TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP TP. HCM

Biên soạn
TS. Nguyễn Phú Vinh (chủ biên)
ThS. Nguyễn Đình Tùng

GIÁO TRÌNH

LOGIC HỌC VÀ ỨNG DỤNG

DÙNG CHO BẬC ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG

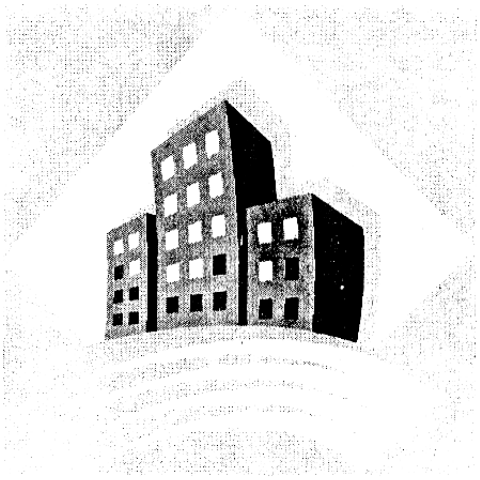
Lưu hành nội bộ - 2010

TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP TP.HCM
TS. NGUYỄN PHÚ VINH
Ths.Nguyễn Đình Tùng

GIÁO TRÌNH

LOGIC HỌC VÀ ỨNG DỤNG

DÙNG CHO BẬC ĐẠI HỌC VÀ CAO ĐẲNG



Lưu hành nội bộ -2010

CHƯƠNG I. PHÁN ĐÓAN VÀ CÁC PHÉP LOGIC

§1. PHÁN ĐÓAN VÀ PHỦ ĐỊNH CỦA PHÁN ĐÓAN.

1.1. Phán đóan và câu.

Phán đóan là một khái niệm cơ bản của logic học. Phán đóan được diễn đạt dưới dạng ngôn ngữ thành một *câu* phản ánh tính *đúng* hay *sai* một thực tế khách quan.

Câu phản ánh thực tế khách quan đúng, được gọi là phán đóan đúng hoặc cũng gọi là phán đóan nhận *giá trị chân lý đúng*.

Câu phản ánh thực tế khách quan sai, được gọi là phán đóan sai hoặc cũng gọi là phán đóan nhận *giá trị chân lý sai.*

Logic học, mà một phán đoán chỉ nhận một trong hai giá trị chân lý như trên, gọi là logic lưỡng trị. Trong giáo trình của chúng ta chỉ xét logic lưỡng trị mà thôi.

Ví dụ về phán đóan đúng:

Dây đồng dẫn điện.
Tác giả của truyện Kiều là Nguyễn Du.
Số 7 là số nguyên tố.

Ví dụ về phán đóan sai:

Paris là thủ đô của nước Anh.
Tác giả của tác phẩm Chinh Phụ ngâm là Bà Huyện Thanh Quan.
Số 12 là số nguyên tố.

Phán đóan được diễn đạt dưới dạng ngôn ngữ thành một *câu*, nhưng không phải câu nào cũng là một phán đóan. Chẳng hạn những câu sau đây.

Bông hoa này đẹp quá!
Phải tập trung trong giờ họp.
Chủ nhật này bạn có đi chơi không?

Những câu cảm thán, mệnh lệnh, câu hỏi thường không diễn đạt một phán đoán. Vì nội dung không chuyển tải được tính đúng hay sai một thực tế. Tuy nhiên những câu hỏi tu từ thì lại diễn đạt một phán đoán.

Ớt nào là ớt chẳng cay" đây là một phán đoán đúng, vì nội dung của nó nói lên tính chất cay của mọi trái ớt.

Thông thường người ta dùng các chữ cái A, B, C,... để ký hiệu một phán đoán. Tính đúng hay sai của phán đoán được ký hiệu là Đ (hoặc 1) hay S (hoặc 0).

Ví dụ:

A=" Tác giả của truyện Kiều là Nguyễn Du" là một phán đoán đúng. Ký hiệu: A=Đ=1.

P=" Tác giả của truyện Quan Âm Thị Kính là Nguyễn Du" là một phán đoán sai. Ký hiệu: P=S=0.

Hai phán đoán được gọi là bằng nhau nếu có cùng giá trị chân lý.

Với định nghĩa này thì hai phán đoán sau là bằng nhau, mặc dù nội dung không liên quan đến nhau. Ta cũng gọi hai phán đoán bằng nhau là hai phán đoán tương đương logic.

A = "Truyện Quan Âm Thị Kính là một truyện thơ xuất hiện trong dân gian, mà hiện nay chưa rõ tác giả" và *B = "2+2=4"*. Chúng bằng nhau vì cả hai đều phản ánh một thực tế khách quan đúng. Ta cũng viết *A=B*.

Chúng ta chỉ chú ý đến những phán đoán có cùng nội dung và tương đương logic với nhau.

1.2. Liên từ logic của một phán đoán:

Từ *không*, từ *và*, từ *hay (hoặc)*, *nếu ... thì ...*, v.v... được gọi là các liên từ logic của một phán đoán.

Phán đoán không có các liên từ logic được gọi là phán đoán đơn. Phán đoán có các liên từ logic được gọi là phán đoán phức.

Chẳng hạn phán đoán: *"số 2 là số nguyên tố"* là một phán đoán đơn. Phán đoán *"số 2 là số nguyên tố và là số chẵn"* là phán đoán phức.

1.3. Phủ định một phán đoán.

Cho phán đóạn P. Phủ định của phán đóan P là một phán đóan, ký hiệu $\sim P$, có nội dung và giá trị chân lý ngược lại với P.

Ví dụ:

P = " Tác giả của truyện Quan Âm Thị Kính là Nguyễn Du" (S). Phủ định của P là $\sim P$ =" *Không phải tác giả của truyện Quan Âm Thị Kính là Nguyễn Du" (Đ).*

Q=" 3+4=7" (Đ). Phủ định của phán đóan Q là phán đóan $\sim Q = "3+4 \neq 7"$ (S).

Giá trị chân lý của P và $\sim P$ được cho trong bảng sau:

P	$\sim P$
Đ	S
S	Đ

Phủ định của phán đóan P có thể diễn đạt nhiều cách khác nhau. Chẳng hạn phán đóan P ở trên có những cách phủ định như sau:

$\sim P$ = "Tác giả của truyện Quan Âm Thị Kính không phải là Nguyễn Du".

$\sim P$ = "Nói rằng tác giả của truyện Quan Âm Thị Kính là Nguyễn Du là sai".

Bây giờ chúng ta thử xét phán đóan phủ định của phán đóan $\sim P$ ở trên. Khi đó $\sim(\sim P)$ sẽ là: "Nói rằng tác giả của truyện Quan Âm Thị Kính không phải là Nguyễn Du là nói sai". Điều này cũng có nghĩa "Tác giả của truyện Quan Âm Thị Kính là Nguyễn Du" = P.

Q = " 3+4=7" hay là: " 3 cộng 4 bằng 7". $\sim Q = "3+4 \neq 7"$ = " 3 cộng 4 không bằng 7". Phủ định của phán đóan " 3 cộng 4 không bằng 7" là: $\sim(\sim Q)$ ="Không thể 3 cộng 4 không bằng 7". Không thể 3 cộng 4 không bằng 7, tức là 3 cộng 4 bằng 7.

Tóm lại, qua hai ví dụ trên ta có $\sim(\sim P) = P$. Điều này không chỉ đúng cho hai ví dụ trên mà đúng cho mọi phán đóan. Thật vậy chúng ta có thể thấy kết qủa này trong bảng giá trị chân lý sau:

P	$\sim P$	$\sim(\sim P)$
Đ	S	Đ
S	Đ	S

Vậy, $\sim(\sim P) = P$ (*không phải không P bằng P*).

Trong ngôn ngữ hằng ngày *P* và *không phải không P* thường được dùng trong những tình huống khác nhau và có thể có ý nghĩa khác nhau. *P* thường ở dạng khẳng định, *không phải không P* thường chúng ta muốn, một mặt khẳng định P, một mặt muốn bác bỏ một ý kiến nào đó không chấp nhận P. Chẳng hạn:

Chúng tôi yêu hòa bình. Điều này có nghĩa là ta khẳng định chân lý "Chúng tôi yêu hòa bình". Còn như nói: "Không phải chúng tôi không yêu hòa bình" là ta muốn bác bỏ một ý kiến nào đó nói rằng *chúng ta không yêu hòa bình.* Một mặt muốn khẳng định *chúng ta yêu hòa bình.*

Trong logic mà một phán đoán chỉ nhận một trong hai giá trị chân lý như trên (gọi là logic lưỡng trị) ta coi hai câu này là một.

§2. HỘI VÀ TUYỂN CỦA CÁC PHÁN ĐOÁN.

2.1. Phép hội.

2.1.1. Phép hội và liên từ logic "và":

Hội của hai phán đoán *P; Q* là phán đoán *"P và Q"* có giá trị chân lý cho ở bảng sau:

P	Q	P và Q
Đ	Đ	Đ
Đ	S	S
S	Đ	S
S	S	S

Ký hiệu *" P và Q"* là $P \wedge Q$ hoặc *PQ*.

Ví dụ: Cho hai phán đoán sau: P = "Tác giả của truyện Kiều là Nguyễn Du" (Đ); Q = "Tác giả của *Bình Ngô Đại Cáo* là Nguyễn Trãi" (Đ). Khi đó phán đoán hội là:

$P \wedge Q$ = "Tác giả của *Truyện Kiều* là Nguyễn Du *và* tác giả của *Bình Ngô Đại Cáo* là Nguyễn Trãi". Ta thấy phán đóan này đúng, vì P; Q đều đúng.

Xét hai phán đoán: A = "3<5" (Đ); B = "3>7" (S). Khi đó phán đoán hội là $A \wedge B$ = "3 nhỏ hơn 5 và lớn hơn 7". Ta thấy phán đoán này sai, vì A đúng còn B sai.

Như vậy khi thành lập phán đóan hội chúng ta chỉ việc nối từ *và* vào giữa hai phán đóan. Tuy nhiên ta có thể lược bỏ bớt một số từ trùng lặp.

"Tác giả của Truyện Kiều là Nguyễn Du *và* tác giả của *Bình Ngô Đại Cáo* là Nguyễn Trãi" = " Tác giả của Truyện Kiều là Nguyễn Du *và* của *Bình Ngô Đại Cáo* là Nguyễn Trãi".

2.1.2. Những liên từ khác có ý nghĩa của phép hội.

Trong ngôn ngữ tự nhiên phép hội được diễn đạt bởi một số từ như: *đồng thời, nhưng, mà, song, vẫn, cũng, còn...* thậm chí chỉ bằng *dấu phẩy.*

Tác giả của truyện Kiều là Nguyễn Du *còn* của *Bình Ngô Đại Cáo* là Nguyễn Trãi.

Tác phẩm này qúa dài *nhưng* rất hay (Tác phẩm này qúa dài và tác phẩm này rất hay).

" Áo chàng đỏ tựa ráng pha,
Ngựa chàng sắc trắng như là tuyết in"
(Chinh phụ ngâm)

(Áo chàng đỏ tựa ráng pha và ngựa chàng sắc trắng như là tuyết in).

" Vừa tài sắc lại nết na
Đồng thời hiếu với mẹ, cha sinh thành"
(Truyện Quan Âm Thị Kính).

2.2. Phép tuyển.

2.2.1. Phép tuyển và liên từ logic "hay":

Tuyển của hai phán đóan *P; Q* là phán đóan *"P hay Q"* có giá trị chân lý cho ở bảng sau:

P	*Q*	*P hay Q*
Đ	Đ	Đ
Đ	S	Đ
S	Đ	Đ
S	S	S

Ký hiệu " *P hay Q*" là $P \vee Q$.

Ví dụ:

Cho hai phán đóan sau: P = "Hôm nay là ngày Chủ nhật"; Q = "Hôm nay là ngày lễ". Khi đó phán đóan tuyển là:

$P \vee Q$ =" Hôm nay là ngày Chủ nhật hay hôm nay là ngày lễ".

Phán đóan này là đúng nếu có ít nhất một phán đóan P hoặc Q đúng. Tức là "Hôm nay là ngày Chủ nhật" là đúng, hoặc "Hôm nay là ngày lễ" là đúng, hoặc cả hai đều đúng. Phán đóan này là sai nếu cả hai phán đóan P và Q đều sai.

2.2.2. Những liên từ khác có ý nghĩa của phép tuyển trong ngôn ngữ tự nhiên.

Trong ngôn ngữ tự nhiên phép tuyển được diễn đạt bởi một số từ như: *hay, hay là, hoặc...* cũng có thể là *dấu phẩy*. Một số ví dụ minh họa cho điều này.

"Hôm nay là ngày Chủ nhật *hoặc* hôm nay là ngày lễ".

"Phương trình $x^2 - 4x + 3 = 0$ có nghiệm $x = 1$ *hay* $x = 3$".

"Trong chuyến đi tham quan dài ngày tới đây chúng ta có thể đến những nơi sau: Vũng Tàu, Đà Lạt, Phan Thiết".

Từ *hay*, hoặc *hay là* ở trong ngôn ngữ tự nhiên thông thường ở dạng câu hỏi.

" Khúc đâu đầm ấm dương hòa,
Ấy là Hồ Điệp, *hay là* Trang Sinh?
Khúc đâu êm ái xuân tình
Ấy hồn Thục Đế, *hay* mình Đỗ Quyên? "

(Truyện Kiều, Nguyễn Du)

2.2.3. Phép tuyển chặt và liên từ logic "hoặc...hoặc":

Trong ngôn ngữ tự nhiên hằng ngày chúng ta vẫn thường gặp những câu như: " Hoặc con cưới cô ấy, hoặc con đi tu", " Hoặc con nghe lời mẹ, hoặc con đi ra khỏi nhà". Những câu như vậy người nghe thường hiểu là chọn một trong hai ý đặt ra ở nội dung của câu.

Trong logic học ta có phép tuyển chặt được định nghĩa như sau:

Tuyển chặt của hai phán đóan $P; Q$ là phán đóan *"hoặc P hoặc Q"* có giá trị chân lý cho ở bảng sau:

P	Q	*hoặc P hoặc Q*
Đ	Đ	S
Đ	S	Đ
S	Đ	Đ
S	S	S

Ký hiệu *"hoặc P hoặc Q"* là $P+Q$.

Nếu ta ký hiệu P = "Con cưới cô ấy"; Q = "Con đi tu". Khi đó $P+Q$ = " Hoặc con cưới cô ấy, hoặc con đi tu". Phán đóan này mà đúng thì con cưới cô ấy và con không đi tu, hoặc con không cưới cô ấy và con đi tu. Phán đóan này mà sai thì con vừa cưới cô ấy và con vừa đi tu, hoặc con không cưới cô ấy mà con cũng không đi tu.

Từ điều phân tích ở trên ta có ngay

$$P+Q=(P\wedge\sim Q)\vee(\sim P\wedge Q).$$

Thật vậy, kết qủa này sẽ thấy trong bảng giá trị chân lý sau:

P	Q	$\sim P$	$\sim Q$	$P\wedge(\sim Q)$	$(\sim P)\wedge Q$	$P+Q$	$P\wedge(\sim Q)\vee(\sim P)\wedge Q$
Đ	Đ	S	S	S	S	S	S
Đ	S	S	Đ	Đ	S	Đ	Đ
S	Đ	Đ	S	S	Đ	Đ	Đ
S	S	Đ	Đ	S	S	S	S

Phép tuyển mà chúng ta vừa nói ở mục 2.2.3 là tuyển chặt, khác với phép tuyển nói ở mục 2.2.1. Chúng ta cũng có thể gọi phép tuyển ở mục 2.2.1 là tuyển không chặt hay chỉ tuyển. Liên từ logic của phép tuyển chặt hoặc phép

tuyển không chặt trong một đoạn văn nhiều khi chỉ là " *hay, hoặc,...* ", nhưng người đọc (nghe) vẫn phân biệt được. Chẳng hạn:

"Tỷ lệ học sinh đậu tốt nghiệp phổ thông trung học năm 2008 là 76% hay $^{(1)}$ *78%, muốn biết rõ có thể tìm trong báo tuổi trẻ hay* $^{(2)}$ *báo thanh niên."*

Rõ ràng ở đây, (1) tuyển chặt, (2) tuyển không chặt.

Phép tuyển chặt cũng được thể hiện bằng một dấu phẩy. Đoạn thơ sau đây trong truyện *Quan Âm Thị Kính* là một ví dụ:

" Nếu con thiệt có chuyện này,
Lòng trần rửa sạch, từ này xin chừa,$^{(*)}$
Nếu không mà phải tiếng ngờ,
Cũng nên gắng gượng làm ngơ kẻo buồn."

Dấu phẩy ở ví trí dấu (*) có ý nghĩa của phép tuyển chặt của hai phán đóan.

§3. TÍNH CHẤT CỦA PHÉP HỘI VÀ PHÉP TUYỂN.

3.1. Tính giao hóan.

Trong ngôn ngữ tự nhiên nếu chúng ta nói " Bạn An học Văn và bạn An học Tóan" thì cũng có thể nói " Bạn An học Tóan và bạn An học Văn". Nếu nói "Hôm nay là ngày Chủ nhật hoặc là ngày lễ " thì cũng có thể nói "Hôm nay là ngày lễ hoặc là ngày Chủ nhật".

Tổng quát, phép hội và phép tuyển đều có tính giao hóan. Nghĩa là ta có các công thức sau:

$$P \vee Q = Q \vee P.$$
$$P \wedge Q = Q \wedge P.$$
$$P + Q = Q + P.$$

Trong logic học thì các công thức trên đúng cho mọi phán đóan. Để chứng minh các công thức này chúng ta chỉ cần lập bảng giá trị chân lý.

Trong ngôn ngữ tự nhiên hằng ngày $P \wedge Q$ và $Q \wedge P$ có khi nội dung khác nhau. Chẳng hạn hai câu sau: