

PHẦN II

ĐỘNG HỌC

CHƯƠNG 5

CHUYỂN ĐỘNG CỦA ĐIỂM

Yêu cầu : * Nắm vững các đại lượng đặc trưng cho chuyển động của điểm, vai trò và ý nghĩa của chúng.

* Phân biệt các phương pháp khảo sát chuyển động, nắm vững biểu thức tổng quát của các yếu tố chuyển động và cách xác định trong từng phương pháp.

5.1. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp véc tơ

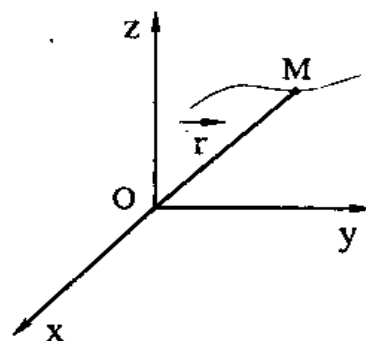
5.1.1. Phương trình chuyển động của điểm

Xét điểm M chuyển động trong hệ tọa độ Đề các Oxyz (Hình 5-1). Vị trí của nó được xác định bởi véc tơ định vị $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$. Khi M chuyển động thì $\vec{r}$ thay đổi theo thời gian.

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (5-1)$$

(5-1) là phương trình chuyển động của điểm M viết dưới dạng véc tơ, đồng thời nó cũng là phương trình quỹ đạo của M trong hệ tọa độ Đề các Oxyz viết dưới dạng tham số.

Quỹ tích các điểm ngọn của véc tơ định vị $\vec{r}$ trong hệ tọa độ Oxyz chính là quỹ đạo của M. Nếu quỹ đạo thẳng, chúng ta có chuyển động thẳng. Nếu quỹ đạo cong, chúng ta có chuyển động cong.

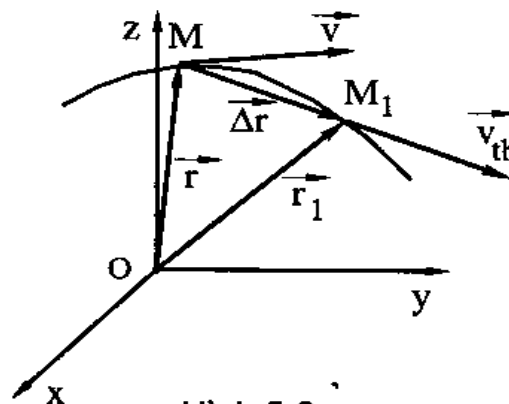


Hình 5-1

5.1.2. Vận tốc của động điểm

Véc tơ vận tốc của điểm là đại lượng đặc trưng cho sự biến đổi của véc tơ định vị $\vec{r}$ theo thời gian. Do vậy để xác định véc tơ vận tốc ta cần khảo sát sự thay đổi của $\vec{r}$ ở lân cận ở thời điểm t nào đó.

Giả sử ở thời điểm t, động điểm ở vị trí M được định vị bởi véc tơ $\vec{r}$. Tại thời điểm $t_1 = t + \Delta t$, động điểm ở vị trí M₁, được định vị bởi véc tơ $\vec{r}_1$. Như vậy, trong khoảng thời gian Δt , động điểm



Hình 5-2

di chuyển được một cung MM_1 (Hình 5-2) : $\Delta \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r} = \overline{MM_1}$

Véc tơ vận tốc trung bình $\vec{v}_{tb} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ mô tả gần đúng hướng và vận tốc chuyển động của động điểm tại thời điểm t . Nếu Δt càng nhỏ thì độ chính xác của vận tốc càng cao.

Vận tốc tức thời của động điểm M tại thời điểm t là một véc tơ :

$$\vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{v}_{tb} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} \quad (5-2)$$

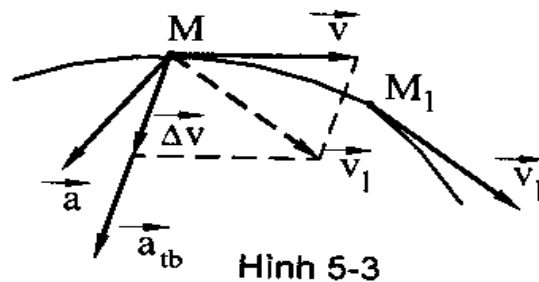
Vì $\vec{v}_{tb}$ nằm trên cát tuyến MM_1 nên khi $\Delta t \rightarrow 0$, vận tốc $\vec{v}$ phải nằm trên tiếp tuyến với quỹ đạo của động điểm tại vị trí đang xét và hướng theo chiều chuyển động của nó. Đơn vị đo cơ bản của vận tốc là m/s (1/s).

5.1.3. Gia tốc của động điểm

Gia tốc của điểm là một đại lượng véc tơ đặc trưng cho sự thay đổi về trị số và chiều của vận tốc của điểm theo thời gian.

Véc tơ gia tốc trung bình của điểm

trong khoảng thời gian Δt : $\vec{a}_{tb} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$



Hình 5-3

Như vậy véc tơ gia tốc trung bình có chiều của véc tơ $\Delta \vec{v}$, nghĩa là cùng hướng về phía lõm của quỹ đạo (Hình 5-3).

Gia tốc tức thời của điểm ở thời điểm t là đại lượng véc tơ $\vec{a}$, bằng giới

hạn của gia tốc trung bình $\vec{a}_{tb}$ khi Δt tiến tới không : $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

hay $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} \quad (5-3)$

5.2. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp tọa độ Đề các

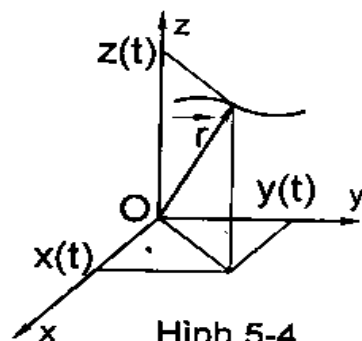
5.2.1. Phương trình chuyển động của điểm

Trong tọa độ Đề các (Hình 5-4) vị trí của M được xác định bởi ba tọa độ (x, y, z) . Khi M chuyển động, các tọa độ này thay đổi theo thời gian :

$$x = x(t) ; y = y(t) ; z = z(t) \quad (5-4)$$

(5-4) chính là các phương trình chuyển động của điểm dạng tọa độ Đề các.

Từ các phương trình chuyển động, khử t ta được phương trình quỹ đạo của điểm.



Hình 5-4

5.2.2 Vận tốc chuyển động

$$v_x = \dot{x}(t); \quad v_y = \dot{y}(t); \quad v_z = \dot{z}(t) \quad (5-5)$$

Từ đó, xác định được trị số của vận tốc v và cosin chỉ phương của $\vec{v}$:

$$\begin{cases} v = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \\ \cos(\vec{v}, O_x) = \frac{v_x}{v}; \quad \cos(\vec{v}, O_y) = \frac{v_y}{v}; \quad \cos(\vec{v}, O_z) = \frac{v_z}{v} \end{cases} \quad (5-6)$$

5.2.3 Gia tốc chuyển động

Gọi a_x, a_y, a_z là các hình chiếu của $\vec{a}$ trên các trục tọa độ $Ox; Oy; Oz$ tương ứng, ta có:

$$a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}(t); \quad a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}(t); \quad a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}(t) \quad (5-7)$$

$$a = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} \quad (5-8)$$

$$\cos(\vec{a}, O_x) = \frac{a_x}{a}; \quad \cos(\vec{a}, O_y) = \frac{a_y}{a}; \quad \cos(\vec{a}, O_z) = \frac{a_z}{a} \quad (5-9)$$

5.2.4. Tính chất chuyển động :

$$\vec{v} \cdot \vec{a} = \dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z} \quad \begin{cases} > 0 \text{ điểm chuyển động nhanh dần} \\ < 0 \text{ điểm chuyển động chậm dần} \end{cases}$$

Ví dụ 5-1 : Chuyển động của điểm cho bởi các phương trình:

$$x = 8t - 4t^2 \quad (a)$$

$$y = 6t - 3t^2 \quad (b)$$

trong đó x, y tính bằng m ; t tính bằng s.

Xác định quỹ đạo, vận tốc, gia tốc của điểm. Xét tính chất của chuyển động.

Giải:

1. Xác định quỹ đạo:

Khử t khỏi phương trình chuyển động. Muốn vậy chúng ta nhân 2 vế của phương trình (a) với 3, phương trình (b) với 4 rồi trừ vế với vế, chúng ta có : $3x - 4y = 0$ hay $y = \frac{3}{4}x$

Như vậy, quỹ đạo của chuyển động là một đường thẳng, hợp với trục Ox một góc α với $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ (Hình 5-5)

2. Xác định vận tốc, gia tốc.

$$v_x = \dot{x} = 8(1 - t)$$

a. Vận tốc: $v_y = \dot{y} = 6(1 - t)$

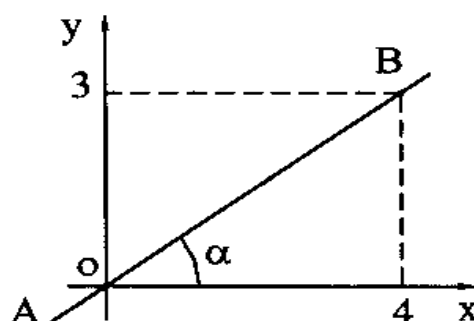
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 10(1 - t) \text{ m/s}$$

b. Gia tốc: $a_x = \ddot{x} = -8\text{m/s}^2$
 $a_y = \ddot{y} = -6\text{m/s}^2$
 $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 10\text{m/s}^2$

3. Tính chất của chuyển động: Xét tích vô hướng $\vec{v} \cdot \vec{a}$.

$$\begin{aligned}\vec{v} \cdot \vec{a} &= v_x \cdot a_x + v_y \cdot a_y = 8(1-t) \cdot (-8) + 6(1-t) \cdot (-6) \\ &= (-64 - 36)(1-t) = -100(1-t)\end{aligned}$$

Hình 5-5



- + Khi $t = 0$: $x = 0$; $y = 0$; $v_0 = 10\text{m/s}$, động điểm ở gốc tọa độ 0.
- + Khi $0 < t < 1\text{s}$: $\vec{v} \cdot \vec{a} < 0$: Điểm chuyển động chậm dần ($\vec{v}$ và $\vec{a}$ ngược chiều). Gia tốc của điểm: $a_x = -8\text{m/s}^2$; $a_y = -6\text{m/s}^2$;
 $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 10\text{m/s}^2$
- + Khi $t = 1\text{s}$: Điểm có tọa độ: $x = 4$; $y = 3$; động điểm ở điểm B, $v = 0$
- + Khi $1\text{s} < t < 2\text{s}$: $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$: Điểm chuyển động nhanh dần ($\vec{v}$ và $\vec{a}$ cùng chiều). Động điểm di chuyển theo chiều từ B về gốc tọa độ 0. Gia tốc của điểm $a = 10\text{m/s}^2$.
- + Khi $t = 2\text{s}$: $x = 0$; $y = 0$, $v = 10\text{m/s}$. Điểm qua điểm 0.
- + Khi $t > 2\text{s}$: $\vec{v} \cdot \vec{a} > 0$: Điểm chuyển động nhanh dần về ở góc phần tư thứ tư của hệ tọa độ Oxy, xa dần điểm 0 (dọc theo OA). Gia tốc của điểm $a = 10\text{m/s}^2$.

5.3. Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp tọa độ tự nhiên

Khi biết quỹ đạo của điểm ta dùng phương pháp này.

5.3.1. Phương trình chuyển động của điểm

Trên quỹ đạo chuyển động của điểm (Hình 5-6), ta chọn một điểm O nào đó là gốc. Định chiều dương của quỹ đạo. Để thuận tiện, người ta thường chọn chiều dương là chiều chuyển động của điểm. Khi đó, vị trí

của điểm được xác định bởi thông số s bằng cung OM . Khi M chuyển động thông số định vị s sẽ thay đổi theo thời gian t :

$$\bar{s} = \bar{s}(t) \quad (5-11)$$

Đó chính là phương trình chuyển động của điểm dạng tọa độ tự nhiên.

5.3.2. Vận tốc của điểm

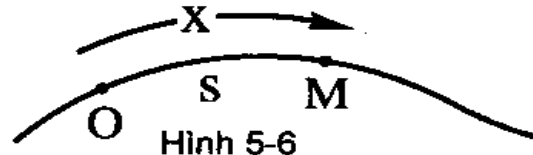
Chúng ta lập hệ trục tọa độ tự nhiên có gốc tại vị trí M . Có trục tiếp tuyến MT với các véc tơ đơn vị $\vec{\tau}$ thuận theo hướng dương của quỹ đạo, trục pháp tuyến chính MN nằm trong mặt phẳng mặt tiếp, vuông góc với trục tiếp tuyến có véc tơ đơn vị $\vec{n}$ hướng vào bề lõm quỹ đạo.

Trục trùng pháp tuyến MB vuông góc với hai trục trên có véc tơ đơn vị $\vec{b}$ sao cho $M_{\vec{\tau}\vec{n}\vec{b}}$ là tam diện thuận

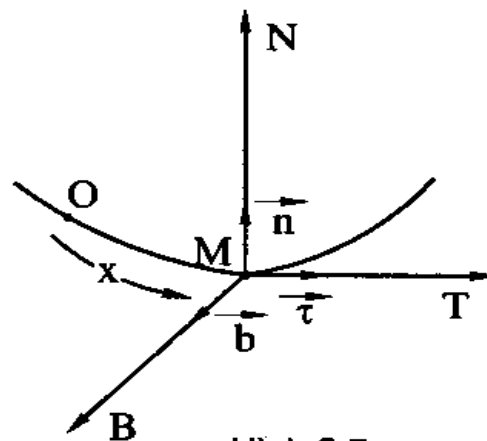
(Hình 5-7). Vì $\vec{v}$ nằm trên trục MT nên nó có thể biểu diễn qua hình chiếu v_τ như sau:

$$\vec{v} = v_\tau \cdot \vec{\tau} \quad (5-12)$$

$$v_\tau = \dot{s}(t) \quad (5-13)$$



Hình 5-6



Hình 5-7

5.3.3. Gia tốc của điểm

Biểu diễn gia tốc theo ba hình chiếu của nó trên ba trục tọa độ tự nhiên chúng ta có:

$$\vec{a} = a_\tau \cdot \vec{\tau} + a_n \cdot \vec{n} + a_b \cdot \vec{b}$$

trong đó $a_b = 0$

gia tốc tiếp tuyến: $a_\tau = \dot{v}_\tau = \ddot{s} \quad (5-14)$

gia tốc pháp tuyến: $a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{\dot{s}^2}{\rho} \quad (5-15)$

trị số gia tốc: $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \quad (5-16)$

Tóm lại, gia tốc của điểm chỉ gồm hai thành phần tiếp và pháp tuyến, và

vì $a_n = \frac{v^2}{\rho}$ luôn dương nên $\vec{a}$ luôn hướng vào bề lõm của quỹ đạo.

5.3.4. Ý nghĩa của các thành phần gia tốc

- a. $a_n = \frac{v^2}{\rho} = 0$ thì $\rho = \infty$ tức là điểm chuyển động thẳng.
- b. $a_n \neq 0$ điểm chuyển động cong. Vậy a_n biểu thị sự đổi hướng của vận tốc.
- c. $a_t = \dot{v}_t = 0$ thì $v_t = \text{const}$, điểm chuyển động đều.
- d. $a_t \neq 0$ thì v_t biến đổi, điểm chuyển động không đều. Vậy a_t biểu thị sự thay đổi trị số của vận tốc.

5.3.5. Tính chất của chuyển động

$\vec{v} \cdot \vec{a}_t > 0$: điểm chuyển động nhanh dần ($\vec{v}$ và $\vec{a}_t$ cùng chiều)

$\vec{v} \cdot \vec{a}_t < 0$: điểm chuyển động chậm dần ($\vec{v}$ và $\vec{a}_t$ ngược chiều)

5.3.6. Các dạng chuyển động đặc biệt

a) Chuyển động đều :

$$v = \text{const} \text{ suy ra : } a_t = 0 ; s = vt \quad (5-12)$$

b) Chuyển động biến đổi đều : $a_t = \text{const}$ suy ra :

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 \pm a_t t \\ s &= s_0 + v_0 t \pm \frac{a_t}{2} t^2 \end{aligned} \right\} \quad (5-13)$$

Dấu + : ứng với chuyển động nhanh dần đều;

dấu - : chuyển động chậm dần đều.

Ví dụ 5-2:

Trong thời gian mở máy, một điểm trên vành vô lăng có chuyển động theo quy luật $s = 0,1t^3$ (s tính bằng m; t tính bằng giây). Xác định gia tốc và tính chất chuyển động của điểm ở thời điểm khảo sát, biết rằng lúc đó vận tốc bằng 30m/s. Bán kính vô lăng là 2m.

Giải :

1. Vận tốc và gia tốc :

$$v = |\dot{s}| = 0,3t^2 ; \text{ khi } v = 30\text{m/s} \text{ thì } t = \sqrt{\frac{v}{0,3}} = 10\text{s}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{30^2}{2} = 450\text{m/s}^2 ; a_t = |\ddot{s}| = 0,6t = 0,6 \cdot 10 = 6\text{m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{450^2 + 6^2} = 150,04\text{m/s}^2$$

2. Tính chất chuyển động :

Khi $t = 10\text{s}$ thì $\vec{v} \cdot \vec{a}_t > 0$ do đó điểm chuyển động nhanh dần.

5.4. Bài tập chương 5

5.1. Một xe chuyển động trên đường tròn bán kính $R = 400\text{m}$ với vận tốc ban đầu $v_0 = 18\text{km/h}$. Xe bắt đầu chuyển động nhanh dần đều và một phút sau xe đạt được vận tốc 72km/h . Tìm các gia tốc tiếp, gia tốc pháp, gia tốc toàn phần của xe và đoạn đường mà xe đi được sau 20 giây kể từ lúc bắt đầu chuyển động.

ĐS: $a_t = 0,25\text{m/s}^2$; $a_n = 0,25\text{m/s}^2$; $a = 0,25\sqrt{2}\text{ m/s}^2$; $S = 150\text{m}$.

5.2. Đầu búa máy rơi từ độ cao $h = 2,5\text{m}$, thời gian để búa đi lên gấp đôi thời gian rơi xuống. Tìm số lần đập của búa trong 1 phút. Cho búa rơi tự do với $g = 9,81\text{m/s}^2$.

ĐS: 28 lần

5.3. Một đầu búa đập vào cọc, sau đó chuyển động cùng với cọc trong thời gian 0,02 giây mới dừng hẳn ; cọc đã nhún sâu xuống đất được 6cm. Hãy xác định vận tốc ban đầu của cọc, coi rằng nó chuyển động chậm dần đều.

ĐS: $V_0 = 6\text{m/s}$

5.4. Một bánh đà bắt đầu rời khỏi vị trí yên tĩnh quay với gia tốc góc không đổi. Qua 10 phút đầu sau khi bắt đầu chuyển động nó có vận tốc góc bằng 120 vg/ph . Hỏi bánh đà đó quay được bao nhiêu vòng trong 10 phút đó ?

ĐS: $N = 600\text{ vòng}$

CHƯƠNG 6

CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN

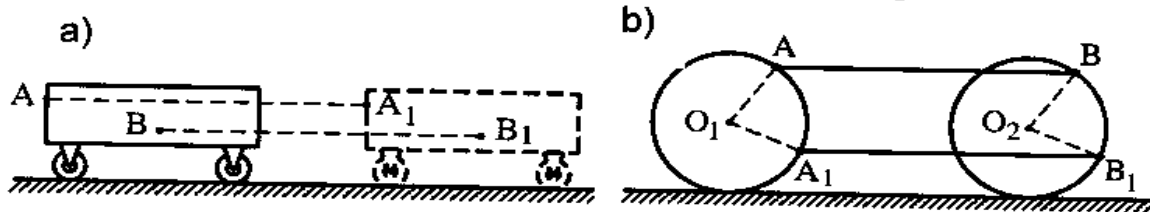
Yêu cầu :

- * Thấy được tịnh tiến và quay là những chuyển động cơ bản. Nắm chắc định nghĩa và tính chất để nhận biết được các chuyển động đó trong thực hành.
- * Nắm vững tính chất của chuyển động tịnh tiến.
- * Nắm vững các yếu tố đặc trưng cho chuyển động quay, ý nghĩa và cách xác định chúng. Cách xác định vận tốc và gia tốc của điểm thuộc vật quay.
- * Giải thành thạo các bài toán tìm các yếu tố chuyển động của vật quay và của điểm trên vật trong các bài toán cơ cấu truyền động đơn giản.

6.1. Chuyển động tịnh tiến của vật rắn

6.1.1. Định nghĩa

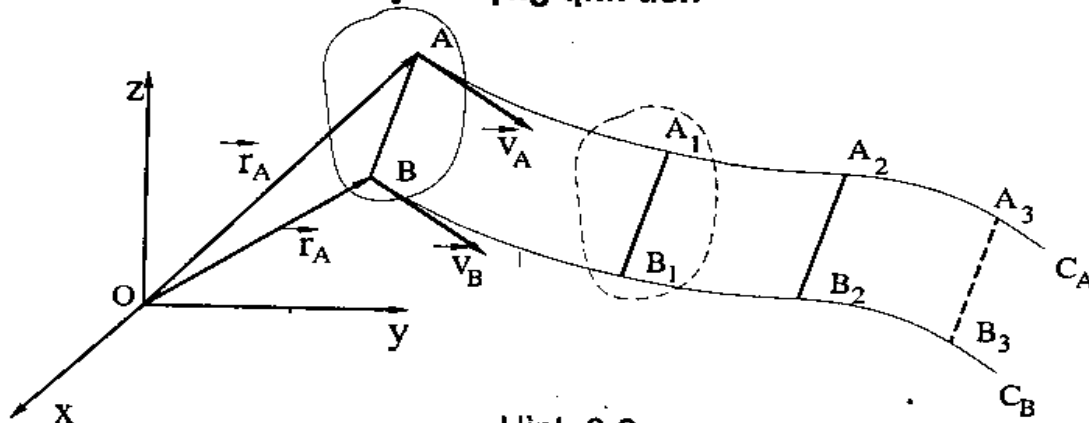
Chuyển động tịnh tiến của vật rắn là chuyển động sao cho một đoạn thẳng bất kỳ thuộc vật luôn luôn chuyển động song song với chính nó.



Hình 6-1

Chuyển động của xe dao trên máng trượt, xe chạy trên đoạn đường thẳng, vật nặng nâng lên hay hạ xuống theo phương thẳng đứng bằng cần trục v.v... là chuyển động tịnh tiến thẳng. (Hình 6-1a). Thanh truyền AB thực hiện chuyển động tịnh tiến cong (Hình 6-1b).

6.1.2. Tính chất của chuyển động tịnh tiến



Hình 6-2

Định lý : Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến mọi điểm thuộc vật đều vẽ nên những quỹ đạo đồng nhất và ở mỗi thời điểm chúng có vận tốc và gia tốc như nhau.

Từ định lý trên ta thấy rằng khảo sát một vật tịnh tiến chỉ cần khảo sát một điểm bất kỳ của nó (mọi điểm khác có chuyển động đồng nhất).

Vấn đề và phương pháp khảo sát chuyển động của điểm đã trình bày ở chương 5.

6.2. Chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định

6.2.1. Chuyển động của vật

a) Phương trình chuyển động của vật

Vị trí của vật được xác định bởi góc φ được tính bằng rad là góc giữa mặt phẳng P cố định và mặt phẳng Q gắn liền với vật quay (hai mặt phẳng này đều chứa trục quay) với chiều quay dương được định trước. Khi vật quay góc φ thay đổi theo thời gian nên φ là một hàm số theo thời gian (Hình 6-3)

$$\varphi = f(t) \quad (6-1)$$

(6-1) là phương trình chuyển động của vật quay.

Đơn vị của góc quay thường được tính bằng radian, ký hiệu rad.

Góc 2π rad còn được qui định gọi là vòng ký hiệu vg, vì thế góc quay còn được tính theo số vòng quay N và góc quay φ tính theo rad tương ứng với số vòng quay N là : $\varphi = 2\pi N$

Để biểu diễn chiều quay của vật người ta quy ước :

$\varphi > 0$ nếu từ (P) đến (Q) vật quay ngược chiều kim đồng hồ, ngược lại là $\varphi < 0$

b) Vận tốc góc

Để biểu thị tốc độ quay và chiều quay của vật ta đưa ra khái niệm vận tốc góc ω :

$$\overline{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\varphi}(t) \quad (6-2)$$

$\overline{\omega} > 0$: vật quay theo chiều dương

$\overline{\omega} < 0$: vật quay theo chiều âm

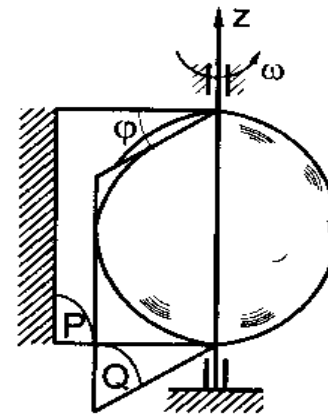
Đơn vị của ω là rad/s, trong kỹ thuật còn dùng đơn vị đo vòng/phút, khi

đổi ra đơn vị rad/s, chúng ta có : $\omega = \frac{n\pi}{30} \text{ rad/s} \quad (6-3)$

trong đó n là số vòng quay trong một phút.

c) Gia tốc góc

Gọi đại lượng $\overline{\epsilon}$ biểu thị cho sự thay đổi của $\overline{\omega}$ theo thời gian là gia tốc góc của vật.



Hình 6-2

$$\varepsilon = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \dot{\bar{\omega}} = \ddot{\varphi} \quad (3-4)$$

Đơn vị đo của gia tốc góc ε là rad/s^2 ($1/\text{s}^2$)

d) Tính chất chuyển động

$\bar{\omega} \cdot \varepsilon > 0$: vật quay nhanh dần

$\bar{\omega} \cdot \varepsilon < 0$: vật quay chậm dần

e) Các chuyển động quay đặc biệt :

a. Quay đều : $\omega = \text{const}$ thì $\varepsilon = 0$; $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ (3-5)

Trong đó φ_0 là góc quay ban đầu của vật.

b. Quay biến đổi đều :

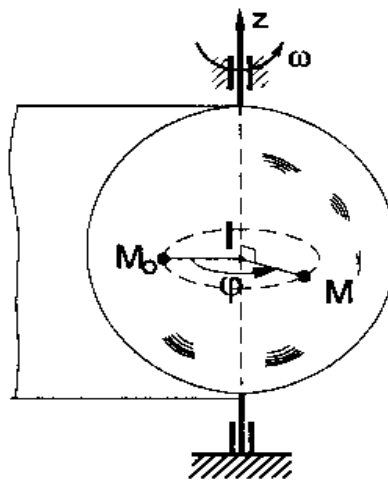
$$\varepsilon = \text{const} ; \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t ; \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{1}{2} \varepsilon t^2 \quad (6-6)$$

Trong đó dấu (+) ứng với quay nhanh dần đều, dấu (-) ứng với quay chậm dần đều.

6.2.2. Khảo sát chuyển động của điểm thuộc vật

a) Quỹ đạo và phương trình chuyển động

Hình 6-4



Xét điểm M bất kỳ thuộc vật (Hình 6-4). khoảng cách từ M tới trục quay không đổi bằng $R = \text{const}$. Vậy M chuyển động tròn quanh tâm O, bán kính R, trong mặt phẳng vuông góc với trục quay z. Dùng phương pháp tọa độ tự nhiên để khảo sát chuyển động của điểm M.

Phương trình chuyển động của điểm M là :

$$\bar{s} = R \cdot \bar{\varphi}(t) \quad (6-7)$$

b) Vận tốc của điểm

– Phương : thẳng góc với bán kính IM

– Chiều : thuận chiều quay của vật

$$\text{– Trị số : } v = \frac{ds}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} = R\omega \quad (6-8)$$

d) Gia tốc của điểm

Điểm M thực hiện chuyển động tròn, nên gia tốc của nó gồm hai thành phần :

- * gia tốc tiếp tuyến $\vec{a}_\tau$,
- * gia tốc pháp tuyến $\vec{a}_n$ (Hình 6-5)

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Trong đó $\vec{a}_\tau$ có :

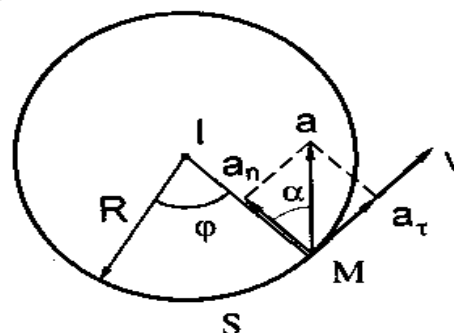
- Phương vuông góc với bán kính IM
- Chiều : thuận chiều ε
- Trị số : $a_\tau = R\varepsilon$ (6-9)

$\vec{a}_n$ có :

- Phương dọc theo bán kính I
- Chiều hướng vào trục quay
- Trị số : $a_n = R\omega^2$ (6-10)

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} \quad (6-11)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{|\vec{a}_\tau|}{|\vec{a}_n|} = \frac{\varepsilon}{\omega^2} \quad (6-12)$$



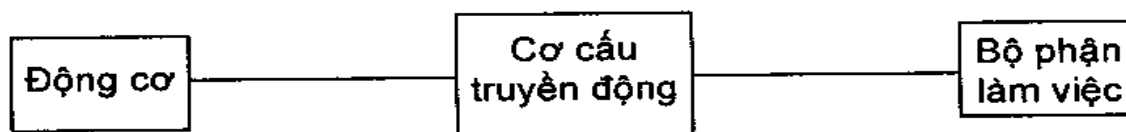
Hình 6-5

Như vậy, gia tốc các điểm M bất kỳ thuộc vật đều nghiêng góc α với bán kính IM.

6.3. Truyền động đơn giản

6.3.1. Vị trí truyền động

Trong một máy hoặc một tổ hợp máy thường gồm ba phần (Hình 6-6)



Hình 6-6

6.3.2. Vài loại truyền động đơn giản :

a) Truyền động bằng cơ cấu bánh răng, đai truyền, xích

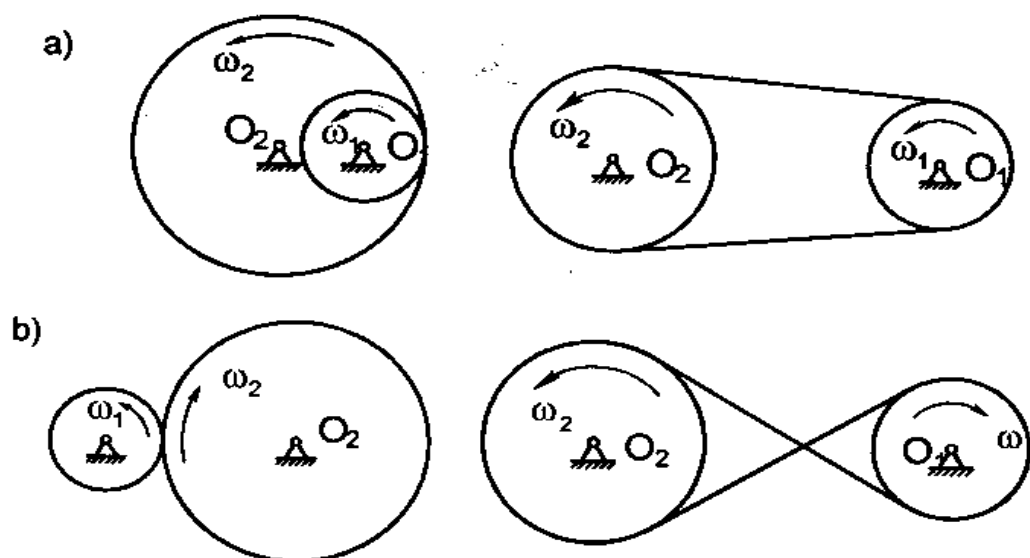
Truyền chuyển động quay quanh một trục cố định qua tiếp xúc và bỏ qua hiện tượng trượt. Tỷ số truyền i :

$$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \pm \frac{D_2}{D_1} = \pm \frac{z_2}{z_1} \quad (6-13)$$

D – là đường kính bánh truyền động ; z - số răng của bánh răng

Dấu + : ăn khớp trong hoặc đai bắt thẳng (Hình 6-7a)

Dấu - : ăn khớp ngoài hoặc đai bắt chéo (Hình 6-7b)



Hình 6-7

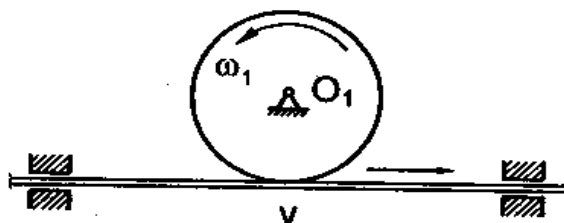
b) Truyền động giữa vật quay quanh trục cố định và vật tịnh tiến bằng bánh răng - thanh răng hay bánh ma sát - thanh ma sát

(Hình 6-8)

Vận tốc vật tịnh tiến : $v = R \cdot \omega$ (6-14)

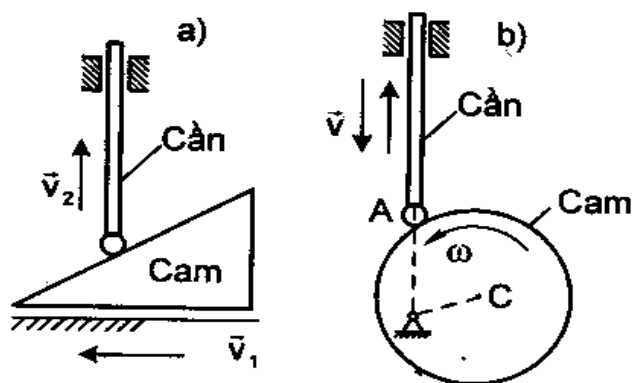
ω - vận tốc góc vật quay, R - bán kính bánh truyền động

Hình 6-8



c) Truyền động bằng cơ cấu cam

Để truyền chuyển động tịnh tiến thành chuyển động tịnh tiến hoặc chuyển động quay thành chuyển động tịnh tiến chúng ta có thể sử dụng các cơ cấu cam như hình 6-9



Hình 6-9

Ví dụ 6-1:

Một vật quay quanh trục cố định. Ở thời điểm khảo sát, điểm A cách trục quay khoảng $R = 0,5\text{m}$ có vận tốc $v = 2 \text{ m/s}$

và gia tốc toàn phần là $8\sqrt{3} \text{ m/s}^2$

- Tìm vận tốc góc và gia tốc góc của vật.
- Tìm vận tốc và gia tốc điểm B cách trục quay một khoảng $r = 0,2\text{m}$ (Hình 6-10)

Giải :

- Vận tốc góc của trục:

$$\omega = \frac{v_A}{R} = \frac{2}{0,5} = 4 \text{ rad/s.}$$

Để tìm gia tốc góc của vật, phải biết :

gia tốc pháp tuyến của điểm A: $a_A^n = R.\omega^2 = 0,5.4^2 = 8 \text{ m/s}^2$

gia tốc tiếp tuyến của điểm A

$$a_A^t = \sqrt{a_A^2 - (a_A^n)^2} = \sqrt{(8\sqrt{3})^2 - 8^2} = 8\sqrt{2} \text{ m/s}^2$$

$$\text{Từ (6-9):} \quad \varepsilon = \frac{a_A^t}{R} = \frac{8\sqrt{2}}{0,5} = 16\sqrt{2} \text{ rad/s}^2$$

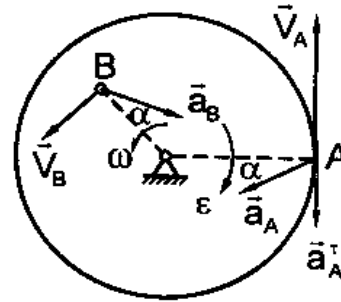
Căn cứ $\vec{a}_A$ đã cho : ε có chiều ngược $\vec{\omega}$, vậy lúc khảo sát vật quay chậm dần.

- Vận tốc điểm B : $v_B = r.\omega = 0,2.4 = 0,8 \text{ m/s}$

gia tốc điểm B : $a_B^t = r.\varepsilon = 0,2.16\sqrt{2} = 3,2\sqrt{2} \text{ m/s}^2$

$$a_B^n = r.\omega^2 = 0,2.4^2 = 3,2 \text{ m/s}^2$$

$$a_B = \sqrt{(a_B^t)^2 + (a_B^n)^2} = \sqrt{(3,2\sqrt{2})^2 + 3,2^2} = \frac{16\sqrt{3}}{5} \text{ m/s}^2$$



Hình 6-10

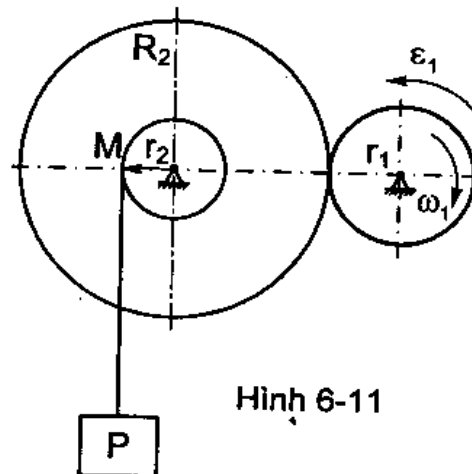
Ví dụ 6-2:

Cơ cấu truyền động như hình 6-11. Trục I có bán kính R_1 chuyển động quay với vận tốc góc ω_1 và gia tốc góc ε_1 . Trục II gồm hai tầng có bán kính tương ứng R_2 và r_2 . Tìm vận tốc và gia tốc của vật P.

Giải :

Hệ gồm có trục I và trục II chuyển động quay, vật P chuyển động tịnh tiến.

Theo trên chúng ta có:



Hình 6-11

$$\frac{\bar{\omega}_1}{\bar{\omega}_2} = \frac{\bar{\varepsilon}_1}{\bar{\varepsilon}_2} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Do đó:
$$\bar{\omega}_2 = -\frac{R_1}{R_2} \cdot \bar{\omega}_1; \quad \bar{\varepsilon}_2 = -\frac{R_1}{R_2} \cdot \bar{\varepsilon}_1$$

Vận tốc điểm P:
$$v_P = v_M = r_2 \cdot \omega_2 = \frac{r_2 \cdot R_1}{R_2} \cdot \omega_1$$

Gia tốc điểm P:
$$a_P = a_M^r = r_2 \cdot \varepsilon_2 = \frac{r_2 \cdot R_1}{R_2} \cdot \varepsilon_1$$

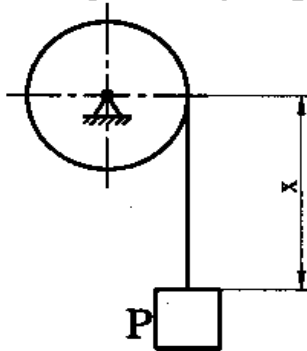
Do ω_1 và ε_1 ngược chiều nhau (Hình 6-11), $\bar{v}_P$ và $\bar{a}_P$ ngược chiều nhau nên vật P chuyển động lên chậm dần

6.4. Bài tập chương 6

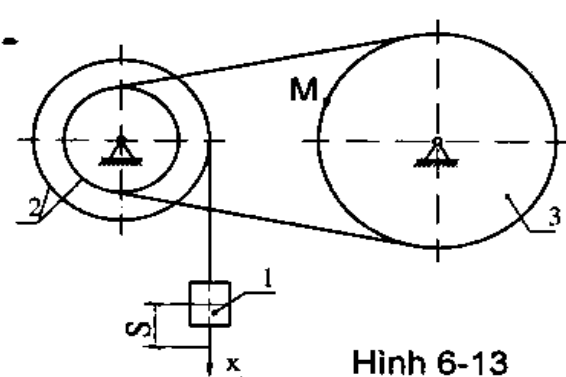
6.1. Trục có bán kính $R = 10\text{cm}$ chuyển động được là do vật P rơi xuống theo luật: $x = 100t^2$ (x: cm; t: s). Tìm vận tốc góc, gia tốc góc của trục và gia tốc toàn phần của một điểm nằm trên vành trục (Hình 6-12)

ĐS: $\omega = 20t \text{ rad/s}; \quad \varepsilon = 20 \text{ rad/s}^2; \quad a = 200\sqrt{1+400t^4} \text{ cm/s}^2$

6.2. Cho cơ cấu như hình 6-13. Vật 1 chuyển động tịnh tiến theo luật $x = 60t^2$ (s: cm; t: s). Các bánh có bán kính: $r_2 = 20\text{cm}$; $R_2 = 100\text{cm}$; $R_3 = 30\text{cm}$. Hãy xác định vận tốc, gia tốc pháp, gia tốc tiếp và gia tốc toàn phần của điểm M thuộc cơ cấu ở thời điểm vật 1 di chuyển xuống được quãng đường $s = 0,5\text{m}$.



Hình 6-12



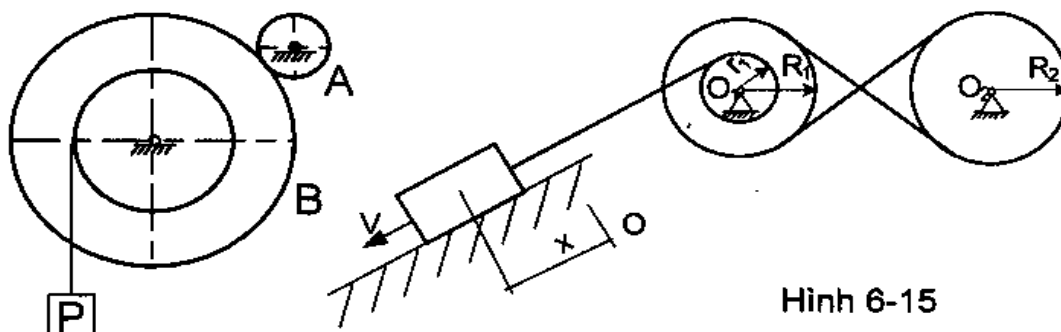
Hình 6-13

6.3. Bánh răng A có số răng $Z_A = 12$ quay đều với vận tốc góc 120 v/ph, bánh B có số răng 72 lắp cùng trục với trục có bán kính $R = 15\text{cm}$. Tìm số vòng bánh răng A quay được tương ứng với quãng đường vật nặng đi lên 15m và thời gian tương ứng để nâng vật nặng (Hình 6-17).

ĐS: $N_A = 95,54 \text{ vòng}; \quad T = 47,77\text{s}.$

- 6.4. Vật nặng chuyển động trên mặt phẳng nghiêng theo luật $x = 2 + 70t^2$ (x :cm; t :s) bằng cơ cấu dây quấn quanh trục tời đồng trục với bánh đai 1, truyền động theo sơ đồ hình 6-15. Biết $R_1 = 50\text{cm}$; $r_1 = 30\text{cm}$; $R_2 = 60\text{cm}$. Tìm ω , ε của bánh 2, vận tốc và gia tốc của điểm M nằm cách tâm trục O_2 một đoạn bằng 40cm lúc vật di chuyển được một đoạn 40cm; bỏ qua ma sát giữa vật và mặt nghiêng (Hình 6-15).

ĐS: $\omega_2 = 2,87\text{rad/s}$; $\varepsilon_2 = 3,89\text{rad/s}^2$;
 $v_M = 114,8\text{cm/s}$; $a_M = 364,37\text{cm/s}^2$.

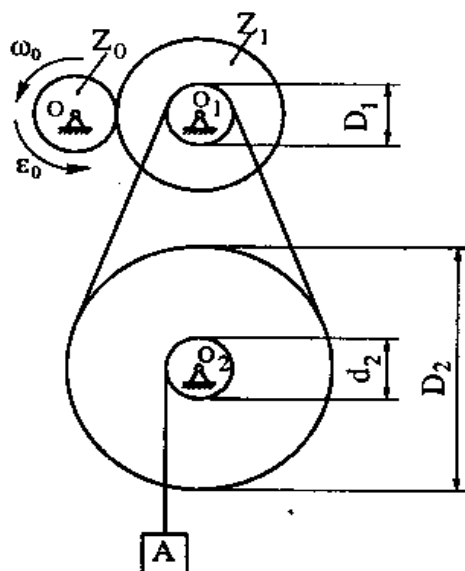


Hình 6-15

- 6.5. Cơ cấu truyền động bằng bánh răng và dây đai (Hình 6-16). Bánh răng lắp trên trục O và trục O_1 có $Z_0 = 18$, $Z_1 = 36$. Bánh đai lắp trên trục 1 có đường kính D_1 , bánh đai lắp trên trục 2 có đường kính D_2 , tang quấn dây buộc vật A lắp trên trục 2 có đường kính d_2 .

Cho $D_1 = d_2 = D_2/4 = 100\text{cm}$.

Tìm vận tốc và gia tốc của vật nặng A tại thời điểm trục 1 quay với vận tốc góc ω_0 ; gia tốc góc ε_0 .



Hình 6-16

CHƯƠNG 7

HỢP CHUYỂN ĐỘNG CỦA ĐIỂM

Yêu cầu :

* Hình dung được bài toán hợp chuyển động của điểm, thấy vấn đề được đặt ra trong đó.

Quan niệm rành mạch và rõ ràng về các chuyển động.

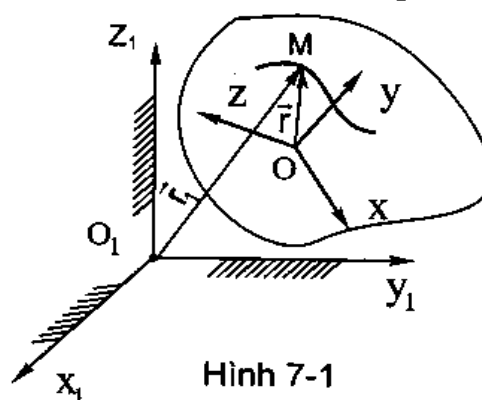
* Nắm vững định nghĩa, phương pháp và xác định thành thạo các vận tốc, gia tốc trong các chuyển động.

* Hiểu thấu đáo các định lý hợp vận tốc và gia tốc trong các trường hợp, sử dụng thành thạo để giải các bài toán hợp và phân chuyển động.

7.1. Khái niệm

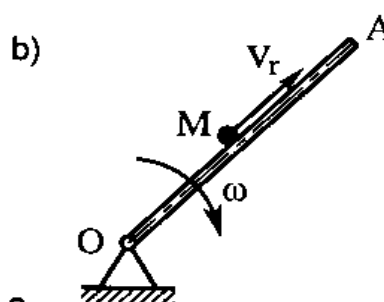
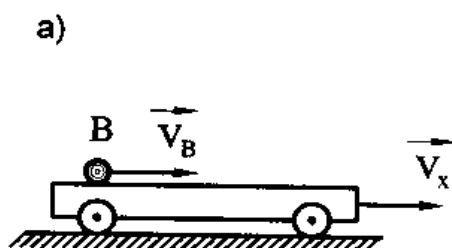
7.1.1. Mô hình bài toán

Điểm M chuyển động đối với hệ quy chiếu động $Oxyz$ (hệ này được gắn liền với vật rắn nào đó). Hệ quy chiếu động $Oxyz$ chuyển động đối với hệ quy chiếu cố định $O_1x_1y_1z_1$. Vấn đề đặt ra là khảo sát chuyển động của điểm M đối với hệ quy chiếu $O_1x_1y_1z_1$ đây là bài toán hợp chuyển động của điểm (Hình 7-1).



Hình 7-1

Ví dụ: quả bóng lăn trên sàn tàu, trong khi toa tàu đang chuyển so với đường ray (Hình 7-2a); hay động điểm M chuyển động trên thanh OA , trong khi thanh OA quay quanh tâm O cố định (Hình 7-2b).



Hình 7-2

7.1.2. Các định nghĩa

a) Chuyển động tuyệt đối (absolute): là chuyển động của điểm M so với hệ cố định $O_1x_1y_1z_1$, tương ứng có quỹ đạo tuyệt đối, vận tốc tuyệt đối $\vec{V}_a$, gia tốc tuyệt đối $\vec{a}_a$.

b) Chuyển động tương đối (relative): là chuyển động của điểm M so với hệ quy chiếu động $Oxyz$, tương ứng có quỹ đạo tương đối, vận tốc

tương đối $\vec{V}_r$, gia tốc tương đối $\vec{a}_r$.

c) **Chuyển động theo (to elope):** là chuyển động của hệ động Oxyz cùng với phần không gian gắn với nó so với hệ cố định $O_1x_1y_1z_1$, tương ứng có quỹ đạo theo, vận tốc theo $\vec{V}_e$, gia tốc theo $\vec{a}_e$.

• *Trùng điểm của động điểm M ở thời điểm khảo sát là điểm M* của hệ động trùng với điểm M lúc ấy. Vì vậy quỹ tích các trùng điểm chính là quỹ đạo tương đối của động điểm trong hệ quy chiếu động. Chuyển động của trùng điểm M* được quyết định bởi chuyển động của chính hệ động.*

Vận tốc, gia tốc tuyệt đối của trùng điểm M* tại thời điểm khảo sát (tính toán trong hệ quy chiếu cố định) chính là vận tốc và gia tốc theo.

$$\vec{V}_e = \vec{V}_{M^*}; \quad \vec{a}_e = \vec{a}_{M^*}.$$

7.2. Các định lý hợp vận tốc và hợp gia tốc

7.2.1. Định lý hợp vận tốc

Ở mỗi thời điểm vận tốc tuyệt đối của điểm bằng tổng hình học của vận tốc tương đối và vận tốc theo.

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e \quad (7-1)$$

7.2.2. Định lý hợp gia tốc

Ở mỗi thời điểm gia tốc tuyệt đối của điểm bằng tổng hình học của gia tốc tương đối, gia tốc theo và gia tốc Côriôlit ($\vec{a}_c$).

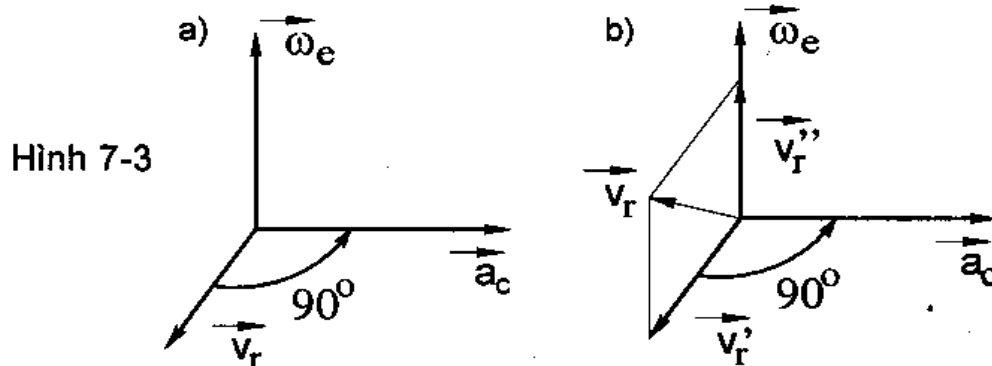
$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c \quad (7-2)$$

Khi hệ động Oxyz chuyển động tịnh tiến: $\vec{a}_c = 0$;

$$\text{khi đó} \quad \vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e \quad (7-3)$$

Khi hệ động Oxyz chuyển động quay quanh một trục cố định với vận tốc góc $\vec{\omega}_e$ thì $\vec{a}_c = 2\vec{\omega}_e \wedge \vec{V}_r$

Chú ý. Khi làm bài tập chúng ta sử dụng quy tắc thực hành để xác định gia tốc Côriôlit như sau:



* Trường hợp $\vec{\omega}_e \perp \vec{V}_r$ (bài toán phẳng). Chúng ta quay $\vec{V}_r$ trong mặt phẳng vuông góc với $\vec{\omega}_e$ một góc 90° theo chiều quay của $\vec{\omega}_e$ ta sẽ được hướng của $\vec{a}_C$, trị số $a_C = 2\omega_e.V_r$ (Hình 7-3a)

* Trường hợp $\vec{\omega}_e$ không vuông góc với $\vec{V}_r$ (bài toán không gian). Chúng ta chiếu $\vec{V}_r$ lên mặt phẳng vuông góc với $\vec{\omega}_e$ được $\vec{V}'_r$, sau đó quay $\vec{V}'_r$ một góc 90° theo chiều quay của hệ quy chiếu động chúng ta được phương và chiều của $\vec{a}_C$ (Hình 7-3b),

$$a_C = 2\omega_e.V'_r = 2\omega_e.V_r.\sin\alpha \quad (7-4)$$

7.3. Phương pháp giải và các ví dụ áp dụng

Phương pháp giải

1. Phân tích chuyển động: Phân tích dạng chuyển động của các vật cấu thành hệ được khảo sát, hệ trục động gắn trên vật chuyển động, hệ trục cố định gắn trên vật cố định hoặc không gian cố định. Sau đó phân tích các chuyển động thành phần.

- Chuyển động tuyệt đối và chuyển động tương đối: dạng chuyển động (thẳng hoặc cong) và các yếu tố động học đặc trưng chuyển động (vận tốc, gia tốc).

- Chuyển động theo: dạng chuyển động (tịnh tiến, quay quanh một trục cố định, song phẳng...) trong trường hợp chuyển động theo không phải là tịnh tiến cần xác định được trục quay và vector vận tốc góc của chuyển động theo $\vec{\omega}_e$.

2. Giải

a) Bài toán tìm phương trình chuyển động: xét điểm ở vị trí bất kỳ. Để viết phương trình chuyển động tuyệt đối cần tìm quan hệ giữa các tọa độ của điểm trong hệ tọa độ cố định theo thời gian, còn đối với phương trình chuyển động tương đối cần tìm quan hệ giữa các tọa độ của điểm trong hệ tọa độ động theo thời gian.

b) Bài toán tổng hợp hoặc phân tích chuyển động:

Tìm vận tốc:

- Viết biểu thức vận tốc (7-1). Xác định phương chiều, trị số các vận tốc.

- Vẽ họa đồ vector vận tốc. Đối với các vector chưa biết chiều thì giả định chiều, nếu kết quả giải ra âm thì lấy chiều ngược với chiều giả định. Xác định ẩn số phương trình (7-1).

- Giải phương trình vector (7-1) để tìm trị số các thành phần vận tốc chưa biết. Có thể dùng phương pháp vẽ hoặc chiếu hai vế của (7-1) lên hai trục bất kỳ vuông góc nhau.

Tìm gia tốc:

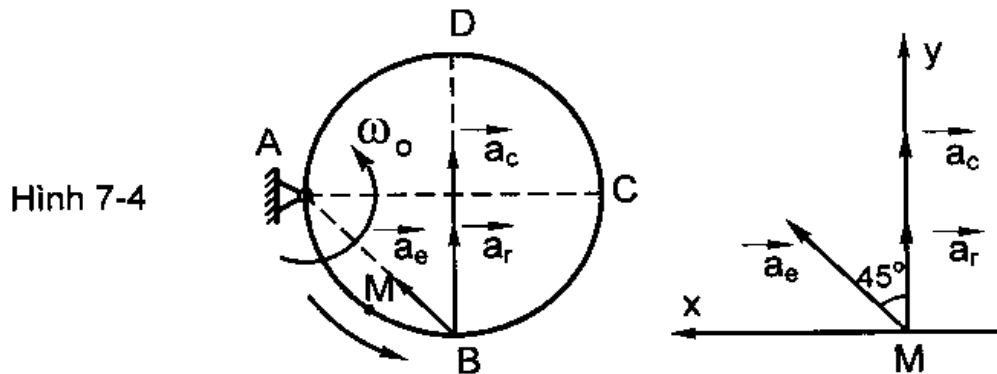
- Viết biểu thức gia tốc dạng (7-3) nếu chuyển động theo là tịnh tiến; dạng

(7-2) nếu chuyển động theo không phải là tịnh tiến. Xác định phương chiều, trị số các gia tốc. Xác định ẩn số phương trình (7-2) hoặc (7-3).

- Vẽ hoạ đồ vectơ gia tốc: Đối với các vectơ chưa biết chiều thì giả định chiều và xử lý như bài toán vận tốc.

Ví dụ 7-1 :

Đĩa tròn bán kính R quay đều với vận tốc góc ω_0 quanh A trong mặt phẳng chứa nó. Điểm M chuyển động theo vành đĩa với vận tốc u không đổi. Tìm gia tốc tuyệt đối của nó khi nó chạy đến điểm B (Hình 7-4)



Giải :

Chọn hệ động là đĩa tròn, nó quay quanh A với $\vec{\omega}_e = \vec{\omega}_0$ hướng vuông góc với mặt phẳng đĩa.

Phân tích chuyển động của điểm M khi nó ở vị trí B . Điểm B chính là trùng điểm của M nên : $\vec{a}_e = \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^t$

Vì hệ động quay đều nên $\vec{a}_e^t = 0$

vậy $\vec{a}_e = \vec{a}_e^n$ hướng từ B vào A và : $a_e = R\sqrt{2}.\omega_0^2$

Điểm M chuyển động tương đối tròn đều theo vành đĩa nên : $\vec{a}_r = \vec{a}_r^n$

hướng từ B vào O và $a_r = \frac{u^2}{R}$

Do $\vec{\omega}_e \perp \vec{V}_r$ ($\vec{V}_r = \vec{u}$) nên gia tốc $\vec{a}_c$ hướng từ B vào O và : $a_c = 2u.\omega_0$

Áp dụng (7-3) ta có : $\vec{a}_M = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$ (1)

Chiếu hai vế của (1) lên hệ trục tọa độ Mxy được :

$$a_{Mx} = a_e \cos 45^\circ = R\omega_0^2$$

$$a_{My} = a_e \sin 45^\circ + a_r + a_c = R\omega_0^2 + \frac{u^2}{R} + 2u\omega_0$$

$$\text{Vậy : } a_M = \sqrt{R^2\omega_0^4 + \left(R\omega_0^2 + \frac{u^2}{R} + 2u\omega_0\right)^2}$$