

CHƯƠNG 4

ĐỘNG LỰC HỌC LƯU CHẤT

V PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHO CHẤT LỎNG LÝ TƯỜNG CHUYỂN ĐỘNG (P.Tr EULER)

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \vec{\text{grad}}(p) = \frac{d\vec{u}}{dt} \Leftrightarrow \begin{cases} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{du_x}{dt} = \frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_x}{\partial z} & (1) \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{du_y}{dt} = \frac{\partial u_y}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_y}{\partial z} & (2) \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{du_z}{dt} = \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_z}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_z}{\partial y} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} & (3) \end{cases}$$

► **Dạng Lamb-Gromeco của phương trình Euler:**

Sau khi sắp xếp, trên phương x ta được:

$$\begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_x^2}{2} + \frac{u_y^2}{2} + \frac{u_z^2}{2} \right) + u_z \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) - u_y \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \\ &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) + u_z \text{rot}(\mathbf{u})_y - u_y \text{rot}(\mathbf{u})_z \end{aligned}$$

Ta biến đổi tương tự cho p.tr (2) và (3).

Cuối cùng ta được **Dạng Lamb-Gromeco của phương trình Euler:**

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad} p} = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{u^2}{2} \right) + \text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u}$$

$$|\text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u}| = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \text{rot}(u)_x & \text{rot}(u)_y & \text{rot}(u)_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} (\text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u})_x = u_z \text{rot}(u)_y - u_y \text{rot}(u)_z \\ (\text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u})_y = u_x \text{rot}(u)_z - u_z \text{rot}(u)_x \\ (\text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u})_z = u_y \text{rot}(u)_x - u_x \text{rot}(u)_y \end{cases}$$

II TÍCH PHÂN P. TR. LAMB-GROMECCO → PHƯƠNG TRÌNH BERNOULLI

$$\left\{ \begin{aligned} F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u^2}{2} \right) + u_z \text{rot}(u)_y - u_y \text{rot}(u)_z \times dx \\ F_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= \frac{\partial u_y}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) + u_x \text{rot}(u)_z - u_z \text{rot}(u)_x \times dy \\ F_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{\partial u_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{u^2}{2} \right) + u_y \text{rot}(u)_x - u_x \text{rot}(u)_y \times dz \end{aligned} \right\} +$$

- Đối với dòng ổn định, lưu chất nằm trong trường trọng lực, không nén được:

$$-d \left(gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) = \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ \text{rot}(u)_x & \text{rot}(u)_y & \text{rot}(u)_z \\ u_x & u_y & u_z \end{vmatrix}$$

Trong một số các trường hợp cụ thể sau, ta có tích phân phương trình trên với vế phải = 0 ⇒ P. tr. Bernoulli

$$gz + \frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} = C \quad \text{hay} \quad z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = C$$

➤ Lưu chất chuyển động thế toàn miền: $\text{rot}(u)=0$: (C là hằng số cho toàn miền)

➤ Tích phân dọc theo đường dòng (C là hằng số trên đường dòng)

➤ Tích phân dọc theo đường xoáy (C là hằng số trên đường xoáy).

➤ Tích phân dọc theo đường xoắn ốc (C là hằng số trên đường xoắn ốc)

- Trong trường hợp dòng chảy lưu chất không nén được, ổn định với $\text{rot}(\mathbf{u}) \neq 0$, xét trên phương pháp tuyến n với đường dòng:

Nếu lực khối là một hàm có thể, ta đưa hàm thế π vào với định nghĩa sau:

$$F_x = -\frac{\partial \pi}{\partial x}; F_y = -\frac{\partial \pi}{\partial y}; F_z = -\frac{\partial \pi}{\partial z} \quad \text{hay} \quad \vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}} \pi$$

Viết lại phương trình vi phân dạng Lamb-Gromeco:

$$-\overrightarrow{\text{grad}} \pi - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} p = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{u^2}{2} \right) + \text{rot}(\vec{u}) \wedge \vec{u}$$

Trên phương pháp tuyến n với đường dòng (ngược chiều với phương bán kính r):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial n} \left(\pi + \frac{p}{\rho} \right) &= -\frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{u^2}{2} \right) - 2|\omega| |\mathbf{u}| |\sin(\omega, \mathbf{u})| \\ &= -u\omega \frac{\partial r}{\partial n} - 2 \frac{u^2}{r} = \frac{u^2}{r} - 2 \frac{u^2}{r} = -\frac{u^2}{r} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} \left(\pi + \frac{p}{\rho} \right) = \frac{u^2}{r}$$

Nếu lưu chất chịu tác dụng của lực trọng trường:

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} \left(gz + \frac{p}{\rho} \right) = \frac{u^2}{r}$$

Nhận xét:

➤ Theo phương r (hướng từ tâm quay ra): r càng lớn, $\longrightarrow z + \frac{p}{\gamma}$ càng lớn

➤ Khi $r \rightarrow \infty$, $z + \frac{p}{\gamma} = \text{const} \longrightarrow$

áp suất phân bố trên mặt cắt ướt theo quy luật thủy tĩnh (khi ấy các đường dòng song song và thẳng, m/c ướt là mặt phẳng) - đây là trường hợp chất lỏng chuyển động đều hoặc biến đổi dần

- Ý nghĩa năng lượng của phương trình Bernoulli:

$z + \frac{p}{\gamma}$: là thế năng của một đơn vị trọng lượng lưu chất (bao gồm vị năng đơn vị z và áp năng đơn vị p/γ).

$\frac{u^2}{2g}$: là động năng của một đơn vị trọng lượng lưu chất.

Bình luận:

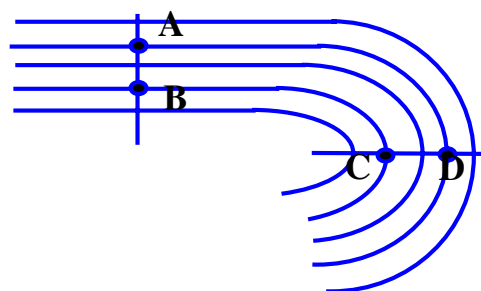
Dòng chảy với các đường dòng như hình vẽ, ta có:

$$a) \quad z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_D + \frac{p_D}{\gamma}$$

$$b) \quad z_C + \frac{p_C}{\gamma} = z_D + \frac{p_D}{\gamma}$$

$$c) \quad z_C + \frac{p_C}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma}$$

$$d) \quad z_A + \frac{p_A}{\gamma} = z_B + \frac{p_B}{\gamma}$$



Câu nào đúng?

III. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHO CHẤT LỎNG THỰC CHUYỂN ĐỘNG (P.Tr Navier-Stokes)

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \vec{\text{grad}}(p) + \nu \nabla^2 \vec{u} + \frac{1}{3} \nu \vec{\text{grad}}(\text{div}(\vec{u})) = \frac{d\vec{u}}{dt}$$

Tích phân phương trình Navier-Stokes cho toàn dòng chảy, ta được phương trình Bernoulli viết cho toàn dòng chất lỏng thực không nén được chuyển động ổn định. Đây là một dạng của phương trình năng lượng, mà ta chứng minh được bằng pp TTKS trong chương động học:

IV. PHƯƠNG TRÌNH NĂNG LƯỢNG

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_w \left(e_u + \frac{1}{2} u^2 + gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho dw + \iint_A \left(e_u + \frac{1}{2} u^2 + gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho u_n dA$$

Đây chính là phương trình năng lượng cho dòng chất lỏng không ổn định có khối lượng riêng ρ thay đổi.

1. Đối với dòng ổn định, không có sự trao đổi nhiệt với môi trường bên ngoài:

$$-\frac{dW}{dt} = \iint_A \left(e_u + \frac{1}{2} u^2 + gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho u_n dA$$

chú ý rằng:

$Z = z + p/\gamma$ là thế năng đơn vị

$$\Rightarrow \iint_A e_u \rho u_n dA + \frac{dW}{dt} = - \iint_A \left(\frac{1}{2} u^2 + gZ \right) \rho u_n dA$$

Nhận xét thấy: $\iint_A e_u \rho u_n dA + \frac{dW}{dt}$ là phần biến đổi năng lượng do chuyển

động của các phần tử bên trong khối lưu chất gây ra và do ma sát của khối lưu chất với bên ngoài. Đại lượng này khó xác định được bằng lý thuyết, thông thường, nó được tính từ thực nghiệm, tùy theo trường hợp cụ thể. Ta đặt:

$$\iint_A e_u u_n dA + \frac{dW}{dt} = \rho g h_f Q \quad \text{đây chính là năng lượng bị mất đi của lưu chất qua thể tích } W \text{ trong một đơn vị thời gian.}$$

h_f là mất năng trung bình của một đơn vị trọng lượng lưu chất.

$$\Rightarrow \gamma Q h_f = - \iint_A \left(\frac{1}{2} u^2 + gZ \right) \rho u_n dA$$

❖ Nếu xét cho một đoạn dòng chảy vào mặt cắt 1-1 và ra tại m/c 2-2 ($\rho = \text{const}$)

$$\rho g h_f Q = - \left(\iint_{A2} \left(\frac{1}{2} u^2 + gZ \right) \rho u_n dA - \iint_{A1} \left(\frac{1}{2} u^2 + gZ \right) \rho u_n dA \right)$$

Ta tính riêng các tích phân:

• Nếu trên m/c ướt A, áp suất phân bố theo quy luật thủy tĩnh.



$$\iint_A (gZ) \rho dQ = gZ \rho Q = \left(gz + \frac{p}{\rho} \right) \rho Q$$

• Tích phân thành phần động năng:.



$$\iint_A \frac{1}{2} u^2 \rho u_n dA = \text{ĐN}_{\text{thật}} > \frac{1}{2} V^2 \rho Q = \text{ĐN}_V$$

Đưa vào hệ số hiệu chỉnh động năng α : $\iint_A \frac{1}{2} u^2 \rho u_n dA = \text{ĐN}_{\text{thật}} = \frac{1}{2} \alpha V^2 \rho Q = \alpha \text{ĐN}_V$
với $\alpha_{\text{tầng}} = 2$; $\alpha_{\text{rối}} = 1,05 - 1,1$

$$\text{Như vậy: } \rho g h_f Q = \left(\frac{1}{2} \alpha_1 V_1^2 + gZ_1 \right) \rho Q - \left(\frac{1}{2} \alpha_2 V_2^2 + gZ_2 \right) \rho Q$$

hay:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{f1-2}$$

Đây chính là ph.tr. năng lượng cho toàn dòng chảy ổn định chất lỏng thực không nên được nằm trong trường trọng lực từ m/c/1 tới m/c 2 (không có nhập hoặc tách lưu)

❖ Nếu dòng chảy có nhập hoặc tách lưu ($\rho = \text{const}$)

$$\sum_{\text{ivào}} \left(\frac{1}{2} \alpha_i V_i^2 + gZ_i \right) \rho Q_i - \sum_{\text{jra}} \left(\frac{1}{2} \alpha_j V_j^2 + gZ_j \right) \rho Q_j = \sum H_f$$

$\sum H_f$ là tổng năng lượng dòng chảy bị mất đi khi chảy từ các m/c vào đến các m/c ra (trong 1 đ.vị thời gian).

2. Trong trường hợp dòng chảy có sự trao đổi năng lượng với bên ngoài (được bơm cung cấp năng lượng H_b ; hay dòng chảy cung cấp năng lượng H_t cho turbine), thì ph. tr trên có dạng tổng quát hơn:

$$H_B + z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = H_T + z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{f1-2}$$

H_b là năng lượng do bơm cung cấp cho một đơn vị trọng lượng dòng chảy khi dòng chảy qua bơm - Ta gọi là cột áp bơm.

H_t là năng lượng mà một đơn vị trọng lượng dòng chảy cung cấp cho turbine khi qua turbine.

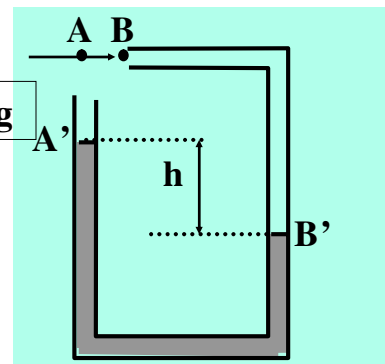
V. ÁP DỤNG PHƯƠNG TRÌNH NĂNG LƯỢNG

Ví dụ 1: Đo lưu tốc điểm của dòng khí bằng ống Pito vòng

Áp dụng ph.tr Bernoulli trên đường dòng từ A tới B (bỏ qua mất năng):

$$z_A + \frac{p_A}{\gamma_k} + \frac{u_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{\gamma_k} + \frac{u_B^2}{2g}$$

với $u_B = 0$, suy ra:
$$\frac{u_A^2}{2g} = \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma_k} \right) - \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma_k} \right)$$



Áp dụng phương trình thủy tĩnh lần lượt cho các cặp điểm AA' (trong môi trường khí), A'B' (trong môi trường lỏng); BB' (trong môi trường khí) ta có:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(z_{A'} + \frac{p_{A'}}{\gamma_k} \right) = \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma_k} \right) \\ \left(z_{B'} + \frac{p_{B'}}{\gamma_k} \right) = \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma_k} \right) \end{array} \right\} \quad \text{Suy ra} \quad \left(z_B + \frac{p_B}{\gamma_k} \right) - \left(z_A + \frac{p_A}{\gamma_k} \right) = (z_{B'} - z_{A'}) + \frac{p_{B'} - p_{A'}}{\gamma_k}$$

$$= -h + \frac{\gamma_l h}{\gamma_k} = h \left(\frac{\gamma_l}{\gamma_k} - 1 \right)$$

Như vậy:
$$u_A = \sqrt{2gh \left(\frac{\gamma_l}{\gamma_k} - 1 \right)}$$

Thực tế do mất năng nên vận tốc thực tại điểm A lớn vận tốc tính từ công thức bên.

Ví dụ 2: Đo Lưu lượng qua ống Ventury

Áp dụng p. tr năng lượng cho dòng chảy từ m/c 1-1 đến 2-2 (bỏ qua mất năng):

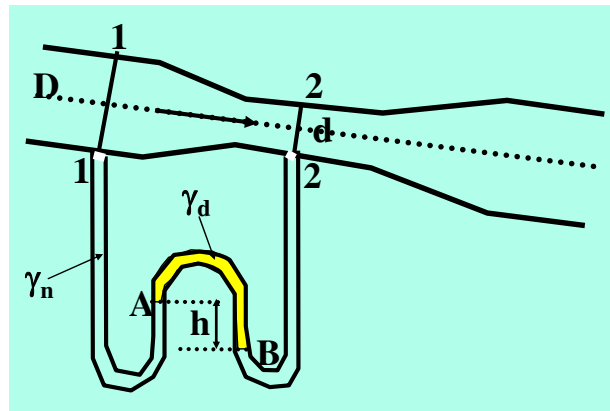
$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma_n} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma_n} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g}$$

($\alpha_1, \alpha_2=1$): Suy ra:

$$\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) = \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma_n} \right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma_n} \right)$$

Hay:

$$Q = \sqrt{\left(\frac{A_2^2 A_1^2}{A_1^2 - A_2^2} \right)} \sqrt{2gh \left(1 - \frac{\gamma_d}{\gamma_n} \right)}$$

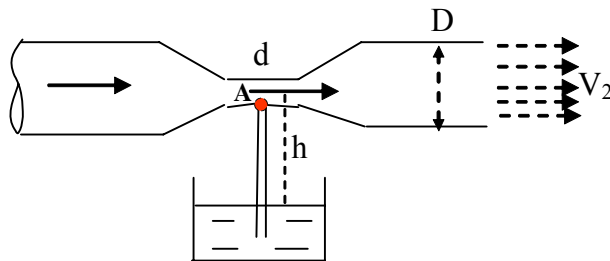


Lưu lượng **Q ở trên tính được không kể tới tổn thất năng lượng**,

Thực tế lưu lượng **Q_{thực} nhỏ hơn**, nên cần hiệu chỉnh lại lưu lượng sau khi tính Q_{tính}. Hiệu chỉnh bằng công thức trên như sau: **Q_{thực} = C Q_{tính}** với C<1 là hệ số hiệu chỉnh Ventury (do mất năng sinh ra).

Ví dụ 2b:

Nước chảy trong đường ống có tiết diện co hẹp đường kính d như hình vẽ, cuối ống nước chảy ra ngoài khí trời với đường kính D = 2d. Tại mặt cắt co hẹp có gắn một ống nhỏ thông với bình đựng nước từ ngoài. Mặt thoáng của nước ở ngoài tiếp xúc với khí trời và thấp hơn trục ống một đoạn h.



Cho d=10 cm; h=0,5m. Bỏ qua mất năng. Gọi

p_{min} là áp suất tối thiểu trong đoạn ống co hẹp để nước có thể bị hút lên. Lưu lượng ứng với áp suất p_{min} là: bao nhiêu?

ĐS: p_{min} = 0,5 m nước; Q=25,41 lít/s:

HD: Lưu chất chỉ ch. động từ chỗ có e cao tới e thấp, vì vậy để nước không bị hút lên thì năng lượng tại mặt thoáng của bình nước: z₀=e₀ < e_A= z_A+p_A/γ; suy ra p_A/γ > -(h); Ta ghi nhận (p_A/γ)_{min} = -(h).

Lưu ý rằng trên mặt cắt ướt 1-1 tại A áp suất phân bố theo quy luật thủy tĩnh, nghĩa là: z₁+p₁/γ= z_A+p_A/γ.

Để tìm Q ứng với (p_A/γ)_{min} = -(h), ta viết p.tr năng lượng cho dòng chảy từ mặt cắt 1-1 (chỗ co hẹp) tới mặt cắt 2-2 (chỗ mở rộng)

Ví dụ 3: Dòng chảy ổn định qua lỗ thành mỏng:

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_c V_c^2}{2g} + h_f$$

Năng lượng của dòng chảy từ bình ra ngoài chủ yếu bị mất đi là do co hẹp khi qua lỗ, đây là loại mất năng cục bộ, nó tỷ lệ với V_c^2 tại mặt cắt co hẹp c-c (học trong chương đường ống). Ta có thể viết lại:

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} = z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_c V_c^2}{2g} + \xi \frac{V_c^2}{2g}$$

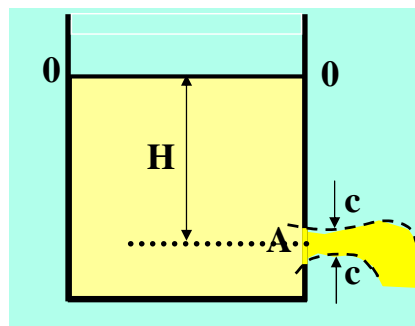
$V_0=0, p_0=0$; Suy ra:

$$V_c = \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha + \xi}\right)} \sqrt{2gH} = C_v \sqrt{2gH}$$

với $C_v < 1$ gọi là hệ số lưu tốc.

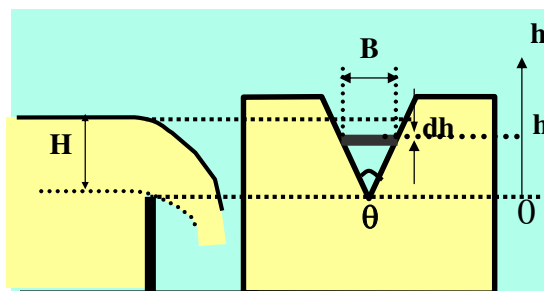
Lưu lượng: $Q = A_c V_c = A_c \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha + \xi}\right)} \sqrt{2gH} = A_c C_v \sqrt{2gH} = \varepsilon C_v A \sqrt{2gH} = C_d A \sqrt{2gH}$

Với **A là diện tích lỗ tháo, ε là hệ số co hẹp, $C_d (< C_v)$ là hệ số lưu lượng**



Ví dụ 4: Dòng chảy ổn định qua đập tràn thành mỏng:

Xem dòng chảy là tập hợp của những dòng chảy qua lỗ thành mỏng có bề rộng B, cao dh nằm ở toạ độ h trên trục toạ độ Oh như hình vẽ.



Lưu lượng qua lỗ tháo:

$$dQ = C_d B dh \sqrt{2g(H - h)} = C_d 2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) (h) \sqrt{2g(H - h)} dh$$

$$Q = \int_0^H C_d 2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) (h) \sqrt{2g(H - h)} dh$$

Để lấy tích phân trên ta đặt: $u = h$; $dv = \sqrt{(H - h)} dh$

Kết quả cho:

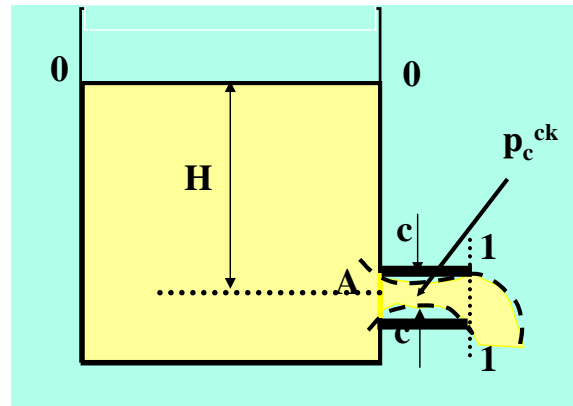
$$Q = C_d \frac{8}{15} \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) H^2 \sqrt{2gH}$$

Ví dụ 5: Dòng chảy qua vòi lắp ngoài:

$$z_c + \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\alpha_c V_c^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g}$$

suy ra:

$$\frac{p_c}{\gamma} = \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} - \frac{\alpha_c V_c^2}{2g} < 0$$



Giả sử vòi có đường kính d bằng lỗ thành mỏng, và hệ số co hẹp cả hai trường hợp như nhau. Ta chứng minh được vận tốc V_c qua vòi lớn hơn qua lỗ, vì tại m/c c-c trong vòi áp suất là áp suất chân không, nên:

$$V_{cvòi} = \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha_c + \xi}\right)} \sqrt{2g\left(H - \frac{p_c}{\gamma}\right)} = C_v \sqrt{2g\left(H - \frac{p_c}{\gamma}\right)} > V_{clỗ}$$

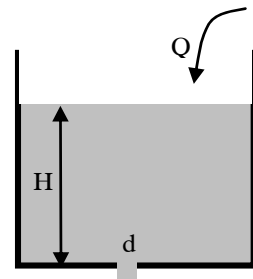
Như vậy, **lưu lượng qua vòi lớn hơn lưu lượng qua lỗ thành mỏng** và bằng: (viết phương trình năng lượng cho dòng chảy từ m/c 0-0 đến 1-1 để tìm ra vận tốc 1 tại mặt cắt ra 1-1). trong trường hợp này : $C_d = C_v$:

$$Q = C_v A \sqrt{2gH} = C_d A \sqrt{2gH}$$

Ví dụ 5b:

Một bình chứa nước tới độ cao H. Nước chảy ra ở đáy bình qua một lỗ nhỏ đường kính d. Để mực nước trong bình ổn định, người ta đổ thêm vào bình một lưu lượng Q. Bỏ qua co hẹp. Cho H=4m; Q= 5 lít/s; d=3 cm. Hệ số mất năng cục bộ tại lỗ tháo là:

ĐS: hệ số mất năng cục bộ tại lỗ tháo =0,57



Ví dụ 6: Dòng chảy không ổn định ra ngoài bình:

$$Q = C_d a \sqrt{2gh}$$

trong đó h giảm theo thời gian

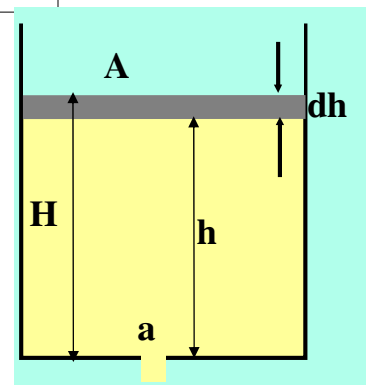
Sau thời gian dt, thể tích trong bình giảm:

$$dW = -Adh = Qdt = C_d a \sqrt{2gh} dt$$

$$dt = -\frac{A}{C_d a \sqrt{2gh}} dh$$

Vậy thời gian để nước chảy hết bình là:

$$T = -\int_H^0 \frac{A}{C_d a \sqrt{2gh}} dh = -\frac{A}{C_d a \sqrt{2g}} 2\sqrt{h} \Big|_H^0 = \frac{A}{C_d a \sqrt{2g}} 2\sqrt{H}$$



Ví dụ 7a: Dòng chảy qua máy thủy lực:

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_{f0-1}$$

$$p_0=0; V_0=0; z_0=0$$

Suy ra tại mặt cắt 1-1 trước bơm có áp suất chân không:

$$\frac{p_1}{\gamma} = -(z_1 + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} + h_f) < 0$$

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{\alpha_0 V_0^2}{2g} + H_B = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_{f0-2}$$

Suy ra:

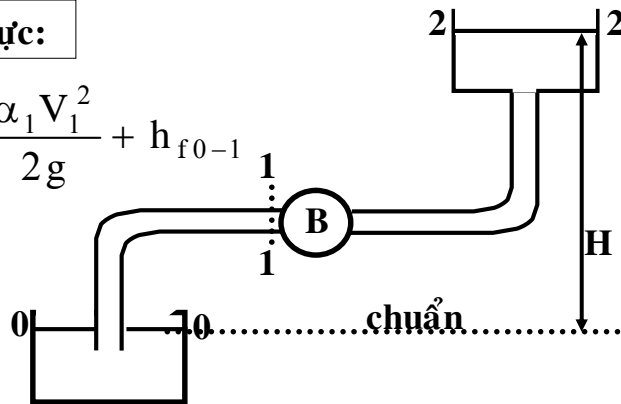
$$H_B = H + h_{f0-2}$$

Công suất hữu ích của bơm:

$$N = \gamma Q H_B$$

Hiệu suất bơm:

$$\eta = \frac{\gamma Q H_B}{N_{\text{trục}}}$$

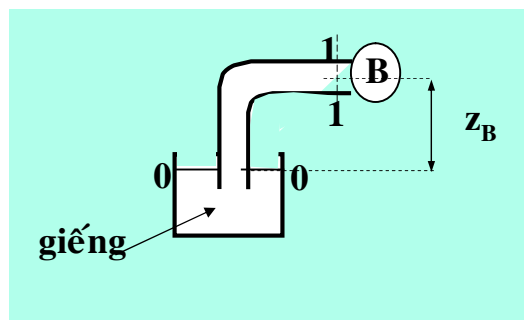


Ví dụ 7b

Bơm hút nước từ giếng lên như hình vẽ. Biết lưu lượng $Q=30$ lít/s, đường kính ống hút $D=0,12$ m. Tại chỗ uốn cong có hệ số tổn thất là $\xi=0,5$. Chiều dài đường ống hút $L = 5$ m. Ống có hệ số ma sát đường dài là $\lambda=0,02$. Nếu nước có nhiệt độ là 20°C và bỏ qua tổn thất cục bộ vào miệng ống. Tìm chiều cao đặt bơm z_B tối đa

Giải: Ở 20°C , áp suất hơi bão hòa của nước là $0,25$ m nước. Vậy áp suất chân không tại mặt cắt trước bơm cho phép tối đa là $9,75$ m nước.

Ta có: $V = \frac{Q}{A} = 2.653 \text{ m/s}$



$$z_B = -\frac{p_1}{\gamma} - \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} \left(1 + \lambda \frac{L}{D} + \xi \right)$$

$$z_B = 9,75 - \frac{\alpha_1 2.653^2}{2 * 9.81} \left(1 + 0.02 \frac{5}{0.12} + 0.5 \right)$$

$$z_B = 8.91 \text{ m}$$