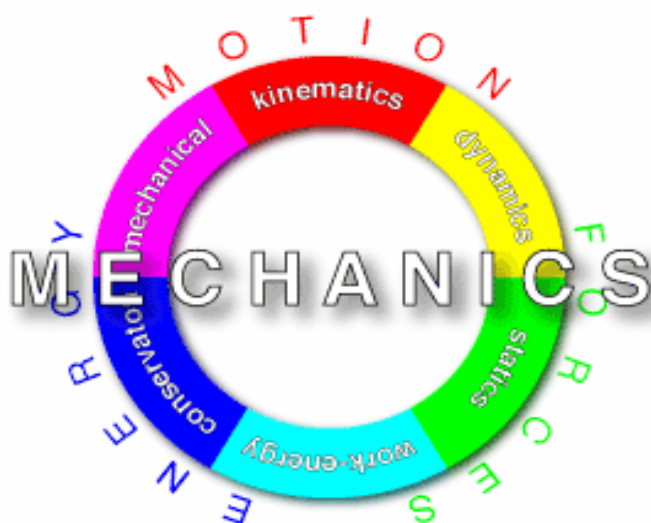


CƠ HỌC



LÝ VINH BÊ

LỜI NÓI ĐẦU

Cuốn giáo trình cơ học đại cương này được soạn theo chương trình khung của bộ giáo dục và đào tạo, bao gồm các bài giảng đã được giảng dạy cho sinh viên Khoa Vật Lý của Trường Đại Học Sư Phạm thành phố Hồ Chí Minh trong nhiều năm qua.

Như chúng ta đã biết, cơ học đại cương là phần Vật Lý đại cương nhằm khảo sát các dạng chuyển động của vật chất thường xuyên được nghiên cứu trong Vật Lý học đại cương như môn nhiệt phân tử, môn điện học, môn quang học, môn Vật Lý nguyên tử và hạt nhân, môn thiên văn... Vì vậy, cơ học có thể được coi là môn học mở đầu để bước vào quá trình nghiên cứu các hiện tượng Vật Lý xảy ra trong thế giới vĩ mô và vi mô.

Để nắm bắt được nội dung của giáo trình yêu cầu người đọc phải có một ít kiến thức cơ bản về toán như giải tích vector, phương trình vi phân, phép tính tích phân.

Tuy giáo trình cơ học đại cương này đã được giảng dạy nhiều năm cho sinh viên, tác giả đã cố gắng chọn lọc những phần kiến thức và cố gắng sắp xếp các chương sao cho hợp lý nhất để có sự kế thừa giữa kiến thức cơ học đã được giảng dạy ở phổ thông và chuẩn bị cho sinh viên tiếp tục học học phần cơ học lý thuyết, nhưng có thể còn nhiều thiếu sót, chưa hợp lý. Tác giả rất mong nhận được nhiều ý kiến đóng góp và phê bình của độc giả kể kỳ tái bản giá trình sẽ hoàn chỉnh hơn.

Tác giả chân thành cảm ơn sự cộng tác của giảng viên Lê Trần Thê Duy.

TÁC GIẢ.

CHƯƠNG I

ĐỘNG HỌC

I- ĐỘNG HỌC CHẤT ĐIỂM

1. Chuyển động của chất điểm:

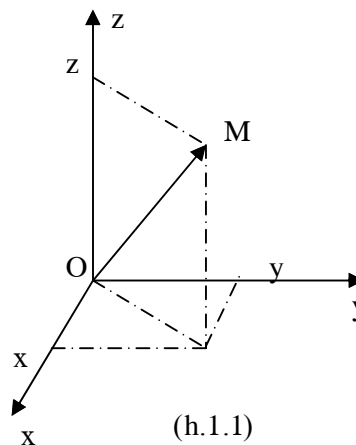
Động học là phần cơ học nghiên cứu sự dời chuyển vị trí giữa các vật thể trong không gian mà không chú ý tới nguyên nhân sinh ra và làm biến đổi chuyển dời ấy. Một vật mà kích thước có thể bỏ qua khi nghiên cứu chuyển động của nó gọi là chất điểm.

a. Hệ quy chiếu:

Một vật hay một hệ vật chuyển động trong không gian thì tại một thời điểm nào đó vị trí của chúng có thể được xác định so với một vật hay một hệ vật khác dùng làm mốc. Vật hay hệ vật dùng làm mốc được gọi là hệ quy chiếu. Khi thay đổi hệ quy chiếu thì tính chất chuyển động của vật cũng thay đổi theo.

Chuyển động đơn giản nhất của chất điểm là chuyển động trên đường thẳng, vị trí của nó tại mỗi thời điểm nó được xác định bằng khoảng cách x từ chất điểm đó đến một điểm O được chọn làm gốc tọa độ. Trường hợp tổng quát, chất điểm chuyển động trong không gian, vị trí của nó tại mỗi thời điểm đối với hệ quy chiếu gồm một hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$ — gọi là hệ trục tọa độ Descartes. Khi đó vị trí của chất điểm M được xác định bằng 3 tọa độ x, y, z :

$$M/Oxyz \begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases}$$



Ta nói chất điểm M có 3 bậc tự do.

b. Phương trình chuyển động:

Đối với chất điểm chuyển động trên đường thẳng, tọa độ của nó biến thiên theo thời gian t :

$$x=f(t)$$

gọi là phương trình chuyển động, nó cho biết vị trí của chất điểm ở mỗi thời điểm.

Chất điểm chuyển động trong không gian đối với hệ quy chiếu Descartes thì phương trình chuyển động của hệ gồm ba phương trình:

$$x=f(t)$$

$$y=g(t)$$

$$z=h(t)$$

Như vậy chúng ta đã phân tích chuyển động của chất điểm trong không gian bằng ba chuyển động thẳng trên ba trục Ox, Oy, Oz .

Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là ba vectơ đơn vị trên trục Ox, Oy, Oz. vị trí M có thể được xác định bằng vectơ:

$$\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} = \vec{r}(t)$$

$\vec{r}$ là vectơ tia của chất điểm.

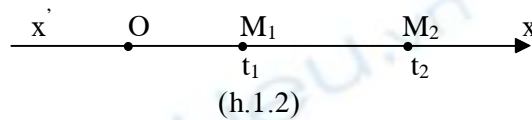
Khi khử t trong các phương trình chuyển động ta được phương trình $F(x,y,z)=0$ gọi là phương trình quỹ đạo, cho ta biết dạng của quỹ đạo của chất điểm.

Vị trí của chất điểm có thể được xác định bằng phương trình hoành độ cong:

$$S = s(t).$$

2. Vận tốc:

a. Vận tốc trong chuyển động thẳng: Quỹ đạo là đường thẳng.



• Vectơ vận tốc trung bình:

$$\vec{V}_m = \frac{\overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}}{t_2 - t_1} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t}.$$

Biểu thức giải tích:

$$V_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}.$$

• Vectơ vận tốc tức thời:

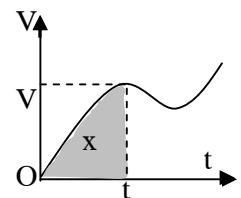
$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{V}_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\Delta t}.$$

Biểu thức giải tích:

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} V_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}.$$

Nói riêng, nếu chọn gốc hoành độ $x=0$ là vị trí của chất điểm ở thời điểm $t=0$, thì vị trí của chất điểm ở thời điểm t được xác định:

$$x(t) = \int_0^t V(t)dt.$$

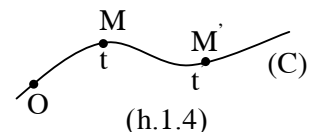


(h.1.3)

b. Vận tốc trong chuyển động cong: Quỹ đạo là đường cong (C).

• Vectơ vận tốc trung bình:

$$\vec{V}_m = \frac{\overrightarrow{MM'}}{t' - t} = \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}$$



(h.1.4)

Vectơ vận tốc trung bình có:

- Giá nằm trên dây MM' .
- Chiều từ M đến M' .
- Độ lớn: $\frac{MM'}{\Delta t}$.

• Vector vận tốc tức thời:

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{V}_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t}.$$

-Phương và chiều của $\vec{V}$ Khi $\Delta t \rightarrow 0$, cát tuyến MM' có giới hạn là tiếp tuyến với quỹ đạo tại M và $\overrightarrow{MM'}$ hướng theo chiều chuyển động nên $\vec{V}$ cùng hướng theo chiều ấy.

-Độ lớn của $\vec{V}$: gọi $\vec{\mathcal{C}}$ là vector đơn vị trên tiếp tuyến, ta có:

$$\vec{V} = V \cdot \vec{\mathcal{C}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\widehat{MM'}} \cdot \widehat{MM'}$$

Với $\widehat{MM'} = \widehat{OM'} - \widehat{OM} = S' - S = \Delta t$

Và $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\overrightarrow{MM'}}{\widehat{MM'}} = \vec{\mathcal{C}}$

Vậy $\vec{V} = V \cdot \vec{\mathcal{C}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \cdot \vec{\mathcal{C}}$

suy ra:

$$V = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}.$$

-Biểu thức giải tích:

Ta có: $\vec{V} = \frac{ds}{dt} \cdot \vec{\mathcal{C}}$

Nhưng $dS \cdot \vec{\mathcal{C}} = \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OM'} = \vec{r}' - \vec{r} = d\vec{r}.$

Vậy

$$\begin{aligned} \vec{V} &= \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt} (x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) \\ &= \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \end{aligned}$$

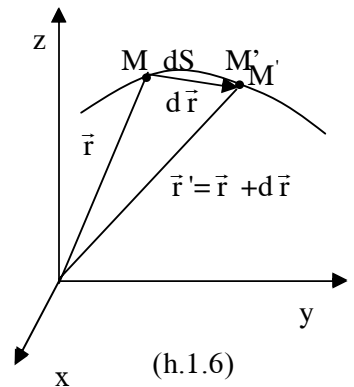
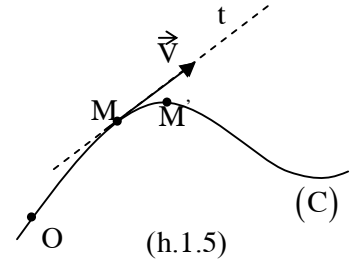
như vậy:

$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y + \vec{V}_z$$

suy ra

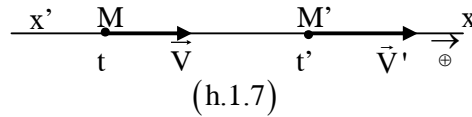
$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$



3. Gia tốc:

a. Gia tốc trong chuyển động thẳng:



- Gia tốc trung bình:

Vector gia tốc trung bình:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{V}' - \vec{V}}{t' - t} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

chiếu xuống trục x'x ta được:

$$a_m = \frac{V' - V}{t' - t} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

- Gia tốc tức thời:

Vector gia tốc tức thời:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

Chiếu xuống trục x'x:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

- Nếu $a=0 \Rightarrow \frac{dV}{dt}=0 \Rightarrow V = \text{const} \rightarrow$ chuyển động thẳng đều
- Nếu $|a|=\text{const} \Rightarrow V = at + V_0 \rightarrow$ chuyển động thẳng thay đổi đều:
 - Khi $a>0 \rightarrow$ chuyển động nhanh dần đều.
 - Khi $a<0 \rightarrow$ chuyển động chậm dần đều.
- Nếu $a = a(t) \rightarrow$ chuyển động thẳng thay đổi không đều.

b. Gia tốc trong chuyển động cong:

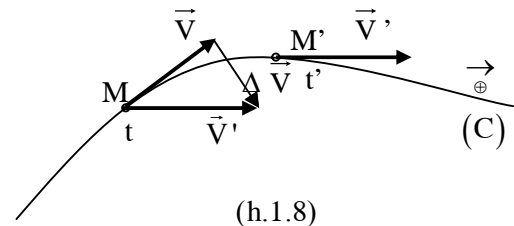
- Gia tốc trung bình:

Vector gia tốc trung bình:

$$\vec{a}_m = \frac{\vec{V}' - \vec{V}}{t' - t} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

- Gia tốc tức thời:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$



Biểu thức giải tích của $\vec{a}$:

Ta có:

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV_x}{dt} \vec{i} + \frac{dV_y}{dt} \vec{j} + \frac{dV_z}{dt} \vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k}$$

Đặt:

$$a_x = \frac{dV_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$a_y = \frac{dV_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$a_z = \frac{dV_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

ta thu được biểu thức của $\vec{a}$:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

suy ra độ lớn của gia tốc:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

c. Gia tốc tiếp tuyến; gia tốc pháp tuyến:

Vectơ gia tốc trung bình có thể được phân tích như sau:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{V}_n}{\Delta t} + \frac{\Delta \vec{V}_t}{\Delta t}$$

nên ta có:

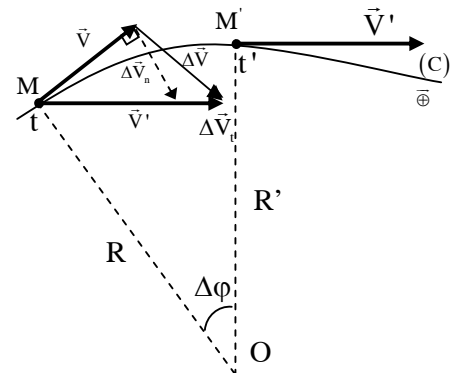
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}_n}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}_t}{\Delta t}$$

- Khi $\Delta t \rightarrow 0$ thì $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}_t}{\Delta t}$ có giới hạn là vectơ nằm trên tiếp tuyến với quỹ đạo tại M và $\Delta V_t \approx \Delta V$, vậy:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}_t}{\Delta t} = \frac{dV}{dt} \vec{e}_t = \vec{a}_t$$

$\vec{a}_t$ được gọi là vectơ gia tốc tiếp tuyến và .

- Trong khi đó, khi $\Delta t \rightarrow 0$ thì $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}_n}{\Delta t}$ có giới hạn là vectơ vuông góc với $\vec{V}$ (vuông góc với quỹ đạo) nên được gọi là vectơ gia tốc pháp tuyến, kí hiệu $\vec{a}_n$, và có độ lớn là:



(h.1.9)

$$a_n = \frac{dV_n}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta V_n}{\Delta t} = V \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = V \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{R} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

hay
$$a_n = \frac{dV_n}{dt} = \frac{V}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{V^2}{R}$$

Vậy:
$$a_n = \frac{V^2}{R}$$

R là bán kính cong của quỹ đạo tại M (bán kính chính khúc).

Ta có:
$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

$\vec{a}_n$ luôn luôn hướng vào bề lõm của quỹ đạo nên được gọi là gia tốc hướng tâm.

Độ lớn của gia tốc $\vec{a}$:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{dV_t}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dV_n}{dt}\right)^2}$$

Ta có thể chứng minh gia tốc tiếp tuyến và gia tốc pháp tuyến theo phương pháp khác.

Gọi $\vec{\mathcal{C}}$ là vector đơn vị trên tiếp tuyến tại M, ta có:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(V\vec{\mathcal{C}}) = \frac{dV}{dt}\vec{\mathcal{C}} + V\frac{d\vec{\mathcal{C}}}{dt}$$

- $\frac{dV}{dt} = a_t$ là thành phần của $\vec{a}$ trên tiếp tuyến nên được gọi là gia tốc tiếp tuyến.

- Ta cũng có:
$$\frac{d\vec{\mathcal{C}}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\mathcal{C}}}{\Delta t}$$

- $\Delta \vec{\mathcal{C}}$ có phương của vector đơn vị $\vec{n}$ trên pháp tuyến với quỹ đạo tại M và có độ lớn $\Delta \vec{\mathcal{C}} = \mathcal{C} \cdot \Delta \varphi \approx \Delta \varphi$.

Vậy:

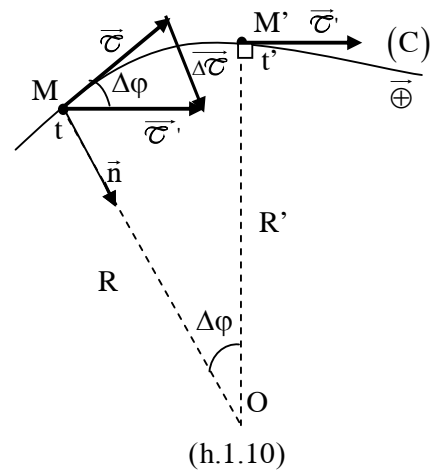
$$\frac{d\vec{\mathcal{C}}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \cdot \vec{n} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot \vec{n}$$

Do đó $V \cdot \frac{d\vec{\mathcal{C}}}{dt} = V \frac{d\varphi}{dt} \cdot \vec{n}$ được gọi là gia tốc pháp tuyến,

có độ lớn $a_n = V \cdot \frac{d\varphi}{dt}$.

Nhưng $\Delta \varphi \approx \frac{\Delta S}{R'}$ nên ta suy ra:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{R'} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{V}{R}$$



suy ra:

$$a_n = \frac{V^2}{R} \quad (R=OM).$$

4. Chuyển động thẳng:

a. Chuyển động thẳng đều:

Là chuyển động có quỹ đạo là đường thẳng, vận tốc không đổi. phương trình chuyển động có dạng:

$$\begin{aligned} dx &= V \cdot dt, \\ x &= \int_{t_0}^t V dt + x_0. \end{aligned}$$

Nếu chọn $t_0=0$ khi $x=x_0$, ta sẽ có:

$$x = V \cdot t + x_0.$$

b. Chuyển động thẳng thay đổi đều:

Là chuyển động có quỹ đạo là đường thẳng, gia tốc có độ lớn không đổi. Vận tốc thay đổi theo thời gian có dạng:

$$V = \int_{t_0}^t a \cdot dt + V_0.$$

Chọn $t_0=0$ khi $V=V_0$ =vận tốc ban đầu, ta có:

$$V = a \cdot t + V_0.$$

Phương trình chuyển động:

$$\begin{aligned} dx &= V \cdot dt, \\ x &= \int_0^t (at + V_0) dt + x_0 \\ &= \frac{1}{2} at^2 + V_0 t + x_0 \end{aligned}$$

Ta cũng có thể thành lập công thức tính vận tốc độc lập với thời gian:

$$V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0).$$

Đặc tính khác của chuyển động thẳng thay đổi đều là những quãng đường đi được liên tiếp trong những khoảng thời gian θ bằng nhau hợp thành cấp số cộng với công sai $r = a \theta^2$.

- Chuyển động nhanh dần đều khi trị số tuyệt đối của vận tốc tăng dần theo thời gian, tức $\vec{V}^2$ tăng khi t tăng, vậy:

$$\frac{d\vec{V}^2}{dt} > 0 \Rightarrow 2\vec{V} \frac{d\vec{V}}{dt} > 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{V} \cdot \vec{a} > 0.$$

Suy ra $\vec{a}$ cùng chiều với $\vec{V}$.

- Chuyển động chậm dần đều khi V^2 giảm khi t tăng, vậy:

$$\frac{dV^2}{dt} < 0 \Rightarrow 2\vec{V} \frac{d\vec{V}}{dt} < 0 \Rightarrow \vec{V} \cdot \vec{a} < 0.$$

Suy ra $\vec{a}$ ngược chiều với $\vec{V}$.

5. Chuyển động tròn:

Chuyển động tròn là chuyển động có quỹ đạo là một đường tròn.

Phương trình chuyển động có thể được xác định theo hoành độ cong $S=f(t)$ hay hoành độ góc $\theta=g(t)$, giữa S, θ và bán kính R của quỹ đạo có hệ thức liên hệ: $S=R\theta$.

- Vận tốc dài $V=\frac{dS}{dt}$ có phương tiếp tuyến với đường tròn quỹ đạo và vận tốc góc $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{V}{R}$.

- Gia tốc dài $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$ với:

- Độ lớn của gia tốc tiếp tuyến: $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}$

- Độ lớn của gia tốc pháp tuyến: $a_n = \frac{V^2}{R} = R\omega^2$.

- Gia tốc góc: $\theta'' = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

Vận tốc góc ω được biểu diễn bằng một vector có phương vuông góc với mặt phẳng quỹ đạo và có chiều được xác định theo quy tắc cái vắn nút chai, hay được xác định bằng hệ thức:

$$\vec{V} = \vec{\omega} \wedge \vec{r} = [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Vector gia tốc góc $\vec{\theta}'' = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ cùng phương với vector vận tốc góc $\vec{\omega}$ và nếu $\vec{\theta}''$ cùng chiều với vector vận tốc góc $\vec{\omega}$ thì chất điểm chuyển động tròn nhanh dần đều.

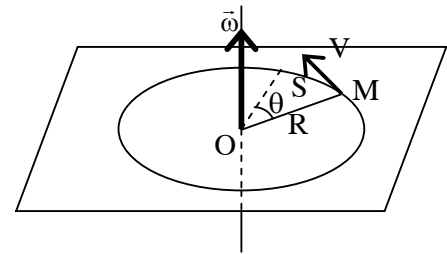
a. Chuyển động tròn đều:

$$\omega = \text{const}, V = R \cdot \omega = \text{const}, S = V \cdot t + S_0,$$

$$\theta = \omega \cdot t + \theta_0, \theta'' = 0, a_t = 0, a_n = \frac{V^2}{R} = R \cdot \omega^2.$$

b. Chuyển động tròn thay đổi đều:

$$\theta'' = \text{const}, \omega = \theta'' \cdot t + \omega_0,$$



(h.1.11)

$$a_t = \theta'' \cdot R, \quad a_n = \frac{V^2}{R},$$

$$V = a_t \cdot t + V_0.$$

II- ĐỘNG HỌC VẬT RẮN :

1. Chuyển động tịnh tiến:

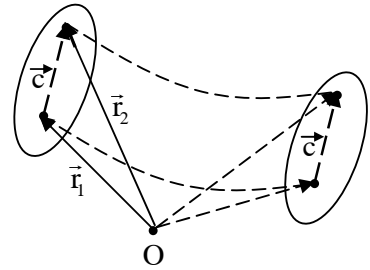
Trong cơ học, người ta định nghĩa vật rắn là vật mà vị trí tương đối giữa các bộ phận của nó không thay đổi trong quá trình chuyển động. Trong chuyển động tịnh tiến của vật rắn thì đường thẳng nối hai điểm bất kỳ của vật rắn luôn song song với chính nó. Một vật rắn chuyển động tịnh tiến thì các điểm của nó luôn có cùng vectơ vận tốc và vạch nên những quỹ đạo có hình dạng như nhau, quỹ đạo này chỉ dịch đi so với quỹ đạo khác. Thật vậy, giữa các vectơ tia $\vec{r}_1, \vec{r}_2$ của hai điểm xác định bất kỳ của vật rắn luôn có hệ thức:

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{c}, \quad \vec{c} = \overrightarrow{\text{const}}.$$

Do đó, vận tốc của hai điểm ấy ở mỗi thời điểm là như nhau:

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}_1}{dt} = \frac{d\vec{r}_2}{dt}.$$

Từ đây, ta cũng suy ra được gia tốc của mọi điểm của vật rắn chuyển động tịnh tiến là giống nhau.



(h.1.12)

2. Chuyển động quay của vật rắn:

a. Vật rắn chuyển động quay quanh một trục:

Trong chuyển động quay quanh một trục Δ , các điểm M khác nhau của vật vạch nên những đường tròn nằm trong những mặt phẳng vuông góc với trục quay. Khi vật quay quanh Δ một góc φ thì các điểm M của vật rắn cũng quay một góc φ :

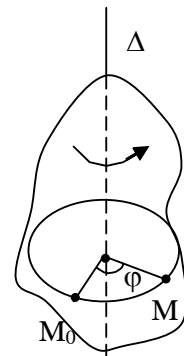
$$\varphi = \varphi(t).$$

Trong thời gian dt , vật quay một góc $d\varphi$, thì M vạch nên một cung: $dS = r \cdot d\varphi$ (r là khoảng cách từ M đến trục quay).

Vậy vận tốc của M:

$$V = \frac{dS}{dt} = r \cdot \frac{d\varphi}{dt}.$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \text{ chung cho mọi điểm gọi là vận tốc góc của vật rắn.}$$



(h.1.13)

Vận tốc dài của mọi điểm M: $V = r \cdot \omega$.

Trong chuyển động quay đều, vận tốc góc $\omega = \text{const}$ nên chu kỳ của chuyển động quay là:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}.$$

Tóm lại, chuyển động quay của vật rắn quanh một trục được đặc trưng bằng:

$$\begin{cases} - \text{Trục quay} \\ - \text{Chiều quay} \\ - \text{Độ lớn của vận tốc góc } \omega \end{cases}$$

Như vậy, chuyển động quay của vật rắn quanh một trục có thể đặc trưng bằng vector vận tốc góc $\vec{\omega}$, có độ lớn là ω , phương là trục quay và chiều của $\vec{\omega}$ là chiều tiến của cái vặn nút chai khi vặn cái nút chai đặt trên trục quay quay theo chiều quay của vật rắn.

Nếu ta biểu diễn các đại lượng như hình vẽ thì các vector $\vec{V}, \vec{\omega}, \vec{r}$ có thể được trình bày dưới dạng tích hữu hướng:

$$\vec{V} = [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Lấy đạo hàm của $\vec{V}$ theo thời gian, ta có vector gia tốc:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}, \vec{r} \right] + \left[\vec{\omega}, \frac{d\vec{r}}{dt} \right].$$

- Nếu $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ cùng chiều với $\vec{\omega}$ thì vật rắn quay nhanh dần.
- Nếu $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ ngược chiều với $\vec{\omega}$ thì vật rắn quay chậm dần.

Gia tốc của M có thể được viết:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$

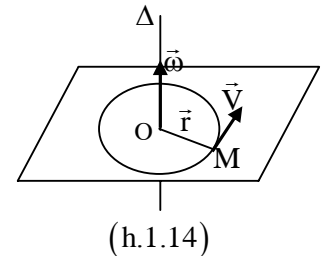
$$\text{với } \vec{a}_n = \left[\vec{\omega}, \frac{d\vec{r}}{dt} \right] \text{ và } \vec{a}_t = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt}, \vec{r} \right] \text{ và } \vec{a}_n = \left[\vec{\omega}, \frac{d\vec{r}}{dt} \right]$$

$\vec{a}_t$ có phương của $\vec{V}$ được gọi là gia tốc quay, chính là gia tốc tiếp tuyến có độ lớn:

$$a_t = \frac{dV}{dt}.$$

$\vec{a}_n$ hướng vào trục quay, được gọi là gia tốc hướng trục, chính là gia tốc hướng tâm, có độ lớn:

$$a_n = \frac{V^2}{r}.$$



b. Vật rắn quay bất kỳ quanh một điểm cố định:

Xét trường hợp vật rắn quay bất kỳ quanh một điểm O cố định nào đó, thì một điểm M của vật rắn vạch nên một đường cong trên mặt cầu tâm O, bán kính $r = OM$. Trong thời gian nhỏ, M dịch chuyển có độ dời nhỏ $d\vec{S}$.

Có thể coi $\vec{G}$ là một cung phẳng vô cùng bé trên đường tròn lớn của mặt cầu, đi qua vị trí của M. Như vậy, trong khoảng thời gian vô cùng bé có thể coi chuyển động của M của vật rắn như chuyển động quay quanh một trục Δ nào đó qua O với vận tốc góc $\vec{\omega}$, được xác định bằng hệ thức:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Trong trường hợp tổng quát, ở mỗi thời điểm khác nhau, vectơ $\vec{\omega}$ khác nhau về độ lớn, phương, chiều và vectơ gia tốc góc $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ không còn cùng phương với vectơ vận tốc góc $\vec{\omega}$ nữa. Do đó, ở mỗi thời điểm t, trục quay Δ qua O có một phương riêng nên gọi Δ là trục quay tức thời.

3. Chuyển động bất kỳ của vật rắn:

Xét một vật rắn chuyển động bất kỳ, ta chú ý tới chuyển động của hai điểm M và N bất kỳ của vật rắn. Chọn một điểm O bất kỳ làm gốc, ta có:

$$\vec{OM} = \vec{ON} + \vec{NM}$$

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{r}.$$

Lấy đạo hàm hai vế theo thời gian:

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\vec{R}_0}{dt} + \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

$\vec{r}$ có độ lớn không đổi nhưng có phương thay đổi, nếu ta gọi $\vec{\omega}$ là vận tốc quay của M quanh trục quay tức thời qua N, ta có:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Vậy

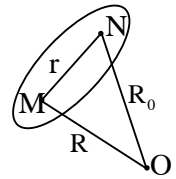
$$\vec{V} = \vec{V}_0 + [\vec{\omega}, \vec{r}].$$

Điểm M được chọn bất kỳ trong vật rắn, nên mọi điểm trong vật rắn tại thời điểm t đều có chuyển động giống hệt M, tức chuyển động của toàn thể vật rắn. Vậy một chuyển động bất kỳ của vật rắn có thể được phân tích thành hai chuyển động đồng thời:

- Chuyển động tịnh tiến với vận tốc $\vec{V}_0$ của một điểm bất kỳ N (N được gọi là điểm cơ bản).
- Chuyển động quay quanh trục tức thời Δ qua N.

Ta cũng cần lưu ý rằng, vận tốc tịnh tiến $\vec{V}_0$ phụ thuộc vào điểm N chọn làm điểm cơ bản, và vận tốc quay $\vec{\omega}$ không phụ thuộc vào sự chọn lựa này.

Thật vậy, nếu ta chọn M làm điểm cơ bản thì ta vẫn có:



(h.1.15)

$$\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MN},$$

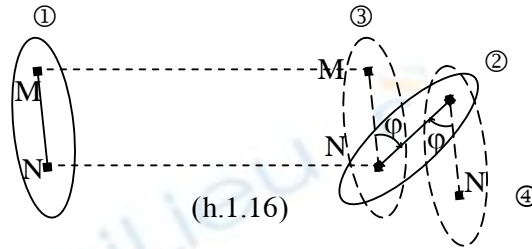
$$\frac{d\vec{R}_0}{dt} = \frac{d\vec{R}}{dt} - \frac{d\vec{r}}{dt},$$

$$\vec{V} = \vec{V}_0 - [\vec{\omega}, \vec{r}] = \vec{V}_0 + [\vec{\omega}, -\vec{r}].$$

Biểu thức này cho ta thấy, nếu chọn M làm điểm cơ bản, thì chuyển động của vật rắn có thể xem là gồm một chuyển động tịnh tiến với vận tốc $\vec{V}$, và một chuyển động quay quanh trục quay tức thời với vận tốc góc như cũ (như trường hợp N là điểm cơ bản).

Để hình dung, ta xét hai ví dụ sau:

Một vật rắn dẹt trượt trong mặt phẳng từ vị trí ① sang ② (h.1.16):

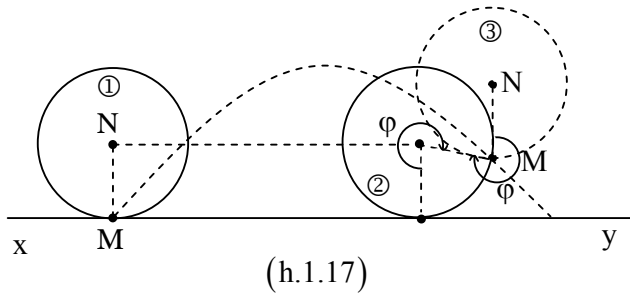


- Nếu chọn N làm điểm cơ bản thì đầu tiên ta tịnh tiến vật từ ① sang ③ sau đó quay quanh N một góc φ để đến vị trí ②.
- Nếu chọn M làm điểm cơ bản thì đầu tiên ta tịnh tiến vật từ ① sang ④ để M đến vị trí cuối của nó, sau đó quay vật quanh M một góc φ như cũ để đưa vật trở về vị trí ②.
- Vật có dạng hình tròn chuyển động trong mặt phẳng. Giả sử hình tròn lăn không trượt trên đường thẳng từ vị trí ① đến vị trí ②. Tâm N vạch đường thẳng song song với đường thẳng xy.

Điểm M trên đường tròn vạch nên một đường xyclôit từ ① sang ②.

Hình tròn có thể đồng thời tham gia vào hai chuyển động.

- Nếu chọn N làm điểm cơ bản, ta tịnh tiến hình tròn từ ① sang ② rồi quay hình tròn quanh N một góc φ.



- Nếu chọn M làm điểm cơ bản, ta tịnh tiến hình tròn đến ③ xong quay hình tròn quanh M một góc φ.



CHƯƠNG II

ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

CÁC ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN

I- ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM:

1. Các định luật động lực học của Newton:

Động lực học là một phần của cơ học nhằm nghiên cứu sự chuyển dời vị trí của các vật thể trong không gian có chú ý đến nguyên nhân sinh ra và làm biến đổi chuyển dời ấy. Trong cơ học cổ điển, mọi sự biến đổi vị trí, tương tác của các vật thể đều tuân theo các định luật của Newton.

a. Định luật Newton thứ nhất(định luật I Newton):

Một vật nếu không chịu sự tác dụng nào từ bên ngoài thì chỉ có thể đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.

Định luật I Newton cho ta biết tính bảo toàn trạng thái chuyển động của vật, tính chất ấy được gọi là quán tính, nên định luật I Newton còn được gọi là nguyên lý quán tính.

Một số ví dụ minh họa:

- Người đi bộ chân bị vướng hòn đá, do quán tính thân người nhào tới phía trước.
- Ô tô rẽ trái, người ngồi trong ô tô nghiêng về phía phải và ngược lại, ô tô tăng tốc hay dừng lại đột ngột, người trong ô tô ngã về sau hay về trước xe.

b. Định luật Newton thứ hai(Định luật II Newton):

Định luật này nói lên mối liên hệ giữa lực tác dụng, gia tốc và khối lượng của chất điểm:

Khi một vật chịu tác dụng do nguyên nhân từ bên ngoài được đặc trưng bằng một đại lượng vật lý $\vec{F}$, gọi là lực $\vec{F}$, lực $\vec{F}$ làm thay đổi chuyển động của vật, nghĩa là vật thu gia tốc $\vec{a}$, gia tốc $\vec{a}$ còn phụ thuộc vào tính chất của vật đó gọi là khối lượng m .

Định luật Newton thứ hai: Một vật có khối lượng m chịu tác dụng của một lực $\vec{F}$, vật sẽ chuyển động với gia tốc $\vec{a}$, $\vec{a}$ cùng phương chiều với $\vec{F}$ và có độ lớn tỷ lệ thuận với F và tỷ lệ nghịch với m :

$$\vec{a} = k \cdot \frac{\vec{F}}{m}.$$

Trong hệ SI (MKS, CGS) ta có $k = 1$.

Vậy
$$\vec{F} = m \vec{a}.$$

c. Định luật Newton thứ ba(định luật III Newton):

Khi vật A tác dụng lên vật B một lực $\vec{F}_1$ thì vật B sẽ tác dụng lên vật A một lực $\vec{F}_2$ cùng phương, ngược chiều và có độ lớn bằng nhau:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}.$$

$\vec{F}_1$ là lực tác dụng, $\vec{F}_2$ là lực phản tác dụng. Hai lực này xuất hiện cùng lúc. Định luật Newton thứ ba này còn được gọi là nguyên lý tác dụng và phản tác dụng.

d. Định luật vạn vật hấp dẫn của Newton:

Hai vật A và B có khối lượng m_A và m_B đặt cách nhau một khoảng r thì chúng tác dụng lên nhau những lực $\vec{F}_A$ và $\vec{F}_B$ có phương là phương nối hai điểm AB, chiều là chiều của lực hút và có độ lớn bằng nhau:

$$F_A = F_B = F = G \cdot \frac{m_A \cdot m_B}{r^2}.$$

G là hằng số hấp dẫn vũ trụ (hằng số Cavendish):

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2.$$

Trường hợp A là Trái Đất có khối lượng M , vật B có khối lượng m ở độ cao h sẽ chịu sức hút của Trái Đất:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{(R + h)^2},$$

F lúc đó gọi gần đúng là trọng lực P , dưới tác dụng của P , vật rơi có gia tốc g , theo định luật II Newton:

$$P = G \cdot \frac{M \cdot m}{(R + h)^2} = mg.$$

$$\Rightarrow g = \frac{G \cdot M}{(R + h)^2}$$

(g được gọi là gia tốc trọng trường).

Bán kính Trái Đất $R \approx 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$ và $M \approx 6 \cdot 10^{24}$, do đó, ở mặt đất $h=0$:

$$g \approx 9,81 \text{ m/s}^2.$$

2. Nguyên lý tương đối Galilée- Lực quán tính:

a. Chuyển động tương đối- Hệ qui chiếu tương đối:

Trong khi nghiên cứu chuyển động của một vật, chúng ta phải chọn những vật khác làm mốc. Tập hợp những vật khác này mà ta qui ước là đứng yên và xác định vị trí của vật chuyển động tương đối với vật đứng yên làm thành hệ qui chiếu. Sự chuyển động hay đứng yên của một vật có tính tương đối, vì nếu chọn hệ qui chiếu khác nhau thì chúng ta sẽ nhìn thấy chuyển động của một vật khác nhau.

Chẳng hạn, trong một toa tàu chuyển động thẳng đều, có một vật nào đó rơi từ trần xuống. Người hành khách trên toa tàu, trong hệ qui chiếu gắn với toa tàu, nhìn thấy vật rơi theo đường thẳng. Trong lúc đó, đối với người đứng dưới mặt đường, hiện tượng xảy ra trong hệ qui chiếu gắn với mặt đất, sẽ thấy vật rơi theo đường cong.

Hệ qui chiếu gắn liền với vật làm mốc qui ước đứng yên, được chọn để nghiên cứu chuyển động là hoàn toàn tùy ý. Người ta gọi những hệ qui chiếu cố định là hệ qui chiếu tuyệt đối, và hệ qui chiếu chuyển động đối với hệ qui chiếu cố định là hệ qui chiếu tương đối. Từ đó, ta cũng qui ước được rằng chuyển động đối với hệ qui chiếu cố định là chuyển động tuyệt đối, còn đối với hệ qui chiếu chuyển động là tương đối. Ta chỉ xét các hệ qui chiếu tương đối có chuyển động tịnh tiến so với hệ qui chiếu tuyệt đối. Người ta thường chọn hệ tọa độ vuông góc Oxyz gắn liền với hệ qui chiếu cố định (tuyệt đối) và O'x'y'z' gắn liền với hệ qui chiếu tương đối.

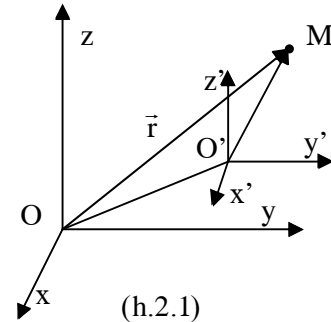
Ta có:

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}.$$

Lấy đạo hàm hai vế:

$$\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}$$

$$\overrightarrow{V_a} = \overrightarrow{V_e} + \overrightarrow{V_r}.$$



$\overrightarrow{V_a}$: vận tốc tuyệt đối M/Oxyz.

$\overrightarrow{V_r}$: vận tốc tương đối M/O'x'y'z'.

$\overrightarrow{V_e}$: vận tốc theo (Vận tốc của O'x'y'z' đối với Oxyz).

Lấy đạo hàm $\overrightarrow{V_a}$ theo t:

$$\frac{d\overrightarrow{V_a}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{V_e}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{V_r}}{dt}$$

hay

$$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_r},$$

trong đó:

$\overrightarrow{a_a}$: là gia tốc tuyệt đối.

$\overrightarrow{a_r}$: là gia tốc tương đối.

$\overrightarrow{a_e}$: là gia tốc theo.

b. Lực quán tính:

Từ hệ thức $\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_e} + \overrightarrow{a_r}$, nhân hai vế với khối lượng m của vật ta thu được:

$$m\overrightarrow{a_r} = m\overrightarrow{a_a} - m\overrightarrow{a_e}.$$

Trong đó, $\overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a_a}$ là lực Newton tác dụng lên vật.

$$\overrightarrow{F_{qt}} = -m\overrightarrow{a_e} \text{ gọi là lực quán tính.}$$

Bản chất của lực quán tính khác với lực Newton, nó không do một vật nào khác tác dụng lên vật đang nghiên cứu mà đơn thuần chỉ do sự chuyển động có gia tốc của hệ qui chiếu tương đối gây ra cho vật. Lực quán tính bao giờ cũng cùng phương và ngược chiều với gia tốc theo của hệ qui chiếu tương đối. Vậy:

$$m\vec{a}_r = \vec{F} + \vec{F}_{qt}.$$

Đây là định luật II Newton trong chuyển động tương đối. Cần lưu ý thêm rằng, các lực quán tính là lực thật sự, tác dụng thực sự trong hệ qui chiếu không quán tính, chúng chỉ khác lực thường là không có phản lực mà thôi.

Sau đây ta xét tác dụng của lực quán tính ảnh hưởng đến trọng lượng thực tế của người đi trong thang máy, khi thang máy đi lên hoặc đi xuống. Ta chọn chiều dương hướng xuống dưới.

- Khi thang máy đi lên nhanh dần, $\vec{a}_e$ hướng lên, ta có:

$$m.a_r = F - m.(-a_e) = mg + ma_e > mg.$$

Trọng lượng thực tế lớn hơn trọng lượng bản thân của người đó do lực quán tính F_{qt} .

Kết quả cũng tương tự cho trường hợp thang máy đi xuống chậm dần (h.2.2a).

- Khi thang máy đi xuống nhanh dần hay đi lên chậm dần, $\vec{a}_e$ hướng xuống:

$$m.a_r = F - m.a_e = mg - ma_e < mg.$$

Vậy trọng lượng thực tế của người nhỏ hơn trọng lượng của bản thân (h.2.2b).

c. Hệ qui chiếu quán tính- Nguyên lý tương đối Galilée:

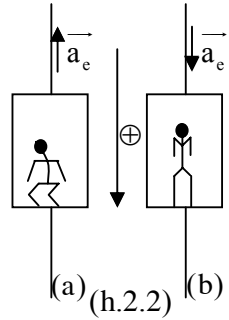
Nếu hệ qui chiếu tương đối chuyển động thẳng đều $\vec{G}$, $\vec{F}_{qt} = -m.\vec{a}_e = \vec{0}$, lúc đó ta có:

$$m.\vec{a}_r = \vec{F} + \vec{F}_{qt} = m.\vec{a}_a.$$

Như vậy, định luật II Newton cũng như các định luật động lực học của Newton đều được nghiệm đúng trong các hệ qui chiếu đứng yên và các hệ qui chiếu chuyển động thẳng đều. Những hệ qui chiếu như vậy cũng được gọi là hệ qui chiếu quán tính. Galilée đã phát biểu kết quả trên thành nguyên lý, gọi là nguyên lý tương đối Galilée:

Không thể bằng các thí nghiệm cơ học tiến hành trong hệ qui chiếu quán tính để biết rằng hệ qui chiếu đó đang đứng yên hay chuyển động thẳng đều.

Nói cách khác: Mọi hệ qui chiếu quán tính đều tương đương nhau đối với các hiện tượng cơ học.



II- XUNG LƯỢNG VÀ LỰC

1. Động lượng- Xung lượng:

Công thức định luật II Newton được viết dưới dạng:

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

hay
$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

với khối lượng $m = \text{const}$, ta có thể viết:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}.$$

Đặt $\vec{K} = m\vec{v}$: gọi là vector động lượng của chất điểm.

Vậy:
$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}.$$

Suy ra: Đạo hàm của vector động lượng của chất điểm theo thời gian bằng vector lực tác dụng lên vật.

Ta còn có thể viết:
$$d\vec{K} = \vec{F}.dt.$$

Từ đó suy ra:
$$\Delta\vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1 = \int_1^2 \vec{F}.dt$$

$\Delta\vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1$: độ biến thiên động lượng của chất điểm trong khoảng thời gian Δt từ t_1 đến t_2 .

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}.dt$$
: xung lượng của lực tác dụng trong khoảng thời gian Δt đó.

Do đó, ta có thể phát biểu định lý sau, gọi là định lý động lượng: Độ biến thiên động lượng của chất điểm trong khoảng thời gian Δt bằng xung lượng của lực tác dụng trong khoảng thời gian đó.

Nếu $\vec{F}$ không đổi, ta có thể viết:

$$\Delta\vec{K} = \vec{K}_2 - \vec{K}_1 = \vec{F}.\Delta t,$$

hay:
$$\Delta\vec{K} = \vec{F}.\Delta t.$$

2. Định luật bảo toàn động lượng:

- Hệ cô lập:

Một hệ chất điểm được gọi là cô lập khi giữa các chất điểm chỉ tồn tại lực tương tác mà không có một ngoại lực nào tác dụng vào hệ.

- Phát biểu định luật:

Xét một hệ gồm hai chất điểm m_1, m_2 có động lượng lần lượt là $\vec{K}_1, \vec{K}_2$, động lượng của hệ là:

$$\vec{K} = \vec{K}_2 + \vec{K}_1.$$

Giả sử trong thời gian Δt , hai chất điểm có tương tác lên nhau, m_2 tác dụng lên m_1 một lực $\vec{F}_1$ và m_1 tác dụng lên m_2 một lực $\vec{F}_2$ với $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ và $\vec{F}_1, \vec{F}_2$, coi như không đổi trong thời gian Δt .

Độ biến thiên động lượng của hai chất điểm là:

$$\Delta \vec{K}_1 = \vec{F}_1 \cdot \Delta t ;$$

$$\Delta \vec{K}_2 = \vec{F}_2 \cdot \Delta t .$$

Độ biến thiên động lượng của hệ:

$$\Delta \vec{K} = \Delta \vec{K}_1 + \Delta \vec{K}_2 = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \Delta t = \vec{0} .$$

Suy ra: $\vec{K} = \vec{K}_1 + \vec{K}_2 = \text{const} .$

Suy rộng: $K = \sum_{i=1}^n \vec{K}_i = \text{const} .$

Vậy, động lượng của một hệ cô lập được bảo toàn.

Định luật bảo toàn cũng có thể áp dụng đúng khi một hệ không cô lập nhưng hình chiếu của hợp lực tác dụng vào hệ theo một phương nào đó triệt tiêu, thì động lượng theo phương đó cũng được bảo toàn.

- Dùng định luật bảo toàn động lượng để giải thích sự giật lùi của súng sau khi bắn:

Khối lượng của súng là M , khối lượng của đạn là m , súng được đặt nghiêng theo phương ngang một góc α . Trước khi bắn, trọng lượng của súng và đạn đều bị phản lực của mặt đất triệt tiêu. Vậy nếu bỏ qua ma sát thì động lượng của hệ (súng+đạn) phải được bảo toàn.

Động lượng của hệ trước khi bắn: $\vec{K} = 0$.

Sau khi bắn, viên đạn có vận tốc $\vec{V}$, súng có vận tốc $\vec{v}$, động lượng của hệ là:

$$\vec{K}' = m\vec{V} + M\vec{v} .$$

Theo định luật bảo toàn động lượng: $\vec{K}' = \vec{K} = 0$.

$$\text{Vậy: } \vec{v} = -\frac{m}{M} \vec{V} .$$

Chiếu hệ thức vector xuống hai trục Ox, Oy :

$$v_x = -\frac{m}{M} V \cdot \cos \alpha ;$$

$$v_y = -\frac{m}{M} V \cdot \sin \alpha .$$

Vậy, sau khi bắn:

- Súng bị giật lùi theo phương ngang với vận tốc v_x .
- Súng bị lún theo phương thẳng đứng với vận tốc v_y .

