

TRƯỜNG CAO ĐẲNG NGHỀ NAM ĐỊNH
BỘ MÔN KẾ TOÁN DOANH NGHIỆP



GIÁO TRÌNH

Toán kinh tế

Nam Định, tháng 06 năm 2009.

LỜI NÓI ĐẦU

Trong khoảng hơn 50 năm trở lại đây, toán học đã phát triển rất mạnh và đã được áp dụng một cách rộng rãi và sâu sắc vào kinh tế, vào khoa học kỹ thuật và hầu hết các hoạt động của con người. Từ đó làm nảy sinh cả một ngành toán học mới là Toán kinh tế.

Toán kinh tế là một công cụ quan trọng vì nó cung cấp phương pháp luận các phương pháp mô hình hóa, các phương pháp tính tối ưu. Do đó, nó không chỉ là công cụ để tư duy về định tính mà cả về định lượng, giúp giải quyết các vấn đề một cách có hiệu quả.

Việc lập kế hoạch phát triển kinh tế và việc nâng cao hiệu quả của sản xuất xã hội là các vấn đề quan trọng của bất kỳ một quốc gia nào. Để giải quyết tốt các vấn đề đó thì phải không ngừng các phương pháp điều khiển, quản lý và đẩy nhanh tốc độ tiến bộ khoa học kỹ thuật, thực hiện các biện pháp khoa học cơ bản.

Đây là giáo trình dành cho sinh viên ngành kế toán doanh nghiệp được viết theo chương trình khung của bộ lao động thương binh và xã hội, trường cao đẳng nghề Nam Định. Nội dung của giáo trình bao gồm những kết quả cơ bản của toán cao cấp và của lý thuyết tối ưu tuyến tính, đảm bảo cung cấp cho sinh viên những hiểu biết cơ bản về bản chất của lĩnh vực này.

Giáo trình bao gồm các chương :

- 1, Đại số tuyến tính.
- 2, Xác suất của biến cố.
- 3, Quy hoạch tuyến tính.
- 4, Bài toán vận tải.

Mỗi chương đều tập trung trình bày những kiến thức lý thuyết cơ bản và các bài tập phù hợp với năng lực của sinh viên.

Đại số tuyến tính là chương cơ bản, tiền đề để sinh viên có thể tìm hiểu về các chương tiếp theo.

Việc nghiên cứu các hệ thống những hiện tượng ngẫu nhiên để từ đó rút ra những quy luật ngẫu nhiên, đó là mục tiêu của môn xác suất. Trong các ngành thực nghiệm như vật lý, hoá học sinh học, nông, lâm ngư nghiệp, thủy hải sản, giao dục, xã hội học, kinh tế học, ... đều sử dụng tích cực các mô hình xác suất toán học.

Hai chương cuối tập trung trình bày về phương pháp đơn hình, bài toán đối ngẫu, và bài toán vận tải là một trường hợp, dạng đặc biệt của quy hoạch tuyến tính. Để hiểu rõ được hai chương này sinh viên phải nắm vững kiến thức về đại số tuyến tính.

Do hạn chế về thời lượng môn học nên giáo trình không tham vọng là một cuốn giáo trình đầy đủ về lý thuyết, mà chỉ trình bày một cách cơ bản và ngắn gọn, dễ hiểu. Bạn đọc muốn tìm hiểu sâu các vấn đề thì có thể tham khảo một số giáo trình trong phần *sách tham khảo*

Giáo trình được biên soạn lần đầu, trên cơ sở tập hợp những bài giảng, và tham khảo một số giáo trình đang được giảng dạy ở các trường cao đẳng và đại học với mục đích làm tài liệu học tập cho sinh viên nên chắc chắn không tránh

khỏi những thiếu sót. Tác giả rất mong nhận được các ý kiến phê bình phản hồi từ bạn đọc.

Tôi xin bày tỏ lời cảm ơn chân thành tới thầy giáo Nguyễn Ngọc Thiện cùng các thầy cô giáo trong ban thẩm định giáo trình đã giúp tôi hoàn thành cuốn giáo trình này.

Nam Định, tháng 06 — 2009.

Tác giả

Tailieu.vn

CHƯƠNG I : ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

Bài 1: VECTƠ NGUOC CHIỀU

1. Không gian vec tơ.

Định nghĩa

Cho V là tập khác rỗng, các phần tử kí hiệu $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma} \dots$ và K là trường (Q, R, C) .

Giả sử V trang bị hai phép toán

a, Phép cộng : $V.V \rightarrow V$

$$(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \mapsto \vec{\alpha} + \vec{\beta}$$

b, Phép nhân : $K.V \rightarrow V$

$$(\kappa, \vec{\alpha}) \mapsto \kappa \vec{\alpha}$$

Thỏa mãn các điều kiện(hay tiên đề) sau đây:

$$T1 : (\vec{\alpha} + \vec{\beta}) + \vec{\gamma} = \vec{\alpha} + (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) \quad \forall \vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma} \in V$$

$$T2 : \exists \vec{0} \in V : \vec{0} + \vec{\alpha} = \vec{\alpha} + \vec{0} = \vec{\alpha} \quad \forall \vec{\alpha} \in V$$

$$T3 : \forall \vec{\alpha} \in V, \exists \vec{\alpha}' \in V : \vec{\alpha} + \vec{\alpha}' = \vec{\alpha}' + \vec{\alpha} = \vec{0}$$

$$T4 : \vec{\alpha} + \vec{\beta} = \vec{\beta} + \vec{\alpha} \quad \forall \vec{\alpha}, \vec{\beta} \in V$$

$$T5 : (\lambda + \mu)\vec{\alpha} = \lambda\vec{\alpha} + \mu\vec{\alpha} \quad \forall \lambda, \mu \in K, \vec{\alpha} \in V$$

$$T6 : \lambda(\vec{\alpha} + \vec{\beta}) = \lambda\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta} \quad \forall \lambda \in K, \vec{\alpha}, \vec{\beta} \in V$$

$$T7 : \lambda(\mu\vec{\alpha}) = (\lambda\mu)\vec{\alpha} \quad \forall \lambda, \mu \in K, \vec{\alpha} \in V$$

$$T8 : 1.\vec{\alpha} = \vec{\alpha}.1 = \vec{\alpha} \quad \forall \vec{\alpha} \in V$$

Khi đó V cùng hai phép toán cộng và nhân là một không gian vectơ trên trường K , hay gọi là K -không gian vectơ V .

2. Vectơ n chiều .

Định nghĩa

Cho trường $K, n \geq 1$. Xét tích đề các

$K^n = \{ x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \mid x_i \in K, i = 1, 2, \dots, n \}$, với hai phép toán cộng và nhân

$$+, (x_1, x_2, \dots, x_n) + (y_1, y_2, \dots, y_n) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n),$$

$$+, k \cdot (x_1, x_2, \dots, x_n) = (kx_1, kx_2, \dots, kx_n)$$

Thì K^n cùng hai phép toán trên là một không gian vec tơ n chiều trên trường K .

Mỗi vector $\vec{u}(x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$ là một vector n chiều. Các x_i là các toạ độ ($i=1, 2, \dots, n$)

Ví dụ 1: $K=R$ và $n=1$: thì R^1 là không gian vector 1 chiều : hình ảnh là trục số.

$n=2$: thì R^2 là không gian vector 2 chiều : hình ảnh là toàn bộ mặt phẳng.

$n=3$: thì R^3 là không gian vector 3 chiều : hình ảnh là toàn bộ không gian thực 3 chiều .

3. Các phép toán vector .

a, Phép cộng: $(x_1, x_2, \dots, x_n) + (y_1, y_2, \dots, y_n) = (x_1+y_1, x_2+y_2, \dots, x_n+y_n)$,

b, Phép nhân vector với một số : $k \cdot (x_1, x_2, x_n) = (kx_1, kx_2, \dots, kx_n)$

c, tích vô hướng của hai vector :

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \cdot (y_1, y_2, \dots, y_n) = x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n$$

Trong đó $\vec{x}=(x_1, \dots, x_n)$, $\vec{y}=(y_1, \dots, y_n) \in K^n$, $k \in K$

-----o0o-----

Bài 2 : HỆ VECTOR ĐỘC LẬP TUYẾN TÍNH VÀ HỆ VECTOR PHỤ THUỘC TUYẾN TÍNH

1. Hệ vector độc lập tuyến tính.

Định nghĩa

Cho K không gian vector V

a, Một tổ hợp tuyến tính của các vector $\vec{\alpha}_1, \dots, \vec{\alpha}_n \in V$ là một biểu thức dạng:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \vec{\alpha}_i = \lambda_1 \vec{\alpha}_1 + \lambda_2 \vec{\alpha}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\alpha}_n \text{ trong đó } \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n \in K.$$

b, Với $\vec{\alpha} \in V$, nếu $\vec{\alpha} = \lambda_1 \vec{\alpha}_1 + \lambda_2 \vec{\alpha}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\alpha}_n$ thì ta nói vector $\vec{\alpha}$ được biểu diễn tuyến tính được qua hệ vector $(\vec{\alpha}_1, \dots, \vec{\alpha}_n)$ và đẳng thức $\vec{\alpha} = \lambda_1 \vec{\alpha}_1 + \lambda_2 \vec{\alpha}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\alpha}_n$ gọi là một biểu thị tuyến tính của vector $\vec{\alpha}$ qua các vector $\vec{\alpha}_1, \dots, \vec{\alpha}_n$.

c, (định nghĩa hệ vector độc lập tuyến tính và hệ vector phụ thuộc tuyến tính)

* Hệ vector $(\vec{\alpha}_1, \dots, \vec{\alpha}_n)$ được gọi là hệ độc lập tuyến tính nếu hệ thức

$$\lambda_1 \vec{\alpha}_1 + \lambda_2 \vec{\alpha}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\alpha}_n = \vec{0} \text{ chỉ xảy ra khi và chỉ khi } \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_n = 0$$

* Hệ vector $(\vec{\alpha}_1, \dots, \vec{\alpha}_n)$ được gọi là hệ vector phụ thuộc tuyến tính nếu hệ vector đó không độc lập tuyến tính.

2. Ví dụ

Trong không gian vector thực R^2 cho hệ 3 vector :
 $\vec{\alpha}_1 = (2,0), \vec{\alpha}_2 = (0,4), \vec{\alpha}_3 = (4,4)$ thì hệ $(\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2)$ là hệ vector độc lập tuyến tính vì :

$$\lambda_1 \vec{\alpha}_1 + \lambda_2 \vec{\alpha}_2 = \vec{0} \Leftrightarrow (2\lambda_1, 0) + (0, 4\lambda_2) = \vec{0} \Leftrightarrow (2\lambda_1, 4\lambda_2) = (0,0) \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = 0$$

Còn hệ $(\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \vec{\alpha}_3)$ là hệ vector phụ thuộc tuyến tính vì cũng như trên ta biểu diễn được $2\vec{\alpha}_1 + \vec{\alpha}_2 - \vec{\alpha}_3 = \vec{0}$.

3. Một số tính chất.

a, Hệ $(\vec{\alpha}_1, \dots, \vec{\alpha}_n)$ là hệ vector phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi có các vô hướng $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ không đồng thời bằng 0 sao cho : $\lambda_1 \vec{\alpha}_1 + \lambda_2 \vec{\alpha}_2 + \dots + \lambda_n \vec{\alpha}_n = \vec{0}$.

b, Hệ gồm 1 vector $(\vec{\alpha})$ là hệ vector phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi $\vec{\alpha} = \vec{0}$.

c, Với $n > 1$ hệ n vector $(\vec{\alpha}_1, \dots, \vec{\alpha}_n)$ là hệ vector phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi một vector nào đó biểu thị tuyến tính qua các vector còn lại của hệ.

d, Mỗi hệ con của hệ vector độc lập tuyến tính là một hệ vector độc lập tuyến tính.

Ví dụ : Giả sử hệ vector $(\vec{\alpha}_1, \dots, \vec{\alpha}_n)$ độc lập tuyến tính thì hệ vector con $(\vec{\alpha}_1, \dots, \vec{\alpha}_{n-1})$ là độc lập tuyến tính , với $i = 1, 2, \dots, n-1$.

-----o0o-----

Bài 3 : MA TRẬN.

I. ĐỊNH NGHĨA.

Cho K là một trường tùy ý .Một bảng gồm $m.n$ phần tử a_{ij} thuộc trường K có dạng:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \quad (1)$$

được gọi là một ma trận kiểu (m,n) . Mỗi a_{ij} được gọi là một thành phần của ma trận , vectơ dòng

$$(a_{i1} \quad a_{i2} \quad \cdots \quad a_{in})$$

được gọi là dòng thứ i của ma trận .

Vectơ cột:

$$\begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$$

được gọi là cột thứ j của ma trận .

Ta thường kí hiệu các ma trận bằng các chữ cái $A,B,C,..$ Ma trận (1) có thể kí hiệu đơn giản bởi $A=(a_{ij})_{m \times n}$. Ta cũng nói ma trận A có m dòng , n cột.

Khi $m = n$ thì ma trận $A=(a_{ij})_{n \times n}$ được gọi là ma trận vuông cấp n .

Tập hợp các ma trận kiểu (m,n) với các phần tử thuộc trường K được kí hiệu là $Mat(m \times n, K)$.

II. CÁC LOẠI MA TRẬN THƯỜNG GẶP.

1.Ma trận không : Là ma trận mà các phần tử đều bằng không.

$$O = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

2. Ma trận đối :

Ma trận đối của ma trận A là ma trận mà các phần tử của nó là đối của các phần tử tương ứng của ma trận A.

Đối của ma trận A kí hiệu là -A.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \Rightarrow -A = \begin{pmatrix} -a_{11} & \dots & -a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_{m1} & \dots & -a_{mn} \end{pmatrix}.$$

3. Ma trận vuông : Là ma trận có số dòng bằng số cột (m=n)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Chú ý :

+ Các phần tử $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ của ma trận vuông cấp n được gọi là các phần tử chéo . Tổng $a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn}$ gọi là vết của ma trận

+ Từ nay dùng kí hiệu A_i, A_j lần lượt là hàng thứ i và cột thứ j .

4. Ma trận đơn vị.

Là ma trận vuông cấp n có các phần tử trên đường chéo đều bằng 1 còn các phần tử khác đều bằng 0. $I =$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Ma trận chéo : Là ma trận mà các phần tử nằm ngoài đường chéo đều bằng 0

$$A = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \alpha_n \end{pmatrix}$$

6. Ma trận tam giác trên , ma trận tam giác dưới.

- Ma trận vuông mà các phần tử nằm dưới đường chéo đều bằng không thì gọi là ma trận tam giác trên.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

- Ma trận vuông mà các phần tử nằm trên đường chéo đều bằng không thì gọi là ma trận tam giác dưới.

$$B = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

III. CÁC PHÉP TOÁN:

1. Ma trận bằng nhau :

Hai ma trận $A=(a_{ij})_{m \times n}$ và $B=(b_{ij})_{m \times n}$ được gọi là bằng nhau nếu

$$a_{ij} = b_{ij} \text{ với } i = 1, 2, \dots, m. j = 1, 2, \dots, n.$$

Kí hiệu $A = B$

2. Phép cộng ma trận

a. Định nghĩa:

Cho $A=(a_{ij})_{m \times n}$ và $B=(b_{ij})_{m \times n}$ là hai ma trận thuộc $\text{Mat}(m \times n, K)$ và $\lambda \in K$. Ta gọi tổng của hai ma trận A và B là ma trận $C=(c_{ij})_{m \times n}$ xác định bởi :

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, m. j = 1, 2, \dots, n.$$

Kí hiệu $C = A + B$.

b. Các tính chất:

$$A+B = B+A$$

$$A+(B+C) = (A+B)+C$$

3. Tích của ma trận với một số.

a. Định nghĩa:

Ta gọi tích của ma trận A với vô hướng λ là một ma trận $D=(d_{ij})_{m \times n}$ xác định bởi:

$$d_{ij} = \lambda a_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, m. j = 1, 2, \dots, n.$$

b. Các tính chất:

$$\lambda (A+B) = \lambda A + \lambda B$$

$$1.A = A$$

$$(-1).A = -A$$

$$0.A = 0$$

$$\lambda .0 = 0$$

$$\lambda (\beta A) = (\lambda \beta)A$$

4. Tích của hai ma trận .

a. Định nghĩa:

Cho ma trận $A=(a_{ij})_{m \times n}$ thuộc $Mat(m \times n, K)$ và $B=(b_{jk})_{n \times p}$ thuộc $Mat(n \times p, K)$. Ta gọi tích của ma trận A với ma trận B là một ma trận $C=(c_{ik})_{m \times p}$ thuộc $Mat(m \times p, K)$ mà các phần tử được xác định bởi :

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{jk} \quad i = 1..m, k = 1... p,$$

Kí hiệu $C=A.B$

Có thể mô tả cách tìm thành phần c_{ik} của ma trận tích $A.B$ bằng sơ đồ sau:

$$\text{Dòng thứ } i \left(\begin{pmatrix} a_{i1} & a_{i2} & \dots & a_{in} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{k1} \\ b_{k2} \\ \vdots \\ b_{kn} \end{pmatrix} \right) = \left(\begin{pmatrix} \dots & \dots & c_{ik} & \dots & \dots \end{pmatrix} \right) \text{dòng } i$$

Ví dụ

$$a, \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2(-1) + 3.3 + 0.4 & 2.2 + 3.0 + 0.3 \\ 1(-1) + 5.3 + (-1)4 & 1.2 + 5.0 + (-1)3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 10 & -1 \end{pmatrix}$$

$$b, \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & t \\ y & u \\ z & v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ax + by + cz & at + bu + cv \\ dx + ey + fz & dt + eu + fv \\ gx + hy + iz & gt + hu + iv \end{pmatrix}$$

Chú ý :

Điều kiện để có tích $A.B$ là số cột của A bằng số dòng của B .Như vậy có thể có tích $A.B$ nhưng cũng có thể không có tích $B.A$

Trường hợp đặc biệt khi cả A và B đều là ma trận vuông thì có cả tích $A.B$ và $B.A$ nhưng nói chung là $A.B$ khác $B.A$ (không có tính chất giao hoán)