$; $B = (4, 7)$

5. Cho $A = \{a, b\}$; $B = \{a, b, c, d\}$. Xác định các tập X sao cho $A \cup X = B$

6. $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 10\}$; $A, B \subset X$;

$$A \cap B = \{9, 4, 6\}$$

$$A \cup \{3, 4, 5\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\} ;$$

$$B \cup \{4, 8\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

Xác định A, B.